девятнАДЦАТАЯ ХРЕСТОМАТИЯ

ПО ИСТОРИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Берлин

2017

Содержание

От составителя

Ниже мы приводим общие соображения об отдельных статьях, которые мы обозначили римскими цифрами в соответствии с Содержанием. Библиографические сведения включены в надлежащие пристатейные библиографии.

Вот обозначение, принятое во всём сборнике:

S, G, i: документ i на русском языке есть на нашем сайте www.sheynin.de. Сайт перепечатывает Google, см. Oscar Sheynin.

Общие комментарии к некоторым статьям

[i] Статья Ранталы прескверная, немало в ней и ошибок, и крайне поверхностных утверждений, см. наши примечания. Автор предназначил её для актуариев и статистиков, но актуарии не найдут в ней вразумительных сведений по истории теории вероятностей, а статистики вряд ли поймут слишком краткое описание многих вопросов актуарийной науки. Стиль статьи неважный, и вот пример из § 3.4: *the constant growth dividend discount model*. И кстати: нет ли связи между актуарийной наукой и эконометрикой? При описании сочинения Башелье (§ 4) автор поясняет одно место единым словом *мартингал*, хотя следовало бы чётко указать суть дела.

Полезное в статье это, видимо редкое разъяснение общей канвы деятельности актуариев, сведения из истории актуарийной науки и библиография с изрядным числом сочинений авторов из скандинавских стран. Но заметим, что ссылки на книги приводятся без указания должных страниц, так что их ценность значительно снижена.

[ii] Уже в 1804 г. (Шлёцер) статистика населения непостижимым образом отказалась изучать проблемы, скажем, медицинской статистики (ср. Прим. 5), хотя в них было крайне заинтересовано страхование жизни, и ещё Лейбниц считал необходимым изучать их. Не занимались английские статистики и судебной статистикой, и усилия Лапласа и особенно Пуассона, который уже смог воспользоваться обильной официальной статистикой, их не затронули. И уж конечно остались в стороне приложения статистического метода к различным ветвям естествознания, – к астрономии (начало положил Гершель), метеорологии (Ламарк, Гумбольдт), физике (Клаузиус, Максвелл, Больцман). Математико-статистическая теория (точнее, гипотеза) эволюции начала развиваться на несколько десятилетий позже, чем следовало, притом в биометрической школе, т. е. помимо Общества.

В самой статистике населения не было замечено зарождения выборочного метода (Киаер, рубеж XIX – XX вв., и даже Райт, в США, лет на 20 раньше, затем Боули). О появлении качественно новых исследований, в том числе Боули и Фишера, автор сообщает лишь мимоходом (в конце § 4), а в § 2 напрасно укорил членов СОЛ в незнании выборочного метода: речь ведь шла о далёком 1839 г. И, кажется, не заметило СОЛ успехов статистики населения на континенте Европы, особенно в Швеции со времени Вargентина.

[iii] Статья Плекетта описывает деятельность одного из основных статистических обществ мира, Королевского статистического общества (КСО). Особенно интересно взаимодействие КСО с другими профессиональными обществами, общественностью вообще и с государственной властью (например, обмен письмами президента КСО и премьер-министра). Последний параграф (*Взгляд в прошлое*), пожалуй, слишком краток. Заметим также, что здесь можно было бы повторить многое из нашего общего комментария к статье Хилла [ii].

Нам доподлинно известно, что КСО отказывается публиковать в своём журнале критические отзывы на появившиеся в нём статьи, причём удерживает в тайне эту ложную заботу о чести мундира. Почти наверняка это означает, что КСО не посылает экземпляров своего журнала в редакции реферативных журналов, хотя проверить это очень трудно, потому что реферативные журналы стали почти недоступными. КСО таким образом вредит научному сообществу.

[iv] Мы (2002) кратко описали сочинения Пуассона (1837), Мондезира и Каталана и заметили, что Пуассон (§ 11), получив субъективную вероятность некоторого события, равную половине, добавил, что так оно и должно было быть. Это заключение он обосновал принципом недостаточного основания (но не назвал его). Этот принцип соответствует понятию теории информации, и представляется, что решения задач Каталана (и Мондезира) можно сразу же обосновать, сославшись на него (или, теперь уже, на теорию информации).

Мы кроме того описали мнение Чупрова по родственному вопросу: он указал, что по эмпирическим данным невозможно отличить выборки с возвратом и без него.

[vi] Приведённые выше высказывания Хальда и Ахиезера видимо исключают необходимость общего комментария. Впрочем, следует также заметить, что в заметке 1870 г. Чебышёв вряд ли добавил что-либо существенное к сказанному им в его других мемуарах. Исключение составляет, конечно, же, связь этой заметки с мемуаром Маиевского того же года.

[vii] Автор назвал себя скромным учеником Пирсона (Ghosh 1994, с. 96):

Я общался с ним всего лишь несколько месяцев, но всегда считал его своим учителем, а себя – одним из его скромных учеников.

Он, конечно, недооценил себя. Рао [viii], возможно несколько переоценивая Махаланобиса, заметил, что

Махаданобис заложил фундамент статистики как отдельной дисциплины только наряду с Пирсоном, Фишером, Нейманом и Вальдом.

Махаланобис написал свою статью с ограниченной целью, которую назвал в самом её начале, но и в любом случае трудно было бы ожидать в кратком сообщении аннотированного списка важнейших трудов Пирсона. Однако, публикуя свою статью (а не

просто передавая её своим сотрудникам), автор должен был улучшить её.

Содержание многих из перечисленных им работ Пирсона осталось непонятным, его соавторов Махаланобис не указал (мы сами вставили их), в библиографии были допущены ошибки, а в нескольких случаях она не соответствовала основному тексту. Наконец, нет уверенности, что автор вполне верно выделил основные сочинения Пирсона. Библиография сочинений Пирсона (Morant & Welch 1939) оказалась труднодоступной.

О недостатках в трудах Пирсона сообщали многие авторы. Чупров (Шейнин 1990/2010, с. 187 – 190) заметил, что многие статистики перестали читать его статьи. Фишер неоднократно заявлял, что Пирсон – скверный математик, а в одном случае (Fisher 1937, с. 306) обвинил Пирсона в фальсифицированном сравнении некоторых статистических методов. Пирсон к тому времени скончался, но Эгон Пирсон промолчал. Но тот же Фишер несколько раз признавал, что Пирсон добился многого.

Заслуги Пирсона и Фишера неоднократно сравнивались, но все понимали, что Фишер, в отличие от Пирсона, не занимался популяризацией статистики или евгеники и что последний плодотворно охватывал громадное поле приложений. Вообще же, в отличие от Фишера, он был прикладным математиком.

Колмогоров (1947, с. 63) заявил, что современный период математической статистики начался *с фундаментальных работ* Пирсона, Стьюдента и Фишера в 1910-е, 1920-е и 1930-е годы. Он же (1948, с. 68) заметил, что в биометрической школе логическая структура теории вероятностей оставалась на уровне XVIII века, но что и Фишер был небезгрешен (Колмогоров 1947, с. 64): многие учёные, в том числе Бернштейн, отрицают само *направление* его работ. Наконец, он (1948, с. 68) сообщил, что примерно с 1939 г. занимается исправлением сложившегося положения.

И вот Бернштейн (1928/1964, с. 228):

Наиболее значительное место в практическом отношении занимает [в теории вероятностей] *английская школа Пирсона*. […] *Обоснование и критика идей Пирсона является одной из центральных проблем современной математической статистики*.

Напрасно Бернштейн умолчал о Фишере.

Пирсон совершил невероятную математическую и философскую ошибку, отрицая заслуги Якоба Бернулли (Прим. 7). Но он (1891, с. 313) одним из первых заявил, что во вселенной имеется антиматерия, а его *Грамматика науки* (1892) несколько десятилетий оказывала сильнейшее влияние на современников. Она была переведена на несколько языков и переиздаётся до сих пор (Нью Йорк, 2004). Её восторженно встретили Мах и Ньюком, а Ленин в 1909 г. назвал Пирсона *добросовестным и честным врагом материализма* (Шейнин 2013, § 16.2). Нейман (там же, Прим. 9 к гл. 16) прочёл эту книгу по рекомендации Бернштейна.

Понятно, что советские статистики полностью отрицали творчество Пирсона, а в 1947 г. А. Я. Боярский и Л. Цырлин

договорились до того, что *расистские идеи Пирсона опередили ведомство Геббельса* (там же).

Мы не видели возможно интересного источника Nayak (2009).

[viii] Статья Рао описывает недостаточно известную научную биографию Махаланобиса (которая не отражена в *Dict. Scient. Biogr*.). Недостатки статьи мы указали в примечаниях, и особенно в Прим. 2 и 20. Добавим, что некоторые утверждения автора непонятны (Прим. 21), и неприятно, что он не выправил (или выправил недостаточно) свой текст, по существу опубликованный чуть ранее (Прим. 1).

Много раньше Рао (1973) опубликовал гораздо более подробную биографию Махаланобиса, который, оказывается, общался в Кембридже с легендарным гением, математиком Рамануджаном (1887 – 1920). Там же указано, что Махаланобис начал преподавать физику в 1922 г., здесь же, в § 5, Рао явно перепутал соответствующие даты.

[x] Статистика не может продвигаться? Значит, появится что-то новое, но оно обязательно включит в себя и нынешнее. Авторы, кстати, не упомянули эконометрику. Факультеты статистики не удовлетворяют новым требованиям? Тогда их следует не упразднять, а перестраивать. Взаимодействие статистики с другими отраслями знания проявлялось почти на всём протяжении её истории, достаточно упомянуть звёздную и медицинскую статистику. Кризис научных обществ действительно имеет место, но, видимо, этот факт вовсе не ограничен статистикой. Он вызван финансовыми причинами и привёл к резкому снижению требований к желающим вступать в эти общества. К примеру, и Международная академия по истории науки, и Международный статистический институт принимают в свои члены авантюристов от науки и добросовестных невежд.

[xi] Очень возможно, что в письмах Колмогорова Эфроимсону содержится что-то плохо известное о его работе со школьниками, да и о его интересе к психологии и генетике. Сам факт общения Колмогорова с Эфроимсоном (и по меньшей мере намеченная встреча с ним) тоже примечателен: слишком необычен и подозрителен был его корреспондент, пусть даже реабилитированный.

В биографиях Эфроимсона, написанных различными авторами, имеются разночтения. Самые достоверные сведения о нём видимо находятся в его книге, а точнее сборнике его сочинений и материалов о нём, *Гениальность и генетика* (см. ниже). Нам достаточно указать, что Владимир Павлович Эфроимсон, генетик, доктор биологических наук (1908 – 1989), был одним из основоположников отечественной генетики. Неоднократно репрессированный, после очередного освобождения он испытывал существенные трудности при поисках работы. Страстно и со знанием дела боролся с Лысенко, и именно это и было во многом истинной причиной его преследований, в том числе на свободе, со стороны последователей этого *тарана*. Его, по выражению Эфроимсона, Сталин использовал, чтобы подчинить своей воле вообще всю науку. Обзор Эфроимсона *О*

Лысенко и лысенковщине посмертно опубликован четырьмя частями в *Вопросах истории естествознания и техники* в 1989 г. Первая часть обзора начинается разделом *Как и почему потеряно 1,5 млрд пудов кукурузы*. В № 3 этого журнала (с. 102 прим.) Эфроимсон заметил, правда, не указывая источников, что генетику уничтожили и нацисты в Германии.

Фишер, основатель современной математической статистики, опубликовал такую же страстную обличительную заметку о Лысенко (Приложение).

Гениальность и генетика (М., 1998) Эфроимсона это сборник, составленный Д. И. Дубровским и Е. А. Крешман. Кроме титульного сочинения, над которым автор работал до своей смерти, он содержит: *Педагогическую генетику*, написанную в 1974 – 1977 гг. (с. 289 – 422); единую библиографию к обоим этим сочинениям (с. 423 – 434); Родословную альтруизма (с. 435 – 466), – статью, опубликованную в *адаптированном* виде в 1971 г.

Кроме того, в сборнике опубликованы: интервью Эфроимсона 1988 г. (с. 467 – 494), список его работ (с. 495 – 504) и *Набросок биографии* Эфроимсона, написанный Еленой Кешман (Изюмовой).

Особо укажем, что в 1985 г. Эфроимсон явочно выступил в Политехническом музее с резкими обличениями партии и правительства в смерти великого учёного, Н. И. Вавилова.

Имеются сведения о том, что среди его посмертных рукописей есть и сочинение об истории евреев, а в *Предпосылках гениальности* есть, видимо, намёк на Израиль:

> Даже небольшая страна, например, с пятью миллионами жителей, но добившаяся развития и реализации 10% своих потенциальных гениев и талантов, за полвека развития оставит позади в 100 раз более населённую страну, которая сохранит в силе барьеры для развития и реализации своих потенциальных гениев.

Остаётся неясным, что именно Эфроимсон прислал Колмогорову (и что, следовательно, комментировал Колмогоров). Очевидно, черновой вариант одной из своих работ, но какой именно? В *Предпосылках* … Мичиганский университет (см. Письмо Колмогорова № 2) не упоминается. Возможно, что Эфроимсон прислал *Педагогическую генеалогию* и некоторые материалы, позднее вошедшие в *Предпосылки* …

Странно, что ни Эфроимсон, ни Колмогоров не вспомнили о Гальтоне.

[xii] В своей автобиографии Андерсон (1946) указал, что был ассоциированным членом Комитета статистических экспертов Лиги наций и много раз привлекался к международным научным экспертизам, и что при своём отъезде из Болгарии царь наградил его Крестом ордена за гражданские заслуги. Он, возможно, и не знал, что вызов из Варны он получил по рекомендации Чупрова, см. письмо Чупрова Н. С. Четверикову 1924 г. (Шейнин 1990/2010, с. 97).

Андерсон (1926) опубликовал некролог Чупрова, статью 1929 г. о Борткевиче и некролог (1932) о нём. О Чупрове он указал, что осталось большое число его рукописей (немало из них, видимо,

пропало), что студенты его очень любили, и что сам он, Андерсон, в свои студенческие годы в Петербургском политехническом институте ведал приобретением литературы для библиотеки статистико-экономического кабинета. Очень тепло, но не критически Андерсон описал научные труды Чупрова.

Андерсон также очень тепло, но лишь чуть критически описал труды Борткевича и привёл интересные подробности о них. О пресловутом законе малых чисел сказал лишь, что практически он малополезен. Мы добавим: вообще бесполезен, потому что ошибочен (Шейнин 2008). Полагаем, что Чупров, хоть и не сразу, понял это, но лишь немногое высказал своему ближайшему другу, Борткевичу.

[xiv] Покойный экономист и статистик, профессор Генрих Штреккер, рассказывал нам, что был студентом Андерсона, который часто упоминал Чупрова и считал себя его сыном. Он же, Штреккер, поэтому считал себя внуком Чупрова.

Мы существенно дополнили биографию Андерсона:

Шейнин О. Б. (1990/2010), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. Берлин. См § 7.8.

Более подробные комментарии мы составили к [xii].

I

Юкка Рантала
Совместная и раздельная история теории вероятностей, статистики и страхового дела.

Jukka Rantala, On joint and separate history
of probability, statistics and actuarial science.
Festschrift für Tarmo Pukkila etc.
Редакторы E.P. Liski и др. Tampere, 2006, pp. 261 – 284

1. Введение

Более 30 лет назад, изучая математику и статистику в университете Тампере, я отыскал в библиотеке статистического факультета книгу Beard и др., *Risk Theory* (*Теория риска*). Воодушевлённый и названием книги, и тем, что двое из трёх авторов были финнами, я начал читать её, но вскоре потерял интерес к ней. В те дни я увлекался скорее обращением с формулами, чем практическим подходом этой книги. Кроме того, я ничего не знал о её области приложения, о страховом деле. Позже я парадоксально всерьёз занялся страховым делом и страховой математикой под руководством одного из авторов названной книги, Teivo Pentikainen.

Целью этой статьи является обсуждение предметов и зон общего интереса страхового дела, теории вероятностей и статистики. Что у этих дисциплин есть много общего, можно заметить, просто взглянув на содержание *Encyclopedia* (2004). Я пишу с точки зрения актуария для статистиков и постараюсь кратко сообщить то, что происходило со страховым делом. Я также надеюсь, что актуарии, которые возможно будут читать эту статью, быть может вдохновятся на более внимательный поиск дополнительных возможностей, которые статистика могла бы предоставить им в их практической деятельности.

Полагаю, что, например, в Финляндии эти возможности не были использованы в полной мере, потому что обычно актуарии изучали чистую математику, но лишь в небольшой степени статистику. То же может относиться к другим странам, разве лишь математическое образование играет в них меньшую роль, чем в Финляндии.

Прошу извинить меня за то, что моя статья несколько изобилует анекдотами. Я ведь не профессиональный исследователь, к тому же недостаток времени и места установили свои собственные ограничения. Прошу возможных читателей, которые в большей степени интересуются этими темами, справляться с литературой, указанной в конце статьи.

Хорошо известно, что теория вероятностей начала развиваться при изучении некоторых задач, связанных с азартными играми. С другой стороны, страховое дело является упорядоченным методом уменьшения финансовых последствий риска. Daston (2005) неплохо выразила связи и отличия между страховым делом и азартными играми: они являются установленными

подходами к риску. Игроки подвергаются ненужному риску в надежде выигрыша, а покупатели страховки платят, чтобы избежать последствий необходимых [неизбежных] рисков.

Риски происходят с определёнными вероятностями. В страховом деле оценки этих вероятностей и последствий происходящих рисков должны быть главным образом основаны на том, что наблюдалось ранее. Поэтому сбор статистики и применение статистических методов весьма важны для страхования.

Статистика и теория вероятностей применяются и во многих других областях, но в основном в качестве вспомогательных средств для развития самого предмета[1], но страховое дело отличается от этого, потому что вероятности находятся в самом центре его деятельности.

Многие приложения актуарийной науки и страхования основаны на нововведениях в статистике и теории вероятностей, и многие знаменитые математики и специалисты в теории вероятностей внесли вклад в страховую математику, и примерами могут служить Гюйгенс (?), Де Витт, Николай и Якоб Бернулли и Эйлер. И многие знаменитые математики занимались и практической работой в страховом деле. Гаусс, например, несколько лет посвятил созданию прочной страховой базы для вдовьей кассы Гёттингенского университета. В то же время, нововведения в страховом деле придавали толчок развитию статистики и теории вероятностей, а некоторые из них были открыты независимо, при малом влиянии другой стороны.

В § 2 мы кратко обсуждаем происхождение страхового дела и теории вероятностей; в § 3 перечислены и описаны некоторые области, общие для статистики и страховой науки, и, наконец, в § 4 обсуждается роль этой науки в научном мире.

Что такое актуарий? Вот определение из Словаря Международной ассоциации инспекторов (Glossary of Intern. Assoc. of Supervisors):

Актуарий – лицо, профессионально подготовленное к оценке финансовых последствий случайных событий. Он должен понимать стохастический характер страхования и других финансовых услуг, рисков, присущих активам, и применение статистических моделей. При страховании эти способности часто используются, к примеру, при установлении страховых премий, технических условий и уровней капитала.

Актуарии образуют профессию с установленными требованиями к квалификации, стандартами практики, уступчивости и дисциплинарных расследований. В мире насчитывается примерно 35 тысяч актуариев, т. е., по моей догадке, меньше, чем статистиков. Актуарийную науку можно определить как науку о приложении математической теории вероятностей к проблемам страхования и финансов.

В большинстве стран страховщики и, в частности, общества по страхованию жизни и пенсионные фонды должны иметь актуариев для оценки финансовой стоимости страхования и пенсионных обязательств, предоставлять профессиональные

советы и мнения о калькуляции цен, распределении прибылей, финансовой прочности страховщика и пр.

Помимо этих *обязательных* дел, актуарии участвуют во многих других видах деятельности страховщика, а иногда и вне страхования. Чтобы отразить эти более широкие области применения знания актуариев, английские специалисты приняли девиз: *Придать финансовый смысл будущему*.

Слово *актуарий* образовано из латинского *актуариус*, которое означало либо стенографиста, либо того, кто составлял счета (Ogborn 1956). Актуарий собирал различные акты римского сената для всеобщего пользования. Он выбирал социальные события из официальных описей и решений магистратов, стенографированные нотариусами, которые присутствовали в судах. В то же время он собирал и Acta Senatus по сенатским протоколам, которые он сам вначале и стенографировал (Ogborn 1956).

Когда звание актуарий начало впервые придаваться лицам, которые проводили математические вычисления в страховании, оно ещё не имело своего нынешнего значения. Но профессия актуариев совершенствовалась: лица, обладавшие необходимым умением, должны были исследовать задачи о случайностях в жизни, особенно в связи с обществами страхования жизни и подобными учреждениями, которые способствовали финансовому благополучию в будущем.

Впрочем, нынешние требования к актуариям начали укореняться в XVIII в., после того, как актуарий Уильям Морган, глава администрации общества страхования жизни Equitable Life Insurance, произвёл страховые вычисления. Термин *актуарий* и перенёс с *актуариуса* [см. выше] антиквар, который был тесно связан с этим обществом (Evans 1998).

2. О ранней истории страхования и теории вероятностей

2.1. Происхождение страхования. Риски отдельных лиц и сообществ существовали с самых ранних времён. Очевидным смягчением последствий риска было использование пожертвований от тех, кто оказался счастливее. Но этот недостоверный метод не был удовлетворительным и к тому же мог опозорить получателя. Естественно поэтому, что стали отыскивать другие средства необходимой помощи по праву, а не в виде благотворительности.

Самые ранние намёки на существование страхования и годичных рент восходят к Вавилонии и древнему Египту[2]. Вот выдержка из кодекса Хаммурапи из Вавилонии XVIII в. до н. э. (Lewin 1998) как пример первых форм страхования грузов:

Если купец одолжил деньги торговцу, который хотел получить выгоду, но оказался в убытке, торговец должен вернуть деньги купцу. Если же в пути враг заставил торговца отдать носимое с собой, то он подтвердит это происшествие клятвой и освобождается от возврата долга.

Здесь заложена идея взаимного страхования: на основе соглашения члена группы, потерпевшего потерю без вины,

компенсировали другие её члены. Позднее эта практика стала более современным страхованием и даже включила вкладчика капитала для её финансирования. К примеру, при успешном морском плавании полученные деньги возвращались с высоким процентом, в противном же случае деньги не возвращались.

Весьма рано было замечено, что риск вкладчика значительно уменьшается, если деньги распределяются на несколько попыток. Позже, в XIV в., элемент предохранения (излишний процент) был отделён от финансового элемента. Страховую защиту уже не обязательно предоставлял вкладчик, иногда – иные *страховщики*, и таким образом родилась современная форма страхования (общего, а не страхования жизни).

Первый известный истинный страховой полис подобного рода относится к 1350 г. (Lewin 2001). Груз пшеницы из Сицилии в Тунис был застрахован при страховой премии в 18%. Страховщик, Леонардо Каттанко, взялся застраховать все риски, начиная с деяний Бога[3] до опасности моря.

Риски смертности или [финансово необеспеченной] долговечности предохраняют, соответственно, две основные формы страхования жизни. Для [предохранения от] последнего риска обычно применяется термин *рента*, т. е. ряд закономерных пожизненных выплат лицу или лицам. Примером служит пенсия.

Наше описание рент основано на Kopf (1927). Принято считать, что в Вавилонии были довольно распространены периодические выплаты, обеспеченные землёй или иной собственностью. Кодексы египетских законов свидетельствуют, что ренту купил принц, правивший во время Среднего Царства. Существует немало свидетельств и о том, что римляне имели необходимые статистические данные и обладали требуемым умением в арифметике для составления грубых таблиц рент. Покупка и продажа рент была широко развита, и существовало некоторое познание о влиянии смертности на фонды общественной взаимопомощи, которые были общераспространёнными в гражданских и военных сообществах. Римляне II и III веков н. э. были хорошо знакомы с вычислениями. Знаменитая таблица для капитализации рент приписывается префекту Ульпиану (около 225 н. э.).

После падения Рима в IV в. н. э. денежная экономика почти исчезла. Одной из причин был церковный запрет ростовщичества. Взимать проценты разрешалось, если кредитор подвергался опасности потерять свой капитал или выгоду, а процент в таких случаях назывался компенсирующим. Церковные указы в основном относились к ростовщическим ценам на потребительские нужды бедняков и бедствующих. В основном сама церковь пробудила общий интерес к пожизненным рентам. Монастыри и другие религиозные учреждения давали землю [во временное пользование?] в обмен на годичные выплаты.

Распространение рент возродилось в позднее средневековье. Одной из причин был возможно отказ от римских цифр (около 1150) и переход к арабским цифрам, равно как и открытие

древней греческой и арабской математики. В XI в. в Германии бароны и графы стали в обычном порядке вести свои войны наёмниками и покрывали большую часть расходов закладкой земли за ежегодные выплаты для них. Этот метод распространился и в другие европейские страны. Так, в 1470 г. Генуя имела неоплаченные обязательства этого типа (долги оплачивались рентами) более, чем на 11 *млн* лир. В Германии этот вид финансирования городов был таким доходным, что в некоторых городах его запретили частным лицам.

Ренты обычно оплачивались дважды ежегодно. Должностной чиновник в городе отыскивал лиц, которые имели право на ренту, вывешивал объявление на дверях церкви, открывал контору и просил пенсионеров приходить за рентой[4]. С другой стороны, в Лейдене в середине XVI в. лицам, сообщавшим о смерти пенсионеров, выдавали вознаграждение. Вознаграждалось также и выявление мошенничества с рентами.

2.2. Страхование жизни на научной основе. Долгое время пари о жизни и её страхование считалось почти одним и тем же делом[5]. Можно было держать пари о жизни короля страны или о потере им страны в результате войны. Чтобы страхование стало считаться более серьёзной деятельностью, следовало разорвать его связь с азартными играми. В Англии эти виды деятельности были законодательно разделены лишь в 1774 г., в то самое время, когда страхование жизни уже начало в какой-то степени вводиться на научной основе.

Три предварительных условия были необходимы для подобного перехода: понимание понятия (сложных) процентов, появление количественной теории вероятностей и соответствующих статистических данных. Первое условие было выполнено не позднее XV в., а в 1613 г. лондонский математик Ричард Уитт опубликовал важнейшую книгу о сложных процентах. Он глубоко проник в эту тему в практическом смысле, привёл много таблиц и примеров. Возможно, что в 1614 г. таблицы сложных процентов зародили мысль о логарифмах их изобретателю Неперу (Lewin 1998; 2001)[6].

Начало проявляться лучшее понимание вероятности. Для греков размышления об играх и сами игры были разделёнными видами деятельности (?). Они понимали, что в будущем может произойти больше вещей, чем произойдут на самом деле, но они мало интересовались экспериментированием (Bernstein 1996). Серьёзное изучение рисков и вероятности началось в эпоху Возрождения.

Пионерным оказался труд Кардано XVI в. Он изучал азартные игры и вероятности бросков игральных костей. В начале XVII в. французский дворянин Де Мере […][7].

Третьей опорой научного страхования жизни послужило возникновение более надёжной статистики о человеческой жизни, которая также начала ускоренно развиваться в XVII в. Одной из причин была необходимость правительствам различных стран представлять себе свои ресурсы, например, для военных нужд. И, как было сказано выше, многие правительства и города

продавали пожизненные ренты для финансирования войн или развития территорий[8].

Одним из новаторов изучения смертности был Джеймс [Джон] Граунт, см. Lewin (1998) […]. Но он мало повлиял на страхование жизни или сделки с пожизненными рентами, не были его результаты связаны и со сложными процентами.

Влияние в 1671 г. оказал голландский премьер-министр де Витт[9], который принял их во внимание. У него и раньше была высокая репутация за успехи, и теоретические, и практические, в морских сражениях (Barnwell 1856). Он обосновал свои исследования бюллетенями рождений и смертей различных городов Голландии и представил свой доклад Генеральным штатам (парламенту) с рекомендациями о стоимости продаваемых правительством пожизненных рент. Так, по его расчётам стоимость ренты на трёхлетнего ребёнка при 4% на капитал должна была равняться 16 годовым выплатам вместо 14, притом назначаемым без различия возрастов. Впрочем, его рекомендацию не приняли: побоялись, что уменьшится объём продаж этих рент.

Первую широко известную работу о стоимости рент опубликовал Галлей (Halley 1693). Этот знаменитый астроном видимо более известен тем, что в его честь названа [периодическая] комета. Он обосновал свои выводы статистикой Бреслау, которая указывала количество смертей в каждом возрасте совместно для мужчин и женщин. На основе этих данных, в предположении стационарного [закрытого] населения, Галлей составил таблицу дожития. Она указывала, сколько человек, как можно было бы ожидать, доживут до каждого возраста из тысячи новорождённых. Так, к 60 годам следовало ожидать, что останется 242 человека. Галлей учитывал сложный процент и применил свои результаты так же, как сегодня сделал бы актуарий при обычном страховании жизни. Он перечислил шесть возможных приложений своей таблицы:

1. *Указывать долю мужчин, способных носить оружие, в любом множестве населения, т.е., скорее, мужчин в возрасте от 18 до 56, чем от 16 до 60. Самые молодые из последних обычно слишком слабы, чтобы переносить изнурения войны и тяжесть оружия, а самые старые из них, хотя и бывают случаи противоположного характера, слишком шатки умом и немощны ввиду своего возраста.*

2. *Показывать различные степени смертности, или, скорее, жизнеспособности в каждом возрасте. Если разделить количество лиц любого заданного возраста, остающихся в живых через год, на разность между этим числом и количеством живущих в назначенном более позднем возрасте, частное покажет соотношение шансов человеку в этом заданном возрасте остаться в живых в течение года.*

3. *Но если спрашивается, при каком оставшемся сроке жизни шансы жить и умереть совпадут, таблица легко ответит на этот вопрос. Ибо если число живущих в данном возрасте*

[должно] *сократиться вдвое, таблица покажет, в каком году это произойдёт ввиду смертности. И это и будет возрастом, до которого у человека заданного числа лет есть равные шансы дожить или не дожить*.

4. *Стоимость страхования жизни должна регулироваться сказанным выше, так что будет выявлено, например, различие в стоимостях страховки 20-летнего и 50-летнего. Для первого соотношение шансов прожить год равно 100:1, но лишь 38:1 для второго*.

5. *От этого* [от возраста] *зависит оценка пожизненных рент, ибо ясно, что покупатель ренты должен уплатить лишь за ту часть цены ренты, которая соответствует шансам его дожития. И сумма всех этих ежегодных значений* [этих ежегодных уплат] *будет равна цене его пожизненной ренты. Далее, нынешняя стоимость денег, уплачиваемых после нескольких лет при любом заданном проценте на капитал, может быть определена либо по уже составленным таблицам, либо почти так же быстро по таблице логарифмов*. […]

6. *Стоимость двух жизней оценивается по тому же правилу*.

Принципы вычисления были понятны, но сами они оказались тягостными. Их объём можно было уменьшить, если выразить число живущих в каждом возрасте математической формулой, т. е. элементарной статистической моделью. Первым этого добился Муавр в 1724 г. Он предположил, что численность живущих [начиная с 12 лет] убывает в арифметической прогрессии.

И всё же прошли годы, прежде чем научное обоснование ворвалось в страхование жизни. В Англии пожизненные ренты продавались довольно свободно, но их цена главным образом оставалась основанной на грубых эмпирических правилах. Различные виды страхования жизни в основном являлись краткосрочными, причём страховые премии определялись опытом и суждением страховщика. К концу XVIII в. были развиты новые методы, и их успешно применяли, особенно упомянутым выше Обществом разумного страхования жизни и прав наследования (Society of equitable assurances on lives and surivorships) [это же общество с несколько иным названием было упомянуто в конце § 1], которое имело в своём штате *первого* актуария.

В основном страхование жизни всё ещё оставалось рискованным, и многие страховые общества разорялись, а деньги, уплаченные покупателями полисов, пропадали. Главной причиной было присвоение излишней доли прибылей предпринимателями. В начале XIX в., после установки надлежащего надсмотра над страхованием, в первую очередь банкротились общества, ведущие рискованные операции. Указанное выше общество выжило вплоть до общего краха 2000 г., но в его архиве сохранились исключительно важные для истории и практики актуарийной науки документы, включая оригинальные работы Бейеса, Джеймса Додсона, Уильяма Моргана и Ричарда Прайса.

2.3. Закон больших чисел (ЗБЧ) и центральная предельная теорема (ЦПТ). Разнообразие рисков было одним из очень ранних краеугольных камней страхования. Оно могло привести к последствиям двух видов: к объединению схожих и независимых рисков и страхованию различных, но независимых рисков. ЗБЧ и ЦПТ являются очевидными аналогами аналитического исследования этих последствий.

Задолго до Якоба Бернулли считалось, что число успехов в *n испытаниях Бернулли* с вероятностью *p* было равно *np*. Итальянский математик Кардано (Ore 1953)[10], к примеру, применял эту формулу для вычислений при игре в кости. Второй подход к ЗБЧ произошёл в астрономии, когда при жизни Кеплера среднее арифметическое стало универсальной оценкой искомой константы; более подробно об этом см. Шейнин (1970; 1977) и Hald (1998)[11].

Неформально ЗБЧ признавался при составлении первых таблиц дожития: *собери достаточно данных и неправильности исчезнут*. Так, де Витт (Haberman 1996) заявил, что

Покупка пожизненных рент на большое число молодых и очевидно здоровых жизней обеспечивает прибыль без случайностей и риска[12].

Якоб Бернулли был знаменитым математиком, и он математически строго исследовал ЗБЧ. По существу он доказал так называемый слабую форму этого закона. Проблема обращённой вероятности, т. е. вывода истинной вероятности события по наблюдениям, вначале не отличалась чётко от ЗБЧ. Изящное решение этой проблемы предложил Бейес, основываясь на том, что совместная плотность двух случайных величин может быть выражена в двух различных формах функцией условных распределений плотности. В 1763 г. его результат посмертно опубликовал его коллега, актуарий Прайс. Впрочем, эта находка оставалась малоизвестной до тех пор, пока Лаплас (1774) не обнаружил её. Результат Бейеса теперь общеизвестен как теорема Бейеса или закон обращённой вероятности[13].

В статистике теорема Бейеса привела к появлению широкой ветви, которую назвали бейесовской (включавшей в себя эмпирическую бейесовскую статистику). Она исследует оценки и предсказания, сочетая априорное знание и новые наблюдения. В актуарийной науке параллель эмпирической бейесовской статистике известна под именем credibility theory[14].

Проблема, которая возникает при приложении ЗБЧ к страхованию, заключается в том, что данные страхования всегда конечны[15] и что уклонения от этого (?) среднего так же важны, как и оно само. Этот закон применяется, например, при оценке необходимости резерва капитала, и потому в страховом деле задача свёртывания многих отдельных и не обязательно совпадающих распределений является центральной.

Приложение ЦПТ было одной из первых попыток теоретически решить эту задачу, а сама она была распространённой темой математических исследований с XVIII в[16]. Ей занимались многие знаменитые математики, Лаплас,

Коши, Пуассон, Бессель и Гаусс. Один из немногих финнов, который упоминается в истории теории вероятностей, Линдеберг, также исследовал эту теорему. Об истории ЦПТ см., например, Hald (1998)[17].

ЦПТ применима, если число случайных переменных (рисков) велико, и ни одно из них не преобладает над их общим действием. В страховании эти условия могут не выполняться, если общая потеря сильно зависит от нескольких крупных рисков. В таких случаях могут оказаться полезными другие распределения, даже если они не обладают никакими конечными моментами кроме первого. В качестве примера часто называется распределение Парето. Понятно также, что при страховании от естественных катастроф, подобным бурям, ураганам, наводнениям и землетрясениям, применяются предельные распределения, основанные на теории предельных значений. Их можно применять и при перестраховке, которая использует идею урезания распределения потерь её покупателя, см., например, Embrechts и др. (2003).

2.4. Теория полезности. Она количественно оценивает предпочтительности рискованных активов и пассивов и близка страховому делу. Можно считать, что эта теория зародилась в XVIII в. В ранней теории вероятностей ожидаемое значение [выигрыша] было основной переменной для принятия решений, но картина изменилась с изобретением петербургской игры[18]. Даниил Бернулли первым предложил придавать значение следствиям и измерять желательность лотерей по ожидаемой полезности. В качестве ожидаемого значения он предпочёл логарифмическую функцию полезности вместо линейной.

Несмотря на близость её понятий к понятиям страховой науки, теория полезности не была существенно приложена к актуарийной практике. Но она важна теоретически, потому что оправдывает существование страхования с экономической и философской точки зрения. Почему покупатель полиса готов платить за него больше ожидаемой потери, т. е. больше, чем ожидаемое в обмен за уплату страховой премии? Теория полезности поясняет, что функция полезности для держателя полиса более вогнута, чем у страховщика, у которого намного больше ресурсов.

2.5. Теория риска и стохастические процессы. Выше, при описании развития страхования жизни, случайность процесса [какого?] признавалась по крайней мере неявно, однако практическое приложение было главным образом основано на детерминированном мышлении, т. е. на вычислении ожидаемых значений случайных величин. В остальных видах страхования роль случайности обычно намного важнее. Впрочем, явные стохастические методы редко применялись на практике, поскольку цены на коммерческое страхование были основаны на опыте и интуиции[19]. Непрерывность деятельности коммерческого общества обеспечивалась существенным увеличением страховых премий, а в обществах взаимного страхования – возможностью в случае потерь обратиться к вспомогательной поддержке. В § 3

будет сказано, что более прогрессивное теоретико-статистическое основание для установления страховых премий при страховании, не связанном с жизнями, начало развиваться только в начале XX в.

В этих видах страхования полисы краткосрочны, их срок обычно не превышает года, тогда как при страховании жизни они обычно заключаются на очень длительное время, даже на много десятилетий. По этой причине при подобных страховых вычислениях с самого начала стремились предусматривать отдалённую перспективу. Но в то же время вычисления по своей природе были статичными: общество страхования жизни считалось суммой отдельных (длительных) полисов.

Для более глубокого исследования общество следовало считать динамической единицей, развивающейся во времени. К примеру, в него непрерывно вливаются новые полисы. Но для исследования подобного общества нужно нечто большее, чем теория, основанная на постоянных вероятностях рисков и вычислениях ожидаемых значений. Теория вероятностей быстро развивалась, но до конца XIX в., когда начали появляться случайные процессы, она тоже в основном имела дело со статичными явлениями.

Одним из ранних авторов теории этих процессов, которые прежде всего прилагались к страхованию, был швед Филипп Лундберг. В своей диссертации он (Lundberg 1903) рассматривал то, что позднее стало известно как теория коллективного риска. До Лундберга портфели обществ исследовались, начиная с отдельных рисков и их суммирования и образования level random variable. Строгое применение этого метода требовало знания распределения вероятностей каждого риска и их свёртывания и было практически невозможным. Впрочем, ЦПТ позволяла получать приближения.

Идея Лундберга была радикальна. Он начал с моделирования общего числа требований в множестве рисков, не обращая внимания на отдельные риски. Его модель предполагала, что появление требований удовлетворяло некоторым условиям, фактически – таким, которые подразумевали процесс Пуассона. Каждому требованию ставилась в соответствие случайная потеря, и все они были взаимно независимы и одинаково распределены. В таком случае общая потеря за данный период времени подчинялась составному распределению Пуассона.

Не зная этого, в контексте страхового дела Лундберг применил понятие стохастического процесса, ключевого в современной теории вероятностей. Строгой в математическом смысле теории этих процессов в то время ещё не было. Хотя Лундберг обратил на себя внимание актуариев, понимали его немногие, и лишь Крамер, см., например, Cramér (1930; 1955), прекрасно пояснил соотношение между теориями коллективного риска и стохастических процессов для широкого круга читателей. В то же время, применив понятия теории меры, Колмогоров установил теорию вероятностей на строгом аксиоматическом основании[20].

Коллективную модель Лундберга можно применять, например, для вычисления вероятности разорения страховщика, т. е. того, что его ресурсы (страховые премии плюс буферный капитал) окажутся недостаточными для уплаты по всем требованиям. Период времени при этом обычно считается бесконечным. Для требований большинства размеров эта задача аналитически неразрешима, но возможны различные приближения. Даже в своей первичной форме эта проблема всё ещё изучается, а её решения улучшаются.

Позднее модель Лундберга обобщили, включив в неё случайный параметр [распределения?] Пуассона и не-Пуассоновские виды процессов для появления требований. Здесь уместно назвать финна Карла Карунена, актуария и позднее главного администратора финского страхового общества, хорошо известного в истории стохастических процессов ввиду разложения Карунена – Лоэва. Ниже, в § 3.3, мы рассмотрим недавние обобщения модели Лундберга.

3. Общая область актуарийной науки, теории вероятностей и статистики

3.1. Основные задачи актуарийной практики. Вот основные практические актуарийные проблемы:

– установление страховых премий
– оценивание задолженности по страхованию/пенсиям
– оценивание достаточности соответствия между активами и пассивами
– оценивание финансовой прочности (платёжеспособности) страховщика

Недавно к этим задачам добавилось построение подробной модели (иногда называемой внутренней) для описания деятельности страховщика. В §§ 3.2 – 3.4 обсуждаются некоторые методы решения этих проблем.

3.2. Установление страховых премий и оценивание мер для удовлетворения требований. К установлению страховых премий можно подходить с различных сторон. Основная практическая задача здесь состоит в её установлении для владельца полиса, который является составной частью коллектива рисков, если общая страховая премия была или не была определена. Эта проблема относится к теории расценок (tariff theory), см. ниже.

Есть и вторая проблема: как определить страховую премию для отдельного человека или коллектива при наличии данных о прежних требованиях с его/их стороны? Это область приложения теории доверительности, систем bonus-malus[21] и теории управления. Здесь различают два основных подхода, которые можно назвать подходом заново и постепенным сглаживанием во времени.

Под первым подходом я подразумеваю поиск *лучшей* оценки требований и других расходов во всё время действия полиса.

Страховую премию при этом полагают равной этой лучшей оценке. Обычно считается, что появляющиеся различия в страховых премиях и в избытке в пользу страховщика не относятся к делу.

Существуют серьёзные доводы в пользу этого подхода, и в общем можно сказать, что ввиду свободной конкуренции на рынке страхования каждый новый период действия полисов следует считать независимым от прошлого. Вход на этот рынок свободен, и поэтому прежние убытки или прибыли не влияют на цены, которые можно установить для будущих полисов. Новые страховые премии всегда должны быть основаны только на оценке будущих расходов без всякого учёта прибыльности прежнего портфеля. С другой стороны, если существовали перемежавшиеся периоды высокой и низкой прибыльности, то результаты подхода заново иногда могут не совпадать с практическим опытом.

Могут также происходить случаи, при которых выравнивание страховых премий по времени является очевидной целью. Это и есть второй подход к установлению этих премий для контролирования изменчивости хотя бы одной из двух переменных, премий или избытков. Закрывая балансовый отчёт, страховщик обязан оценить свою задолженность по уже выдвинутым, но ещё не предъявленным должным образом требованиям. Задержка в их предъявлении может составить несколько лет, и возникающая задолженность обычно называется claims provision [предусмотренная для оплаты требований].

Её оценивание по существу является той же проблемой, что и установление страховых премий. Для будущих премий в основном нужно оценивание будущих требований, тогда как при оценке резервов для их покрытия число и размер предшествовавших требований не известно полностью. И естественно применять те же самые методы и для установления страховых премий, и для оценивания claims provision. Чуточку удивляет, что эта связь не всегда признаётся и две названные задачи рассматриваются по отдельности.

Теория расценок. Как было указано выше, эта теория устанавливает страховые премии отдельного человека из коллектива на основании некоторых характеристик риска (факторов расценки), но не обязательно на знании предшествовавших требований по данному риску. Теория расценок обычно относится к методам установления рискованной части страховых премий в отличие от возможных сбережений в этой премии, в частности при страховании, не связанном с жизнями.

Можно считать, что рискованная страховая премия состоит из трёх слагаемых: оценки ожидаемых требований (для коллектива); надбавки за надёжность, основанной на ожидаемой изменчивости требований и способствующей платёжеспособности страховщика; и надбавки за административные [накладные] расходы.

В принципе определять и составлять эти слагаемые является математико-статистическим упражнением. Впрочем, ввиду конъюнктуры рынка, конкуренции и коммерческих причин рекомендованная премия конечно может быть изменена.

Первые два слагаемых ставят явно классическую статистическую задачу оценивания распределения и, в частности, ожиданий статистических переменных. В интересах страховщика определять факторы расценок, которые установят страхующиеся коллективы в такие подмножества, внутри которых риски достаточно схожи и которые расположены на разумном отдалении друг от друга. Число наличных факторов расценок ограничено лёгкостью сбора данных и проверки того, что риск принадлежит определённому подмножеству. Законодательство часто запрещает применять некоторые факторы, например, расу и пол.

Обычные методы теории расценок, в отличие от специальных, включают многомерные линейные статистики, которые применяются при регрессионном анализе, факторный и кластерный анализы и обобщённые линейные модели, см., например, England & Verrall (2002), Loimaranta и др. (1980), Pitkänen (1975) и van Eeghen и др. (1983). Всё более популярными стали методы поиска данных, особенно для страхования автомобилей.

Теория доверительности. Как было сказано выше, доверительность относится к формулам упорядочения страховых премий при сочетании индивидуальных и коллективных требований. Первым основным источником является Whitney (1918), который исследовал оценивание надбавки за риск (risk premium). Он определил это понятие как ожидаемые расходы по требованиям на единицу риска, выбранного из класса схожих, и объединил опыты индивидуальных и коллективных рисков при помощи обобщённого среднего арифметического из наблюдений среднего требования на единицу риска для отдельного человека и соответствующего среднего для портфеля страхования. Уитни посчитал надбавку за риск (risk premium) случайной переменной, которая отражает характеристики индивидуального риска. Этот риск случайно выбирается из портфеля сходных, но не одинаковых рисков.

После Уитни теоретические основания для упорядочивания по доверительности стали определяться двумя различными путями. Олин из них обычно называется теорией доверительности ограниченной изменчивости, второй – теорией доверительности наивысшей точности. В статистических терминах соответственно модели *с установленным* и *случайным влиянием*.

В первом случае целью является определение числа лет наблюдения, необходимого для того, чтобы оценка параметра индивидуального риска оказалась достаточно близкой к истинному значению. Здесь главным образом применяется нормальное приближение. Иначе говоря, этот первый путь фактически является не теорией, а проблемой оценивания. См. обзор Longley-Cook (1962). Второй путь был разработан после

второй мировой войны. Оценивание, основанное на индивидуальном опыте, было сформулировано математически: оценивание параметра риска случайной переменной некоторой функцией индивидуальных данных. Целью является сведение к минимуму средней квадратической ошибки.

Доверительная теория наивысшей точности быстро развивалась и включила большое число моделей и методов. Примечательны труды Bühlmann (1967; 1969), Bühlmann & Straub (1970); Bühlmann & Jewell (1987) и Hachemeister (1975). В статистических терминах задача равносильна отысканию бейесовской статистики при квадратичной функции потерь. Линейная теория фильтрации (Kalman 1960) также исследует линейное оценивание и предсказания и широко применяется, например, в инженерном деле, теории управления и исследовании операций. В основном эта теория распространяется на многие ранние результаты теории доверительности и линейной бейесовской статистики. Но она не ограничивается предсказаниями и оцениванием, поскольку скрытые переменные считаются динамическими. Поэтому она часто является центральным кварталом теории управления. О её приложении в страховом деле см. также § 3.3.

Системы поощрения и наказания. Эти системы, которые в основном применяются при страховании автомобилей, являются другим основным (и часто более практичным) методом сочетания индивидуального и коллективного опыта. Основной уровень расценок возрастает или убывает в зависимости от того, к какому классу принадлежит владелец полиса. Если он предъявит требование, класс поощрения снижается в соответствии с установленными правилами. Обычно эти системы устраиваются так, что при переходах из класса в класс применима теория цепей Маркова. Подробности см. Lemaire (1995) и Loimaranta (1972).

Модели страхования от болезней. Страхование жизни распространилось, начиная со страхования от смерти или долголетия, и покрывает широкое поле рисков, подобных инвалидности, необходимости длительного ухода и критических заболеваний.

Актуарийные проблемы страхования лица, находящегося в определённом состоянии здоровья, основаны на том, что можно применять методы цепей и процессов Маркова и в дискретном, и в непрерывном времени. К примеру, при страховании от инвалидности пособие выдаётся, если страхователь жив и является инвалидом. Этот пример можно описать при помощи состояний (например, активный, инвалид, умер) и переходов между ними. Нахождение в некотором состоянии или при его изменении обычно означает, что деньги передаются либо владельцем полиса страховщику (например, если страхователь *активен*), либо обратно (например, ренты, если страхователь инвалид)[22]. Переходы из одного состояния в другое характеризуются вероятностями (или интенсивностями). О моделях личного страхования см., например, Hoem & Aalen (1978) и Haberman & Pitacco (1999).

3.3. Моделирование длительной деятельности страховщика и управление ей

Динамические стохастические модели. Ни теория коллективного риска Лундберга, ни её обобщения полностью не признавали роль активного принятия решений администрацией страховщика. Ясно, что она (как и акционеры, инспекторы и другие посредники) реагируют на развитие фирмы. Так, если её финансовое состояние начинает серьёзно ухудшаться, администрация вероятно примет меры для его исправления, например, повысит страховые премии. Если даже решения администрации трудно в точности моделировать, этот вид решений следует учитывать в тех моделях, которые стремятся отражать реальный мир.

За последние два или три десятилетия применение динамического стохастического симулирования для описания деятельности страхового общества расширилось в громадной степени. Пионером в этой области был Teivo Pentikäinen, который с 1975 г. опубликовал ряд статей о динамических стохастических моделях, см., например, Pentikäinen (1975; 1980), Pentikäinen и др. (1989) и Daykin и др. (1994).

Самым последним новшеством является всё большее применение моделей страхового общества также для целей инспекции, к примеру, для определения наименьшего капитала, необходимого для покрытия обязательств по отношению к держателям полисов, т. е. для платёжеспособности. Цель здесь состоит в том, чтобы построить модель страхового общества и при помощи симулирования вывести распределение множества показателей его будущего финансового состояния.

Модель Лундберга была очень простой. Она включала три переменных: буферный риск (избыток), страховые премии и расходы по требованиям (которые определяются по их числу и величинам). В современных моделях число переменных может быть значительным, в частности, в моделях, которые описывают международную финансовую группу с сотнями филиалов и сотнями деловых связей.

Многие, но не все переменные являются стохастическими. Они связаны друг с другом, с одной стороны, детерминированными уравнениями, которые вытекают из учётных соглашений, и, с другой стороны, статистическими закономерностями.

Теория управления. Формализация принятия решений возможна, в частности, методами этой теории, которая кроме того расширяет поле приложения теории доверительности. Главным в теории доверительности обычно является предсказание расходов для покрытия будущих требований, равно как и изменяемости страховых премий.

Соответствующая изменяемость в избытке [капитала] страховщика обычно не учитывается. Это означает, что оптимальность в самом широком смысле не является главной целью, К примеру, [не исследуется,] не приведёт ли иная функциональная форма для вывода правила оценивания к

лучшему результату, т. е. не будет ли достигнута та же самая дисперсия страховых премий при меньшей дисперсии избытка.

Теория управления указывает методы исследования названной проблемы с этой точки зрения и потому лучше описывает её. В этой теории прежде всего должны быть определены критерии действия всех основных переменных данной задачи. Следует решить, какие характеристики переменных важны и назначить им веса в соответствии с их относительным значением. Ясно, к примеру, что интересы страховщика и держателей полисов в разделе общей стохастической вариации или *энергии*, выделенной процессом требований, противоположны. В интересах последних сводить к минимуму эту вариацию, тогда как страховщик ценит плавное течение избытка и результатов страхования. Их общий интерес состоит в сведении к минимуму изменяемости избытка страховщика, потому что в этом случае к минимуму сведётся и надбавка к страховым премиям за надёжность и стоимость капитала. Действительно, при убывании вариаций избытка может быть снижен и его средний уровень, а потому и надбавка к страховым премиям. Теория управления совместно с надлежаще выбранными критериями действительно обеспечивает возможность связно и логично сочетать эти различные пожелания.

Во-вторых, может существовать правило для определения страховых премий. Оно может быть либо явным, либо попыткой повторить их практическое более или менее неявное установление. Методы теории управления позволяют изучить поведение основных переменных при использовании этого правила.

В третьих, изучение правила управления может привести к оптимизации значений параметров этого правила. Четвёртая и более серьёзная задача: исследование оптимизации формы правила оценивания при заданных критериях действия.

В страховом деле при применении теории управления переменные системы могут относиться, например, к части портфеля страхования, его направлению, страховому обществу или рынку страхования. Переменные, характеризующие состояния, описывают параметры системы. Они могут включать объём, положение на рынке, подверженность риску, избыток. Управляющие переменные также могут быть многочисленными и включать, например, уровень страховых премий, усилия на рынке, изменение совокупности активов.

В простейшем случае состояние страховщика описывается только одной переменной, буфером риска, и только одной управляющей переменной, страховыми премиями. Подробнее о применении теории управления в страховом деле см., например, Rantala (2000) и упомянутые в этой книге источники.

Полезным инструментом в исследованиях теории управления оказался метод фильтрации Калмана. Другой распространённый теоретический подход основан на принципе динамического программирования (принципе Беллмана). Практические

приложения теории управления в страховании ещё редки, хоть число теоретических статей о них и возросло недавно.

3.4. Финансовая экономика. Можно справедливо сказать, что актуарии были пионерами в финансовой математике. Сочетание сложных процентов и таблиц смертности было успешным уже 250 лет назад. Также справедливо можно упомянуть, что они не были передовыми в последних разработках, хоть финансы и страхование достаточно близки по своей природе, поскольку рассматривают стоимость финансового инструмента или полисов равной сниженной нынешней стоимости будущих неопределённых потоков наличных денег. По существу (см. § 2), в страховании домов-фургонов и морском страховании финансовый элемент и страховой элемент займа при морском страховании до XIV в. не были разделены. В качестве курьёза можно заметить, что в некотором смысле последняя разработка вернула нас в начальное положение: многие новые результаты так называемой альтернативной передачи риска снова объединяют элементы займа и страхования. Так, в облигациях по поводу землетрясений, которые выпускает страховщик, процент и возможно часть основного займа отбрасываются, если землетрясение происходит.

Последующий текст основан на Whelan и др. (2002).

Начало финансовой экономики обычно прослеживается до Луи Башелье (Bachelier 1900), который представил свою диссертацию Парижской академии наук. Она относилась к математической физике[23], и его руководителем был Анри Пуанкаре. Он написал похвальный отзыв, но заметил, что моделирование французского рынка капиталов в качестве справедливой игры было *несколько отдалено от того, что наши кандидаты обычно исследуют*.

Башелье изучал изменение стоимости акций без твёрдого дивиденда как стохастический процесс. Он начал с того, что ожидания покупателя и продавца равнялись нулю (т. е. образуют мартингал), вывел уравнение, которое позднее стало называться уравнением Чэпмена – Колмогорова (однородный вариант), установил уравнение, описывающее процесс как уравнение диффузии и показал, что винеровский процесс (как он называется сейчас) является его решением. Он определил вероятность того, что цена превысит определённый уровень (или опустится ниже его) в течение заданного времени и установил распределение крайних точек цены.

Основным практическим результатом модели Башелье было то, что стандартное отклонение распределения изменений будущей цены прямо пропорционально квадратному корню из прошедшего времени. Впрочем, это было уже известно французским актуариям. Так, *Journal des Actuaires Francais* заметил это правило на 20 лет раньше. Оно, видимо, широко применялось на французской бирже и по всей вероятности было известно Башелье с того времени, когда он работал на парижской фондовой бирже.

Теоретически работа Башелье стала относительно хорошо известна, и её оценили математики, которые интересовались

стохастическими процессами, а его результаты и методы быстро распространились среди французских актуариев. Но диссертация Башелье не повлияла на экономическую мысль до того, как в середине 1950-х годов её заново открыли Сэвидж и Самуэльсон.

Понятие о повторном портфеле, replicating portfolio (т. е. о портфеле активов, который в точности соответствует потокам наличных средств данного портфеля обязательств) является основным элементом современной финансовой экономики. Помимо прочего, он лежит в основе знаменитой формулы Блэка – Шоулза установления стоимости опций. Ранним предшественником названного понятия в актуарийной математике была так называемая иммунизация, которую ввёл английский актуарий Redington (1952). Его подход не так точно соответствовал потоку активов и обязательств как повторный портфель, но приравнивал длительности (укороченных средних членов) активов и обязательств и увеличивал охват потока наличных денег около их укороченных средних по сравнению с потоком наличных в обязательствах. Эта *иммунизация* предохраняла страховое общество от движений процентов на капитал, поскольку, например, при их возрастании соответствующее понижение стоимости активов уравнивалось аналогичным убыванием обязательств.

Модель убывания постоянно возрастающих дивидендов (dividend discount model) математически очень проста, и часто приписывается экономистам XX в., но (Whelan 2002) её можно найти у Тодхантера (1901). Более того (Whelan), она же встретилась в качестве примечания в 1869 г. в статье Sprague в *Journal of the Institute of Actuaries*.

Часто применяемым инструментом в повседневных приложениях финансовой экономики является сумма на риске. Это также простое понятие, квантиль распределения вероятностей. Оно очень рано широко использовалось в страховом деле для оценки, например, капитала, необходимого для достижения достаточно низкой вероятности разорения. Об истории этого понятия см., например, Pradier (2005).

Whelan (2002) и Hardy (2005) перечисляют некоторые дополнительные актуарийные сочинения, относящиеся к финансовой экономике.

Актуарии тоже разрабатывали стохастические модели для описания деятельности вкладчиков и, в частности, страховщика. Одну из них, которая обычно применяется, предложил Wilkie (1986; 1995). В своей простейшей форме она симулирует совместное распределение скорости (rate) инфляции, доход от облигаций и акций без определённых процентов. Эти модели приспособлены к очень длинным временным рядам финансовых переменных и поэтому обычно обладают повторными средними (mean reverting) характеристиками. Эта эмпирически подмеченная черта противоречит предположению финансовой экономики о случайном блуждании. Возможное объяснение состоит в том, что поведение стоимости активов и, в частности, акций без установленных дивидендов, в длительной перспективе

отлично от их поведения в течение короткого времени. Другие сочинения о стохастических моделях инвесторов включают статью Pukkila и др. (1994).

С актуарийной и математической точки зрения примечательно, что иногда методы финансовой экономики практически применяются как *поваренные книги* без достаточного внимания к подтверждению предположений, принятых при построении моделей. С другой стороны, если все участники рынка станут механически повторять правила, выводимые из моделей, то эти модели окажутся в некотором смысле реальностью. Здесь существует ясное различие от страхования, в котором движущие факторы обычно являются физическими. Но *виртуальный* мир, создаваемый моделями, может рухнуть при включении человеческого фактора. Вспомним банкротство Длительного управления капиталом (Long Term Capital Management), членами правления которого были Myron Scholes и Robert Merton. В 1997 г. они были совместно удостоены призом Банка Швеции (называемого нобелевской премией по экономике), и они же были ведущими специалистами формулы Блэка – Шоулза и, примерно в 2000 г., неустойчивых цен акций технологий информации и связи.

4. Актуарийная наука как часть научного мира

История актуарийной науки показывает её громадные достижения. Детерминированное описание законов смертности совместно с предположенным твёрдым процентом на капитал оказалось полезным инструментом, которому более двухсот лет доверяла деловая практика обществ страхования жизни. Он и сейчас полезен; громадное большинство актуариев в мире всё ещё занимается страхованием жизни и пенсий, используя традиционные методы, хоть новые методы финансовой экономики становятся всё более популярными.

В страховании, не связанном с жизнями, расширенная модель Лундберга, методы установления норм (rates) и модели стохастического симулирования деятельности страхового общества стали установленными методами решения практических проблем.

Тем не менее, актуарийная наука иногда развивалась в отрыве от остальных наук, что повлекло за собой два следствия. Достижения смежных дисциплин не были широко применены для актуарийных целей, а успехи актуариев не проникали в более широкий круг читателей. К примеру, теория доверительности и бейесовская статистика развивались одновременно, но независимо. Соответствующие актуарийные результаты о теории доверительности не распространялись на более широкий круг статистиков. То же самое случилось с актуарийными приложениями к финансовой экономики.

Whelan (2002) указал возможную причину: неудача в общении ввиду, например, различия профессиональных языков. Он сослался на норвежского учёного-актуария Карла Borch, который аналогичным образом исследовал развитие теории

стохастических процессов актуариями, которое мало повлияло на развитие теории этих процессов в теории вероятностей. Он утверждал, что страхование долгое время было возможно не единственным, но наверняка главным практическим приложением теории вероятностей[24]. Актуарии, стало быть, имели собственное поле, и естественно, что они формулировали свои математические результаты в виде решения проблем страхования без пояснения их более общего характера.

В других приложениях было легче заново открывать результаты, чем отыскивать их в существовавшей литературе по страхованию, в которой применялась собственная терминология, притом и эта литература, и эта терминология вероятно были недостаточно известны другим. Отсутствие общения актуариев и статистиков таким образом привело к появлению параллельных и независимых открытий, а перекрёстных ссылок было немного.

Можно сказать, что актуарийная наука не воспользовалась существенными возможностями. Вполне оправдан вопрос: почему актуарии не были впереди при развитии современной финансовой экономики, которая явно тяготеет к математике и теории вероятностей[25], т. е. к собственной области актуариев? Одной из причин могло быть (Bühlmann 1997) чрезмерное удовлетворение актуариев громадными успехами страхования жизни. Зачем тратить время на исследование новых идей, коль скоро прежние, как представляется, прекрасно служат?

И таким образом актуарийная наука рассматривалась как готовое платье, оставалось лишь тонко настроить технические детали. В результате заинтересованные молодые учёные начали наказывать эту науку, вредило также и отсутствие нововведений. Число актуарийных кафедр в университетах стало убывать, и специалисты в других отраслях знания могли бы опередить актуариев.

Это, конечно, не было полной картиной. Сам Bühlmann ссылался на новые идеи в других актуарийных областях и привёл яркие примеры: система поощрений и наказаний в страховании автомобилей, система страхования пенсий, разработанная финскими актуариями, многочисленные попытки модернизировать расценки огневого страхования, история успеха Лундберга в страховании от болезней и другого автора, Hans Ammeter, в групповом страховании жизни.

Но не улучшается ли общение через границы различных дисциплин? По крайней мере, есть один положительный пример. Частично ввиду опасения уступить место финансистам и специалистам других схожих дисциплин, актуарии стали перенимать их терминологию, хоть всё ещё не готовы признать финансовую теорию в качестве существенного инструмента актуарийной практики. Кроме того, они начали заниматься финансовой экономикой, и, имея в виду их практический опыт, что возможно благотворно скажется на прочном развитии этой дисциплины. В соревновании обеих профессий актуарии находятся в неблагоприятном положении, поскольку несколько поздно появились на новом для себя поле.

Однако, во многих странах подготовка актуариев в большей степени сосредоточивается на математике, чем это происходит в университетских школах бизнеса, и значимость образования высокого класса не следует недооценивать. Ясно, что такое образование, достаточная связь практики и исследований и рабочее общение с родственными науками являются необходимыми предварительными условиями успешного развития актуарийной науки. Роль университетов и связи с ними имеют громадное значение.

Единой глобальной модели роли университетов в образовании актуариев или в актуарийных исследованиях не существует. В странах, в которых сравнительно много актуариев, за существенную долю их образования ответственны профессиональные актуарийные общества. Часто имеет место и сотрудничество с общим университетским образованием, так что доля основного образования по математике и статистике выполняется университетами. Специальные актуарийные курсы конечно остаются делом соответствующих актуарийных организаций.

В других странах, в частности, в небольших, образование почти полностью основано на главных университетских экзаменах и, возможно, нескольких специальных актуарийных экзаменах или требованиях практического опыта[26].

Эти две традиции в подготовке актуариев имели последствия в отношениях между практической актуарийной деятельностью, актуарийной наукой и другими математическими и статистическими науками. А именно, существование этих традиций могло быть причиной или следствием того, что нет единой модели состояния актуарийной науки в университетах.

В некоторых странах университеты могут иметь факультеты, посвящённые ей, в других странах актуарийные курсы, если существуют, преподаются в рамках других учебных программ, обычно математики, теории вероятностей или статистики. Иногда актуарийная наука оказывалась в невыгодном положении, потому что её считали слишком практичной и не заслуживающей научного статуса.

Ныне положение выглядит более благоприятно. Университеты начали интересоваться не только подготовкой актуариев, но и актуарийные задачи представляются всё более подходящими для научного подхода к ним. Имеет смысл заметить, что большинство авторов *Encyclopedia* (2004) видимо вышли из научного мира. Это прекрасно, но быть может следует озаботиться тем, что статей от актуариев-практиков в ней так мало. Я уверен, что и эти практики также выиграют от тесного сотрудничества практики и исследований, особенно статистических. Благоприятным это окажется и для страхования. Напомним, что в XIX и первой половине XX в. в скандинавских странах некоторое число выдающихся университетских профессоров математики сыграли ведущую роль в основании обществ страхования жизни и установлении в них традиции

принимать в качестве актуариев высококвалифицированных профессиональных математиков.

Примечания

1. Это ошибка. К примеру, медицинская и звёздная статистика существенно продвинули медицину и астрономию соответственно, да и в статистике населения были установлены законы его движения.

2. О ранней истории страхового дела см. также Шейнин (2013, § 3.1.3).

3. Так называли необъяснимые события.

4. Это описание не означает, что уже в то время существовало социальное страхование.

5. Пари о жизни обычных людей упоминал Гюйгенс в своей переписке 1669 г. (Шейнин 2013, § 3.2.2).

6. Это предположение ошибочно: Непер пришёл к мысли о логарифмах не позднее 1594 г. (Чириков и Юшкевич 1970, с. 56).

7. Следуют выпущенные нами вымыслы о Де Мере и об истории теории вероятностей вообще. См. об этом нашу статью 1977 г. Её упомянул автор, но нам пришлось исправить его существенную библиографическую ошибку.

8. *Выше* правительства не были упомянуты.

9. Влияние де Витта на современников было существенно ослаблено тем, что его исследование длительное время оставалось в тайне. Кроме того, как заметил сам автор, рекомендация де Витта о повышении цены ренты была отвергнута.

10. О Кардано см. также Bellhouse (2005).

11. Ссылки неверны. Впрочем, вместо той нашей, которую следовало тогда указать, можно сейчас назвать другую: Шейнин (2013, § 2.2.4).

12. Де Витт не учёл возможности эпидемий холеры или оспы.

13. Здесь всё перепутано. Понятие обращённой или апостериорной вероятности гораздо шире, чем требовалось в этом контексте. Именно её исследовал Лаплас (1774) и доказал *теорему Бейеса*, у которого был только её частный случай, но Бейес доказал, что обратный ЗБЧ (исследование сходимости статистической вероятности изучаемого события к его теоретической вероятности) требует для достижения той же точности большего числа испытаний, чем прямой ЗБЧ (чем исследование сходимости теоретической вероятности к статистической). Этого не заметили ни Якоб Бернулли, ни Муавр, хоть ясно, что при прямом ЗБЧ информации больше: известна теоретическая вероятность события. По указанной причине мы полагаем, что именно Бейес завершил построение первого варианта теории вероятностей.

14. Эта теория доверительности упорядочивает полезность товаров и услуг.

15. Данные в любой задаче конечны.

16. Гаусс (см. чуть ниже) ничего не опубликовал по этой теме, а вот Муавра автор не упомянул.

17. Вот высказывание Хальда (Hald 1998, с. 336, со ссылкой на Я. В. Успенского): Линдеберг чётко заявил о приоритете Ляпунова.

18. О петербургской игре и Даниле Бернулли см. Шейнин (2013, § 7.1.1). Никаких лотерей Д. Б. не рассматривал и вообще доказывал, что азартные игры невыгодны всем их участникам.

19. Даже в середине XIX в. страхование вряд ли существенно основывалось на вероятностных соображениях, притом, что страховые общества скрывали свои статистические данные и методы исчисления страховых премий. Процветал прямой обман страхователей, ср. конец § 3.4 автора.

20. Аксиоматику Колмогорова автор никак не сочетал со своим изложением. Её значимость для теории случайных процессов отметил, например, Волд [xiii].

21. Система поощрений и наказаний. Ср. *политика кнута и пряника*.

22. Нахождение в некотором состоянии или при его изменении? Так ведь иных положений не существует.

23. См. [viii, Прим. 12].

24. Основными темами были смертность (с приложением к страхованию жизни) и теория ошибок.

25. Почему-то здесь и ниже теория вероятностей отделена от математики.

26. Только ограниченное образование полностью основывается на экзаменах.

Библиография автора

Barnwell R. G. (1856), *A Sketch of the Life and Times of John de Witt* etc. New York.

Beard R. E., Pentikäinen T., Pesonen E. (1969), *Risk Theory*. London.

Bernstein P. L. (1996), *Against the Gods. The Remakable Story of Risk.* New York.

Bühlmann H. (1967), Experience rating and credibility. *Astin Bull.*, vol. 4, pp. 199 – 207.

--- (1969), Experience rating and credibility. Там же, vol. 4, pp. 157 – 165.

--- (1997), The actuary: the role and the limitations of the profession since the mid-19th century. Там же, vol. 27, pp. 165 – 171.

Bühlmann H., Jewell W. (1987), Hierarchical credibility revisited. *Mitt. Vereinigung Schweiz. Versicherungsmathematiker*, Bd. 70, pp. 35 – 54.

Bühlmann H., Straub E. (1970), Glaubwürdigkeit für Schadensätze. Там же, pp. 111 – 133.

Cramér H. (1930), *On the Mathematical Theory of Risk*. Stockholm.

--- (1955), *Collective Risk Theory. Survey of the Theory from the Point of View of the Theory of Stochastic Processes*. *Seventh Jubilee Volume*. Skandia Insurance Co. Stockholm.

Daston L. J. (2005), Domestication of risk: mathematical probability and insurance 1650 – 1830. fee.uva.nl/ke/act/history.htm

Daykin C. D., Pentikäinen T., Pesonen E. (1994), *Practical Risk Theory for Actuaries*. London.

Embrechts P., Klueppelberg, C. Mikosch T. (2003), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance.* Springer.

Encyclopedia (2004), *Encyclopedia of Actuarial Science*. Редакторы J. L. Teugels, B. Sundt. Chichester.

England P. D., Verrall R. J. (2002), *Stochastic claims reserving in general insurance*. *Brit. Actuarial J*., vol. 8, pp. 443 – 518.

Evans J. (1998), Mortality, behold and fear. В книге Renn (1998, pp. 29 – 42).

Haberman S. (1996), *Landmarks in the History of Actuarial Science* (*up to 1919*). Actuarial Research Paper No. 84. Dept. Actuarial Sci. & Statistics. City Univ. London.

Haberman S., Pitacco E. (1999), *Actuarial Models for Disability Insurance*. Boca Raton, USA.

Hachemeister C. (1975), Credibility for regression models with application to trend. В книге *Credibility: Theory and Applications*. Редактор P. M. Kahn. Academic Press, pp. 129 – 163.

Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.

Halley E. (1693), Estimate of the degree of mortality of mankind etc. [Baltimore, 1942.]

Hardy M. R. (2005), We are all “actuaries of the third kind” now. *North Amer. Actuarial J.* April 2005, pp. iii – v.

Hoem J., Aalen O. O. (1978), Actuarial values of payment streams. *Scand. Actuarial J.*, pp. 38 – 47.

Kalman R. (1960), New approach to linear filtering and prediction problems. *Trans. ASME – J. Basic Engineering*, vol. D82, pp. 35 – 45.

Kopf E. W. (1927), Early history of the annuity. *Proc. Casualty Actuarial Soc*., vol. 8, pp. 225 – 266. fee.uva.nl/ke/act/history.htm

Lemaire J. (1995), *Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance.* Kluwer.

Lewin C. (1998), Earliest days. В книге Renn (1998, pp. 9 – 28).

--- (2001), Creation of actuarial science. *Zentralbl. f. Didaktik der Mathematik*, Bd. 33, pp. 61 – 66.

Loimaranta K. (1972), Some asymptotic properties of bonus systems. *Astin Bull.*, vol. 6, pp. 233 – 245.

Loimaranta K., Jacobsson J., Lonka H. (1980), On the use of mixture models in clustering multivariate frequency data. *Trans. Intern. Congress Actuaries 1980*, vol. 2, pp. 147 – 161.

Longley-Cook L. H. (1962), Introduction to credibility theory. *Proc. Casualty Actuarial Soc*., vol. 49, pp. 194 – 221.

Lundberg F. (1903), *Approximerad Framställning av Sannolikhetsfunktionen. Aterförsäkring av Kollektivrisker*. Stockholm.

Norberg R. (2004), Survey of actuarial credibility theory. В книге *Enc*. (2004).

Ogborn M. E. (1956), The professional name of actuary. *J. Inst. Actuaries*, pp. 233 – 246.

Ore O. (1953), *Cardano, the Gambling Scholar*. Princeton.

Pentikäinen T. (1975), A model of stochastic-dynamic prognosis. Application of risk theory to business planning. *Scand. Actuarial J.*, pp. 29 – 53.

--- (1980), A stochastic-dynamic model for insurance business. *Trans. Intern. Congress Actuaries*, pp. 283 – 294.

Pentikäinen T., Bonsdorff H., Pesonin M., Rantala J., Ruohonen M. (1989), *Insurance Solvency and Financial Strength*. Helsinki.

Pitkänen P. (1975), Tariff theory, premium calculation principles. *Astin Bull*., t. 8, pp. 204 – 208.

Pradier P.-C. (2005), Value-at-risk since 1784. A comprehensive history. fee.uva.nl/ke/act/history.htm

Pukkila T., Ranne A., Sarvamaa S. (1994), On stochastic modelling of inflation. *Actuarial Approach for Financial Risks, AFIR* 1994, vol. 2, pp. 589 – 609.

Rantala J. (2000), Control theory – a useful actuarial tool? *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, LXIII, pp. 111 – 127.

Redington F. M. (1952), Review of the principles of life-office valuations. *J. Inst. Actuaries*, vol. 78, pp. 286 – 315.

Renn D., редактор (1998), *Life, Death and Money*. Oxford.

Sheynin O. (1968), On the early history of the law of large numbers. *Biometrika*, vol. 55, pp. 459 – 467. Перепечатка: *Studies in the History of Statistics and Probability*. Редакторы E. S. Pearson, M. G. Kendall. London, 1970, pp. 231 – 239.

--- (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 17, pp. 201 – 259. **S, G,** 30.

Todhunter R., King G. (1915), *Institute of Actuaries' Textbook of the Principles of Interest, Life Annuities and Assurance* etc. London.

van Eeghen J., Greup E., Nijssen J. (1983), Rate making. *Surveys of Actuarial Studies*, No. 2. Rotterdam.

Whelan S. (2002), Actuaries' contributions to financial economics. *Actuary*, Dec. 2002, pp. 34 – 35.

Whelan S., Bowie D. C., Hibbert A. J. (2002), A primer in financial economics. *Brit. Actuarial J.*, vol. 8, pp. 27 – 74.

Wilkie A. D. (1986), A stochastic investment model for actuarial use. *Trans. Faculty Actuaries*, vol. 39, pp. 919 – 954.

--- (1995), More on a stochastic asset model for actuarial use. *Brit. Actuarial J.*, vol. 1, pp. 777 – 964.

Whitney A. W. (1918), The theory of experience rating. *Proc. Casualty Actuarial Soc*., vol. 4, pp. 274 – 292.

Библиография переводчика

Чириков М. В., Юшкевич А. П. (1970), Вспомогательные средства вычисления. Глава (с. 54 – 69) книги А. П. Юшкевич, редактор (1970), *История математики с древнейших времён до начала XIX столетия*, т. 2. М.

Шейнин О. Б. (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Bachelier L. (1913, French), *Theory of Speculation*. Princeton, 2006.

Bellhouse D. (2005), Decoding Cardano's *Liber de Ludo Aleae*. *Hist. Math*., vol. 37, pp. 180 – 202. **S, G,** 79.

Laplace S.-D. (1774), Sur la probabilité des causes par les événements. *Oeuvr. Compl.*, t. 8. Paris, 1891, pp. 27 – 65.

II

I. D. Хилл

Статистическое общество Лондона – Королевское статистическое общество. Первые сто лет: 1834 – 1934 гг.

I. D. Hill, Statistical Society of London – Royal Statistical Society.
The first 100 years: 1834 – 1934.
J. Roy. Stat. Soc., vol. A147, pt 2, 1984, pp. 130 – 139

Замечание.Числа в скобках, например (5, 87), относятся к номерам тома и страницы в журнале Общества. Далее, (*Proc*., 1, 194) подразумевает *Proceedings* Общества (опубл. до появления его журнала), а (*Jubilee*, 263) относится к юбилейному тому журнала, который был издан между томами 47 и 48.

[Добавим: Статистическое общество Лондона и Королевское статистическое общество мы будем сокращённо обозначать СОЛ и КСО соответственно.

Инициал I имени Хилл мог означать, например, Ян или Айвори, и мы поэтому не смогли перевести его.]

1. Введение

Начальной точкой для изучения любой публикации о первых ста годах Общества должна быть книга Bonar & Macrosty (1934), *Annals* … (*Анналы*)… Но тут возникает сложность: как избежать и повторений, и неполного описания событий? Я выбрал девиз: *правду и только правду*, но уж, конечно, не *всю правду*[1]. Данная статья может послужить разве лишь приложением к *Анналам*.

1.1. Учреждение СОЛ. Учреждением СОЛ мы обязаны конференции 1833 г. Британской ассоциации продвижения науки в Кембридже и тому, что Адольф (а не Август, как он был назван в первых двух списках членов ОСЛ) Кетле присутствовал на ней в качестве официального делегата Бельгии. Он привёз соответствующие данные и сослался на *статистический бюджет* (*о пропорциях преступлений, совершаемых в различных возрастах и частях Франции и Бельгии*), надеясь представить его на конференции. Оказалось, однако, что в Ассоциации не было подходящей секции, и Ричард Джонс[2] и Мальтус устроили небольшое совещание по этому поводу.

Среди приглашённых был Чарльз Бэббидж, который предложил создать новую, статистическую секцию Ассоциации и считать совещание её собранием. Он заметил[3], что был

Достаточно осведомлён о том, что заблаговременное предложение чего-то подобного было бы безуспешным. И на самом деле, Общее собрание Ассоциации отчитало нас за явочные действия, утвердило существование нашей секции, ограничило нас довольно строгими правилами и заставило нас

пообещать воздерживаться от подобного рода действий, с чем мы охотно согласились.

Это решение общего собрания было доложено руководству ассоциации, которое неохотно утвердило его с оговоркой:

Исследования этой секции ограничиваются фактами, относящимися к сообществам населения, которые могут быть выражены числами и которые, будучи достаточно умноженными, сулят указание общих законов.

Ассоциацию беспокоила опасность уклонения из области науки в политику.

Новая секция видимо оказалась успешной, потому что (сообщает Бэббидж) до окончания собрания оно оказалось *таким же многочисленным, как даже самые популярные из других секций*. Это удивляет, потому что никто, кроме Кетле, не был подготовлен к тому, чтобы доложить что-то секции, и потому, что никто их присутствовавших не пришёл, потому что узнал о её существовании.

Важнейшим решением секции с нашей точки зрения было признание необходимости постоянной статистической организации, и Бэббиджа попросили заняться её созданием. И всё же статистическая секция Ассоциации продолжала существовать наряду с СОЛ на протяжении первого столетия существования Общества. Впрочем, в 1855 г. она получила новое название, *Экономическая наука и статистика*, и начала склоняться к экономике.

21 февраля 1834 г. в доме Бэббиджа состоялось собрание комитета под его председательством, секретарём был J. E. Drinkwater. Мальтус, которого поддержал Джонс, предложил

Считать желательным принятие немедленных мер к учреждению в Лондоне статистического общества […] *и поручить президенту и секретарю комитета предпринять всё необходимое, чтобы созвать собрание для этой цели*.

Их предложение было принято единогласно, собрание же состоялось 15 марта 1834 г., что и послужило началом существования СОЛ. Бэббидж, которого поддержал Джонс, предложил

Создать общество и назвать его Статистическим обществом Лондона […], *которое будет состоять в первую очередь из присутствующих, согласившихся со следующими обязательствами* […].

Для подготовки правил деятельности СОЛ был создан временный комитет в составе Бэббиджа, Джонса, Дринкуотера и Генри Халлама. Их заботы можно усмотреть в первоначальных уставных нормах, частично сохранившихся в наших нынешних нормах. На следующем собрании 3 мая 1834 г. были избраны

должностные лица, Совет и президент, маркиз Лансдаун[4]. Список первых членов Совета приведен в *Анналах* (с. 16 – 17), и интересно, что его численность сохранилась до сего дня. Назначены были так же, как и сегодня, три почётных секретаря, притом для общества с числом членов, не доходившим до 1/10 нынешнего.

Вначале надеялись обойтись только почётными должностными лицами и не назначать платного персонала, а численность Совета была частично определена желанием разделить его на подкомитеты разумной величины для производства статистических исследований по поручению СОЛ. Также с самого начала было установлено, что шесть членов Совета ежегодно замещаются.

1.2. Источники информации. В основном я пользовался *Анналами* и статьями Hilts (1978), Drinkwater (1834) и Babbage (1853). В остальном я основывался на журнале СОЛ. *По плодам их узнаете их* [Матфей 7:16], а плодами СОЛ являются в основном его собрания и опубликованные статьи в этом журнале. Там же помещаются годовые отчёты Совета, освещающие другие виды деятельности Общества.

2. Цели Общества

Первоначальные цели были указаны в Проспекте СОЛ (Bonar & Macrosty 1934, с. 22 – 28):

Собирать, приводить в порядок и публиковать факты для иллюстрации условий и перспектив общества [т. е. страны].

Комитеты Совета, отдельные члены СОЛ и даже помощник секретарей принялись собирать факты, но у них, видимо, не было понятия о выборочном методе, и они пытались собирать всё, что удавалось [в те годы об этом методе никто ничего не знал].

Оптимистичным был пятый годовой отчёт 1839 г. Он сообщил о весьма активной работе комитета по образованию: было полностью обследовано шестьсот школ, причём затрат оказалось менее 95 фунтов (2, 130), а оплачиваемый агент исследовал состояние рабочих классов в Сохо[5] (с. 131).

Но через год, в 1840 г., шестой годовой отчёт (3, 8) сообщал:

Комитеты, на которые разделился Совет при образовании СОЛ, мало чего достиг, поскольку они стремились совершить слишком многое. […] *Время от времени Совет может обозревать поле* [своей] *деятельности и указывать лучшие методы действия, но для достижения успеха он должен неизменно основываться на индивидуальных стараниях* (с. 10).

В 1842 г. годичный отчёт (5, 87) указывал:

Вместо расходования дополнительных средств для установления новых данных, которые окажутся ценными, если

только они будут собраны скорее в национальном масштабе, […] *они умело использовали средства СОЛ, чтобы пополнить библиотеку и улучшить места для собрания*.

Это, разумеется, было необходимо, но в то же время означало изменение акцентов. Не слишком ли я бесстыден, замечая, что годичный отчёт того же 1842 г. (5, 86) указывает, что *состояние и перспективы СОЛ остаются удовлетворительными*? Вначале говорилось об *изучении условий и перспектив общества* [т. е. страны, см. начало этого параграфа], теперь же об условиях и перспективе СОЛ. И всё же социальные обстоятельства заботили СОЛ гораздо сильнее, чем сегодня. Годичный отчёт 1855 г. (18, 101) сообщает:

Парламент был завален делами бизнеса. […] *Одной из серьёзнейших задач СОЛ была подготовка к рассмотрению вопросов в этом великом законодательном органе, и представляется, что СОЛ хорошо справляется с этой обязанностью*.

Но политической жизни партий избегали. Граф Харроуби (18, 285) заявил:

Понимание того, что они [СОЛ] *обязаны внести дух партийности в нашу деятельность, было самым почётным образом разочаровано.* […] [Мы внесли – Хилл] *научный дух в* […] *политику, а не политический дух в науку* […]. [Здесь – Хилл] *человек свободен убеждать и быть убеждённым, не рискуя быть обвинённым в предательстве или смене религии*.

Гай в 1865 г. (28, 492):

Почти по всем спорным вопросам к нам обращаются за помощью, потому что верят, что мы спокойно и беспристрастно собираем, приводим в порядок и распределяем факты в истинном научном духе. Наша главная цель – выявление истины, а не устранение обид.

В 1877 г. Shaw-Lefevre (40, 509):

Установленным принципом СОЛ было удержание своей деятельности от политики. Я представляю, что это не означает, что оно отказывается рассматривать проблемы, которые время от времени интересовали и даже волновали страну, оказывались полем битвы соперничавших друг с другом политических партий, – я полагаю, что СОЛ должно прилагать к подобным проблемам критерий истинно философских исследований, ставить стандарт истины выше партийных интересов или политической борьбы, и не удовлетворяться, если какой-либо факт, относящийся к проблеме, остаётся не выявленным или недооценённым.

К тому времени, однако, деятельность и статьи СОЛ скорее склонялась к экономике, торговле и финансам, а не к проблемам

социальных условий, как в ранние дни. Но всё же СОЛ оставалось в рамках первоначального проспекта, т. е. имело дело *насколько возможно с фактами, которые могут быть выражены числами и табулированы*.

В своём президентском послании 1887 г. Гошен (50, 614) счёл своим долгом поблагодарить аудиторию *за терпение*, с которым она выслушала

Эту массу чисел, которую он счёл своим долгом представить. Но если числа не должны сообщаться статистическому обществу, то он хотел бы знать, кому же их можно будет представить.

3. Что такое статистика? Является ли она наукой?

В ранние дни эти вопросы неоднократно вызывали споры. В 1839 г. годичный отчёт (2, 133) указывал, что СОЛ *пытается установить истинные принципы социальной науки*. Годичный отчёт 1840 г. (3, 1) вошёл в подробности, сославшись на

Весьма обычное ошибочное мнение о том, что статистика охватывает все физические науки, к которым применим численный метод.

Там же (3, с. 1 – 2) утверждалось, что

Обязанность, возложенная на СОЛ его основателями, […] *не состояла в том, чтобы просто совершенствовать искусство табулирования*. […] *Она означала, что мы сами должны быть архитекторами науки,* […] *которая окажет честь нам самим и нашей стране*. […] *Статистика, уже по своему имени, определяется как наблюдения, необходимые социальным или моральным наукам статиста, к которому государственный деятель и законодатель обязан обращаться для установления принципов законотворчества и управления*.

В 1856 г. (19, 1) сообщалось о парижской сессии Международного статистического конгресса, на которой было сказано, что

Статистика относится к политике и искусству управления как […] *наблюдение звёзд к астрономии*.

Но в том же году Британская ассоциация продвижения науки всё ещё сомневалась в научной ценности статистики и ослабила упор на неё, включив в свою статистическую секцию всю экономическую науку.

Тем временем лорд Стенли (19, 305) сослался как на статистическую аксиому, что

Законы, которые управляют природу, и, более определённо, те законы, которые действуют на моральное и физическое состояние человечества, постоянны и всего лучше могут быть

всегда выявлены […] *исследованиями и сравнениями явлений, охватывающими очень большое число отдельных случаев*.

А в 1860 г. Senior (23, 360) заявил:

Мы перестанем быть научными, как только начнём советовать или отговаривать или хотя бы одобрять или порицать.

И в том же году Ньюмарч (23, 363) обсуждал *нынешнее положение статистических исследований* и сослался на

Социальные силы, которые правительства полагали контролируемыми, но которые, в чём большинство согласно, теперь сами контролируют правительства.

Он также указал, что

Все попытки составления или применения законов, которые не обоснованы тщательным рассмотрением социальных условий данного случая, являются не более и не менее, чем обманом в одной из его самых опасных форм.

Гай (28, 478 и 491) рассматривал тот же вопрос в своей статье 1865 г., название которой состояло из 50 слов. Он решил, что *существует НАУКА СТАТИСТИКИ* […], *достойная уважения, поощрения и поддержки*.

В 1877 г. Британская ассоциация продвижения науки попыталась упразднить свою статистическую секцию как, строго говоря, не научную, но это нападение было отбито. С тех пор вопрос о научности статистики видимо заглох. Статистики продолжают заниматься ей, и мало беспокоятся о том, что *она* может представлять собой. Но в 1911 г. автор обзора книги Юла (1911), которая впоследствии стала книгой Юла и Кендалла, утверждал, что

Сомнения в том, может ли существовать наука статистики, […] *ныне определённо рассеяны*. […] *Юл достаточно упростил научную суть статистической теории для самого закоренелого скептика*.

Но к тому времени статистическая теория стала по своей природе отлична от всего, что могли представить её основатели.

Исключение мнений. Мы уже видели, что статистическая секция Британской ассоциации была ограничена рассмотрением фактов. Проспект СОЛ сохранил эту традицию:

Статистическое общество будет считать первым и наиболее существенным правилом своих действий тщательное исключение всех мнений из своих протоколов и статей, будет строго ограничивать своё внимание фактами, по возможности такими, которые могут быть указаны численно и табулированы.

Это привело к первому варианту эмблемы СОЛ в виде снопа пшеницы и девизу *aliis exterendum* (для молотьбы другими). Эта эмблема не имела ничего общего с сельскохозяйственной статистикой. (Мы теперь быть может должны её модернизировать, заменив сноп комбайном, который обрабатывает массу чисел, и девизом machina calculatoria exterendum.)

Никогда не было такой реальной возможности усмотреть цель статистики так прозрачно, как ещё в 1836 г. в статье о статистике преступлений (*Proc*., 1, 194):

Без построения теории нельзя статистически представить наш предмет действительно полезным образом.

В 1853 г. Фарр (16, 18) заявил, что

Каждый с удовольствием уплачивает свою законодательно наложенную справедливую долю налогов.

Он уклонился от неприкрашенных фактов и даже предался чистейшему домыслу[6].

В 1857 г. сноп перерисовали в более приличном виде, а девиз убрали. Статистики должны теперь сами *молотить пшеницу*. Гай (28, 483) в 1865 г. вернулся к этой теме, указав, что

Если автор мог успешно скрывать или подавлять своё мнение, то его аудитории не будет запрещено выражать своё собственное мнение. И наверняка было трудно отказывать ему в той свободе, которой нельзя было лишать их.

К 1887 г., т. е. ко времени получения королевского патента[7], никто уже не предлагал исключать мнения.

4. Статистическая теория и математика

Начав просматривать журнал СОЛ при подготовке к составлению этой статьи, я ожидал, что математические методы и теория вероятностей[8] постепенно вторгались в статистику, но в первые 50 лет практически ничего подобного не случилось: появлялись лишь случайные изолированные статьи.

В 1850 г. вышла в свет статья Гая, но она была основана на игре с данными, теории же в ней было немного. Он (13, 43) в частности заключил, что

Формулы математика весьма ограниченно применимы к результатам наблюдения, а если воспользоваться ими неосмотрительно, могут произойти очень серьёзные ошибки.

Впрочем, он (с. 45) сослался на хорошо известную формулу границ ошибки в соотношении мужских и женских рождений

$$p = \pm 2\sqrt{2pq/n},$$ т. е. $2\sigma\sqrt{2}$ или почти 3σ.

В 1855 г. граф Харроуби (18, 285) заявил, что

Применение учения о вероятностях тотчас же приводит одну из ветвей статистики в соприкосновение с высшей математикой.

В своём президентском послании 1869 г. Ньюмарч (32, 366) перечислил 18 разделов статистических исследований, последним из которых был *Математика и логика статистики*. Он (с. 373) заявил, что этот раздел всё ещё находится *на первом этапе своего развития*.

В 1878 г. Джевонс (41, 598), описывая вычислительные машины [арифмометры], сказал:

Чтобы наша статистическая наука продвигалась в соответствии с духом времени, следует часто применять метод наименьших квадратов.

В 1884 г. J. H. Poynting (47, 47) обсуждал цены на пшеницу и применил анализ Фурье для исследования временных рядов. Он таким образом представил самую математическую страницу журнала.

В целом, несколько примеров математических идей в журнале СОЛ за его первые 50 лет сводятся к скудному урожаю. Но в 1885 г. в юбилейный том журнала ворвался Эджуорт с рукописью, в которой была вероятность, кривая нормального распределения, модуль (= $\sigma\sqrt{2}$) и колебания (= $2\sigma^2$), обсуждение знаменателя формулы для модуля среднего, т.е. сравнение *n* и (*n* – 1).

В этой же рукописи речь шла о критериях значимости, применении медианы, параметрических и непараметрических критериях, нормальной и пуассоновой аппроксимации биномиального распределения, модуле суммы и разности и стремлении среднего к нормальности. БОльшую часть этого материала Эджуорт приписал Лапласу и Лексису[9]. Обсуждение его нововведений выявило их малое понимание присутствовавшими (*Jubilee*, 181 – 217).

В том же юбилейном томе Гальтон (с. 263) ввёл квартили и процентили, *неверно* определив их как средние точки 100 равновеликих интервалов и *верно* в 1896 г. (59, 392) как 99 точек делений и приведя графический способ их определения по огиве.

На несколько лет наступило затишье для переваривания услышанного. Затем в 1893 г. Эджуорт (56, 671) описал двумерное нормальное распределение, коэффициент корреляции, приписанный [кем?] Гальтону (56, 674) и резюме статьи Карла Пирсона (с. 676) о математической теории эволюции, в которой он применил термин *стандартное отклонение*[10] и параметр *анормальности* распределения, равный μ_3^2/μ_2^3.

Статьи прежнего вида продолжали появляться, но со щедрым добавлением более математических публикаций Эджуорта, Боули, Юла и Карла Пирсона, в их числе было и президентское послание Эджуорта (76, 165 – 193). В начале 1920-х годов к этой группе авторов присоединился Фишер, а в 1929 г. J. O. Irwin начал публиковать серию статей, которая с 1931 г. стала называться *Последние успехи математической статистики*. Она расширила применение методов Фишера.

5. Помещения

В течение первых ста лет своего существования проблема помещения постоянно заботила СОЛ. [СОЛ много лет помещалось в различных зданиях на правах жильца научных обществ. В 1863 г. Ньюмарч (26, 79) заметил, что шести или семи лондонским обществам социологии следовало бы объединиться в федерацию, а в 1870 г. СОЛ попыталось объединить несколько научных обществ в едином здании (но федерация не упоминалась).]

6. Финансы

[Приводятся сведения о длительном финансовом благополучии СОЛ, которое, однако, иногда оказывалось в должниках. Финансирование естественно связывалось с числом членов Общества. В 1900 г. это число начало *снова возрастать после снижения*, которое *длилось 10 лет*, в 1924 г. оно, *наконец, вновь* превысило тысячу.]

В 1928 г. *никак не было возможно* сокращать расходы без *ухудшения деятельности* (91, 554), но в 1933 г. Совет сумел добиться какого-то сокращения без вредных последствий (96, 668).

7. Избрание членов СОЛ

Первоначальными членами были те, кто подписал *обязательство* 15 марта 1834 г[11]., а до 3 мая комитету, который подготавливал правила деятельности СОЛ, было дано право приёма новых членов. После этого срока новые члены принимались только по рекомендации двух членов и положительного результата голосования. [...]

Избрание в Совет было намного менее демократичным, чем ныне. Шесть членов Совета должны были ежегодно выходить из него, и Совет сам подбирал новых членов. Их утверждало общее годичное собрание СОЛ, но в бюллетени включались только кандидаты Совета. [...]

В 1900 г. (63, 381) было высказано пожелание более демократического назначения в Совет, но результатов не последовало. […]

8. Связи с королевским домом

С ранних дней СОЛ было в известной степени признано королевским домом. В 1840 г. его покровителем стал принц Альберт […] В 1861 г., со смертью принца-супруга[12], королевское покровительство прекратилось до 1872 г., когда покровителем стал принц Уэльский, получивший звание почётного президента. Ставши королём Эдуардом VII, он стал и покровителем СОЛ [вновь стал?], но (несколько жадничая) мы сумели вдобавок заполучить нового принца Уэльского в качестве почётного председателя. В свою очередь, король Георг V стал покровителем в 1910 г., а в 1921 г. мы снова заимели двух покровителей. […]

В 1887 г. СОЛ начало называться Королевским статистическим обществом. [...]

9. Собрания

[…] С 1873 г. в журнале СОЛ начали публиковаться дискуссии по прочитанным рукописям. […] Такова наша славная традиция, которая прославила журнал[13]. [...] С 1924 г. экземпляры рукописей распространялись заблаговременно[14]. [...] С 1926 г. […] мы неизменно предоставляем докладчикам возможность отвечать [в журнале] на дискуссионные выступления.

10. Послания президентов

В 1851 г. с первым президентским посланием выступил граф Харроуби (14, 97 – 103). Его примеру последовали некоторые последующие президенты. В 1871 г. Фарр посвятил большую часть своего послания […] некрологу Бэббиджа, *который был реальным основателем СОЛ в большей степени, чем кто-либо другой*. […]

11. Помощники секретарей

В течение первых ста лет начальником нашей администрации (ныне называемый секретарём) назывался помощником секретаря, т.е. помощником почётных секретарей. За первые 100 лет их было 19. […]

До 1891 г. помощник секретаря был также и библиотекарем, затем, однако, эти должности были отделены друг от друга. […]

12. Почести и награды

В 1873 г. Гай (36, 1 – 18) прочёл доклад *Джон Хоуард как статистик*, а позднее (37, 308) учредил медаль Хоуарда[15], которую следовало ежегодно присуждать

автору наилучшего обзора какой-либо социальной проблемы из числа изучавшихся Хоуардом[15]. [...]

После 1877 г. можно было составлять обзоры любой социальной проблемы. […] С 1930 г. эта медаль не присуждалась. […] Гай умер в 1885 г., и в 1891 г. (54, 418) было решено учредить медаль Гая *в честь величайшего благотворителя Общества* […]. Жаль, что нет никакой медали в честь Бэббиджа.

13. Особые заседания

[…] На общем годичном собрании 1934 г. уходящий президент лорд Местон (97, 654) сказал:

Общества приходят и уходят поразительно быстро, и очень немногие могут оглянуться и увидеть такое же прошлое, как наше. […]

Примечания

1. Формула, которую обязан повторить свидетель: указывать *правду, всю правду, и только правду*.

2. Ричард Джонс, 1790 – 1855, экономист.

3. В нескольких случаях Хилл небрежно разъясняет хронику описываемых им событий. Читателям приходится устанавливать её по смыслу контекста.

4. Дальний потомок Уильяма Петти.

5. Район Лондона, в то время населённый беднотой. О страшном положении *рабочих классов* того времени см. Chadwick (1842).

6. Зачем было вспоминать эту чушь, к тому же не относящуюся к делу?

7. Разрешение чего-то или какая-то привилегия, предоставленная частному лицу или организации.

8. Теория вероятностей либо не считалась *настоящей* математикой, либо её полагали отдельно существующей математической дисциплиной. См. также чуть ниже утверждение Гая.

9. О Гауссе он не вспомнил. Поразительный и не вполне понятный факт: даже самые выдающиеся математики и статистики (Чебышев, Фишер) не воспринимали всерьёз теорию ошибок Гаусса. До сих пор ведь прекрасно чувствует себя несуществующая теорема Гаусса – Маркова. Доказал её Гаусс, Марков же не имел к ней никакого отношения.

10. Считалось (David 2001, с. 226), что Карл Пирсон ввёл этот термин на год позже. Параметр анормальности (см. чуть ниже) не был ещё эксцессом.

11. Выше, см. § 1.1, было упомянуто обязательство, но и там не было никакого пояснения.

12. Мы не сочли нужным уточнять подобные сведения.

13. Существует в КСО и отвратительная традиция, см. наш общий комментарий к статье Плекетта [iii].

14. Это неясно.

15. Джон Хоуард, который описал состояние тюрем.

Библиография

Сокращение: *J. Roy. Stat. Soc*. = JRSS

Babbage Ch. (1853), Manuscript. JRSS, vol. 124, 1961, p. 546.

Bonar J., Macrosty H. W. (1934), *Annals of the Royal Statistical Society.* London.

Chadwick E. (1842), *Report on the Sanitary Condition of the Labouring Population*. Edinburgh, 1965.

David H. A. (2001), First (?) Occurrence of Common Terms etc. В книге David H. A., Edwards A. W. F., *Annotated Readings in the History of Statistics*. New York, pp. 209 – 246.

Drinkwater J. E. (1834), Manuscript. JRSS, vol. 98, 1935, pp. 140 – 151.

Edgworth F. Y. (1913), The use of the theory of probabilities in statistics relating to society. JRSS, vol. 76, pp. 165 – 193. Не вошло в трёхтомное собрание сочинений автора 1996 г.

Guy W. (1850), On the relative value of averages derived from different numbers of observations. JRSS, vol. 13, pp. 30 – 45.

--- (1865), On the original and acquired meaning of the term *statistics*. JRSS, vol. 28, pp. 478 –

--- (1873), John Howard as a statist. JRSS, vol. 36, pp. 1 – 18.

Hilts V. L. (1978), Aliis exterendum, or, the origin of the Statistical Society of London. *Isis*, vol. 69, pp. 21 – 43.

Yule G. U. (1911), *Introduction to the Theory of Statistics*. London. С 1937 г. в последующих изданиях этой книги дополнительно указан второй автор, M. G. Kendall. Перевод: Юл Дж. Э., Кендалл М. Дж. (1960), *Теория статистики*. М.

III

Р. Л. Плекетт

Королевское статистическое общество. Последние пятьдесят лет (1934 – 1984)

R. L. Plackett, Royal Statistical Society.
The last fifty years: 1934 – 1984.
J. Roy. Stat. Soc., vol. 147, pt. 2, 1984, pp. 140 – 150

Замечание. Если не указано противное, числа в скобках, например (131, 478 – 529), указывают том и страницы того же журнала, *J. Roy. Stat. Soc.*

1. Введение

Составление отчёта о последних 50 годах Общества было намного облегчено прекрасными *Annals of the Roy. Stat. Soc.*, 1934 – 1971 (L. H. C. Tippett, 135, 545 – 568). Мы часто пользовались его уместным описанием в тех случаях, когда оба отчёта перекрываются[1]. Дальнейшие подробности этого более раннего периода см. *Annals* за 1972 г.

2. До 1939 г.

С 1931 г. журнал Общества [КСО] публиковал ежегодные статьи J. O. Irwin о последних успехах математической статистики. К тому времени английская статистическая школа стала хорошо известной в других странах, и возник поток книг и журналов из них, который вскоре превратился в наводнение[2]. В лабораториях фирмы Bell Telephone Lab. W. A. Shewhart разработал контрольные карточки качества для предоставления данных массового производства. В 1932 г. он прочёл три лекции в Университетском колледже Лондона о роли статистического метода в стандартизации промышленного производства и стимулировал интерес к промышленной статистике, вызванной статьёй Э. С. Пирсона о контроле качества[3]. В 1933 г. эта деятельность привела к созданию секции промышленных и сельскохозяйственных исследований [см. ниже].

В 1934 г. КСО начало издавать *Приложения* (*Supplements*) к своему журналу. До 1940 г. на титульном листе оно называлось органом секции промышленных и сельскохозяйственных исследований.

Приложения публиковало рукописи, представленные на собраниях секции, дискуссии по ним, а также прочие рукописи. В зачитанных рукописях приложения статистики предпочитали её методологии. Некоторые рукописи были обзорами конкретных практических проблем, но они не были слишком математически сложными. С самого начала *Приложения* отводили место для статистической теории.

3. Годы войны

Война глубоко повлияла на деятельность КСО. До 1942 г. трудности путешествий, вызванные затемнением и опасностью воздушных налётов, сделали невозможными собрания в зимнее время. Рукописи, которые могли бы быть зачитаны на этих несостоявшихся собраниях, были опубликованы в журнале КСО.

Многие статистики были заняты выполнением военных нужд, и это уменьшило деятельность КСО, а Исследовательская группа и секция промышленных и сельскохозяйственных исследований прекратили свою работу.

Приложения публиковались лишь до 1940 г., что разочаровало многих. Тем не менее, в конце 1942 г. упор на контроль качества материалов военного назначения, в основном по инициативе B. P. Dudding, привёл к образованию секции промышленных приложений. В те годы статистика в Англии была не только жива и здорова, но более активна, чем когда-либо ранее.

4. Профессиональные дела

Во время войны многие были вовлечены в статистику, и впоследствии быстро возросло приложение статистических методов, – в правительстве, промышленности, сельском хозяйстве, медицине, – и в то же время существенно расширилось преподавание статистики. КСО предвидело необходимость как-то предоставить социальное положение знающим статистикам, хотя в то время было всего несколько курсов статистики с выходом на учёную степень и никаких официальных экзаменов по этой дисциплине.

После специального общего собрания 1944 г. в Тайный совет[4] было направлено ходатайство о разрешении КСО экзаменовать [по статистике] и выдавать дипломы или сертификаты. Но 14 человек направили туда же ходатайство противоположного смысла, к которому присоединилось Королевское экономическое общество. Основным доводом было то, что термин *статистик* не является определённым.

Оказалось, что ходатайство КСО вряд ли будет удовлетворено, и поэтому оно ввело иную схему: каждый его член мог экзаменоваться, чтобы его статистические познания были проверены. Экзамены начались в декабре 1947 г. и продолжались до 1959 г., когда Совет [Совет КСО] решил, что иные осуществляемые меры привели к их ненужности.

Для проверки профессиональной пригодности в 1948 г. был создан Институт статистиков[5] как последователь Ассоциации зарегистрированных статистиков. Эта цель достигалась экзаменами и учётом тех, кто был достаточно умел и обладал необходимым практическим опытом. В начале 1978 г. КСО рассмотрело последствия задуманной Институтом просьбы, а именно, ходатайства о получении Королевского патента[6], и в конце 1979 г. на встрече представителей КСО и Института был поднят вопрос об их объединении. В 1980 г. для обсуждения этого вопроса была образована рабочая группа, которая решила, что объединение возможно. КСО поэтому запросило

юридического совета о своих тогдашних правах, и получило заверение в том, что сможет официально экзаменовать. (Это мнение должен был утвердить Тайный совет, но соответствующая просьба не была послана.) Будь подобное истолкование принято в 1944 г., Институт, возможно, не был бы создан.

В мае 1982 г. состоялось общее собрание КСО и Института, на котором 67% членов Общества высказалось за объединение, и таково же было мнение преобладающего большинства членов Института. В октябре того же года специальное общее собрание КСО решило, что требуемое изменение устава должно утвердить не менее 2/3 членов при голосовании по почте. Однако, в июле 1983 г. Совет решил, что объединение нежелательно. Основным препятствием было определение и социальное положение членов КСО различных категорий.

Образование и тренировка по статистике периодически освещались в статьях и обсуждались на собраниях Общества. Сразу после окончания войны Совет назначил комитет для рассмотрения преподавания статистики в университетах, университетских колледжах и школах и опубликовал два отчёта (110, 51 – 57; 115, 126 – 137). На сессии[7] 1962 – 1963 гг. был избран комитет, общий с Институтом, чтобы предоставлять советы технологическим и техническим колледжам о подготовке программ [по статистике] и т. д.

В 1969 – 1973 гг. были аналогично (?) изучены технологические и коммерческие колледжи (137, 412 – 427). В 1965 г. был учреждён общий комитет по обучению статистике в школах, и в его первом отчёте были рассмотрены программы для получения сертификатов повышенного уровня, а также и учебных планов выпускных классов.

Во время сессии 1970 – 1971 гг. было предложено образовать совместную группу с Математической ассоциацией и Институтом математики и её приложений для изучения образования. Впрочем, комитет, который должен был учредить эту группу, стал независимым комитетом по статистическому образованию. В 1976 г. этот комитет убедил Школьный совет[8] оплачивать расходы по статистическому обучению школьников в возрасте 11 – 16 лет в Шеффилдском университете. КСО беспроцентно одолжил средства, чтобы помочь становлению журнала *Teaching Statistics* (Обучение статистике), который впервые появился в 1979 г. Финансовую помощь журналу также оказали Трест прикладной теории вероятностей, Институт статистиков и Международный статистический институт. […]

В 1949 – 1956 гг. в серии А журнала КСО под редакцией М. Дж. Кендалла появилось почти 40 статей об источниках и сути статистики Соединённого Королевства. Позднее они были переизданы в виде двухтомника. Новая серия статей должна была возможно полнее осветить экономику и социологию, и в помощь её редактору […] был создан объединённый комитет Исследовательского совета социологии и КСО.

В 1974 г. началась публикация Reviews of United Kingdom Statistical Sources (Обзоры источников статистических данных Соединённого Королевства). В течение 1970 г. S. Rosenbaum исследовал положение статистики в социологических исследованиях и влияние преподавания на него. Он посетил факультеты университетов, институты и исследовательские подразделения; обсуждение его отчёта см. (134, 534 – 610).

5. Собрания

После войны были учреждены *Местные группы*, в которых стала происходить деятельность Секции промышленных приложений и с 1960 по 1983 гг. их число возросло с девяти до семнадцати. В 1945 г. появилась секция по исследованию методологии статистики, в 1955 г. – медицинская секция и секция социальной статистики – в 1977 г. В 1979 г. президент КСО предложил создать Национальный статистический совет, но была учреждена только правительственная исследовательская группа статистической службы, притом лишь в 1982 г. В том же 1982 г. по инициативе Дортмундского университета в Йорке прошла англо-германская статистическая конференция. […]

6. Публикации

Приложения к журналу КСО, прекратившие выходить в 1941 г., возобновились в 1946 г., а в 1948 г. Совет решил, что их название перестало соответствовать журналу с высокой репутацией и что и основной журнал, и *Приложения* будут единым журналом в двух сериях соответственно: серия А, общие вопросы, и серия В, методология.

По существу серия В стала органом Исследовательской секции. […] Серия А является органом КСО в целом и публикует труды плановых собраний (с 1968 г., за исключением тех, которые организует Исследовательская секция). Математический уровень обеих серий неуклонно возрастал, а пропорция статей в серии В, публикуемых отечественными авторами, существенно снизилась.

После 1948 г. начало усиливаться ощущение пробела в журнале. Практические приложения статистики не отражались так же хорошо, как в *Приложениях*, а деятельностью секций (кроме Исследовательской) в основном пренебрегали. Возникшее положение обсуждала конференция 1950 г. секции промышленных приложений, и, соответственно, Совет решил учредить журнал *Applied Statistics* (Прикладная статистика). Он появился в 1952 г. под редакцией L. H. C. Tippett, который и был в основном ответственным за его подготовку к изданию.

Целью нового журнала было удовлетворение потребностей всех тех, кто занимался статистикой, а не только профессиональных статистиков, а именно простое и понятное представление статистического подхода и иллюстрация современных статистических методов повседневными приложениями. Заметным новшеством стало появление [в новом журнале] раздела статистических алгоритмов, число которых ныне приближается к 200.

За последние 30 лет характер журнала изменился, и время от времени выражалась озабоченность по поводу склонности к намного более специализированному изданию. Редколлегия придерживается первоначальных целей, но остаётся общая проблема: выбирать материал для публикации можно только из присылаемых рукописей.

В 1964 г. этот журнал стал серией С единого журнала КСО. Общество также переняло его публикацию, которую ранее осуществляла коммерческая фирма. Тогда же было установлено, что члены КСО могут выбирать получаемую ими серию журнала, и число членов, выбравших *Applied Statistics* (название, под которым начала выходить серия С), немедленно возросло. [Описывается расширение раздела статистических алгоритмов.]

В 1974 г. появился журнал *News and Notes* (Новости и замечания), посвящённый хронике КСО.

7. Отношения с общественностью

[…] В 1971 г. Тайный совет предложил КСО совместно с Британским компьютерным обществом направить представителей в его комитет по исследованию конфиденциальности переписей, особенно в связи с [предстоявшей] переписью населения того же года. Впоследствии правительство издало *Белую книгу Конфиденциальность переписи населения*, которая полностью перепечатала отчёт этих представителей с комментарием. Которое представило правительство (136, 583 – 596).

Вслед за появлением *Белой книги Компьютеры и конфиденциальность данных* был учреждён Комитет защиты данных, который попросил КСО представить сведения [своё мнение?]. В 1979 г. отчёт этого комитета обсуждался на симпозиуме (142, 299 – 328), а в 1982 г. Совет одобрил отклик на эту *Белую книгу*. КСО было в основном озабочено тем, чтобы излишние ограничения не были наложены на применение данных для исследований. Тогда же Подкомитет по взаимоотношениям рас и иммиграции Комитета внутренних дел Палаты общин попросил КСО представить предложения о включении вопросов о расовом или этническом происхождении в перепись 1986 г. Мнение было составлено объединённой рабочей группой КСО и Иститута […].

В 1980 – 1981 гг. президент КСО и премьер-министр обменялись письмами по поводу […] государственной статистической службы[9]. Президент выразил надежду на то, что финансирование Службы не будет сокращено за счёт качества работы и предложил выяснить мнение пользователей. В своём ответе премьер сообщила, что консультации уже ведутся, и что качество и приложения следует рассматривать с учётом стоимости. См. дискуссию (145, 195 – 207).

В 1976 г. Королевский колледж врачей составил отчёт *Фторид, зубы и здоровье*, и одно утверждение в нём было поставлено под сомнение в Конгрессе США. Американцы утверждали, что смертность возросла сильнее в районах, в которых вода была

фторирована[10]. По этой причине Президент Королевского колледжа спросил, не смогло бы КСО представить своё мнение. Совет пригласил двух человек [членов КСО] исследовать утверждение американцев, и их отчёт был опубликован в серии С журнала (26, 125 – 135; 28, 184).

На годичном общем собрании 1980 г. был задан вопрос об уместности публикаций мнения по подобным спорным вопросам без консультаций с членами КСО. Совет, однако, подтвердил, что уместно представлять статистически прочно установленные мнения.

В 1981 г. было проведено дискуссионное собрание о роли статистика в качестве сведущего свидетеля (145, 395 – 438). Подобные случаи происходили, к примеру, по поводу выборочного контроля, предсказаний, оценки инфляции, индекса налогов и цен, вождения в состоянии опьянения, политики по отношению к энергетике и ротшильдского обзора работы исследовательского совета по социологии. [В 1980 г. D. J. Fruin и I. D. Hill предложили метод, обеспечивающий более высокую степень случайности при выборе присяжных заседателей из общего списка избирателей.] […]

8. Управление Обществом

[Описан порядок замещения должностных лиц, членов Совета, почётных секретарей и казначеев и дебаты по этому поводу. В 1975 г. президентом впервые стала женщина[11] В 1977 г. Совет согласился с проведением выборочного обследования мнения членов КСО по поводу управления Общества, были и дискуссии о желательности более активной роли КСО в общественной жизни.] […]

9. Организация

[Описываются переезды КСЭ в пределах Лондона и соответствующие финансовые обстоятельства. В 1988 – 1989 гг. библиотека КСО была определена как собрание книг по методологии статистики, включая элементарные и мимолётные сочинения и наиболее часто используемые источники статистических данных. Многие члены КСО дарили библиотеке свои книги, и самым щедрым оказался Одны Юл.] […]

10. Взгляд в прошлое

[До 1942 г. членов КСО несколько превышало тысячу, к 1948 г. оно достигло двух тысяч, и примерно тысяча добавлялась каждые 10 лет. К 1980 г. число членов достигло пяти тысяч, но затем его возрастание замедлилось.] […]

Примечания

1. Видимо, отчёты Ирвина и его самого.

2. Это непонятно.

3. По указанной теме нам известны статьи Э. С. Пирсона, опубликованные лишь в 1933 – 1936 гг.

4. Тайный совет: советники монарха, которые также регулируют работу некоторых учреждений.

5. В дальнейшем автор называет его просто Институтом.

6. Королевский патент предоставляет определённые права частным лицам и учреждениям.

7. Автор упоминает и собрания, и сессии, но различия между ними не указывает.

8. Школьный совет существовал в 1964 – 1984 гг. Он координировал экзамены в собственно Англии и Уэльсе.

9. Государственной статистической службой является сообществом сотрудников (не обязательно профессиональных статистиков), находящихся на государственной службе и занимающихся официальной статистикой. Это определение очевидно не указывает ни на какую единую организацию.

10. Непонятно, почему смертность вообще повысилась.

11. Можно подумать, что этот случай был единственным.

IV

Ф. Йонгманс, Ю. Сенитае

Вероятностный *новый принцип* XIX века

F. Jongmans, E. Seneta, A probabilistic *new principle* of the 19th century.
Arch. Hist. Ex. Sci., vol. 47, 1994, pp. 93 – 102

1. Введение

В XIX веке теорию вероятностей развивал Лаплас в своей знаменитой книге 1812 г. и Пуассон (1837). Появилось несколько восторженно сформулированных *новых принципов*, выражающих общие не-интуитивные законы действия вероятностей. Один из них высказал Bienaymé (1840) и включил это выражение, *новый принцип*, в заглавие своей статьи, см. о нём Heyde & Seneta (1977, § 5.6). Его принцип интересным образом, хоть и в обычном для того времени виде, связан с позднейшим важным статистическим понятием мартингала.

В общем, представляется, что эти поразительные *принципы*, возможно слишком уж восторженно продвигаемые их сторонниками, несли в себе зародыши понятий, которые позднее оказались существенными для теории вероятностей.

Тема нашей статьи заключает в себе идею мартингала, которая восходит по меньшей мере к Пуассону (1837), но которую главным образом поддерживал Каталан (Eugene Charles Catalan, 1814 – 1894), в то время профессор Льежского университета в Бельгии. Один из нас (Ф. Й.) отыскал переписку Бьенеме и Каталана по нашей теме в архиве этого университета. Мы используем её для полноты картины, вырисовывающейся по статьям Каталана, которые быть может легче просмотреть по книге Dale (1991).

Понятие о мартингале появлялось в различных контекстах ещё ранее, и один намного более ранний пример, который встречается у Муавра[1], описал Сенита (1983).

Положение, которое мы здесь описываем, возможно будет всё же интересным, потому что оно проявилось по другому поводу, именно при изучении выборок без возвращения из конечной совокупности. В подобных случаях мартингалы оказывались полезным инструментом, что сравнительно недавно выяснилось при обработке некоторых задач на генетику населения (например, Сенита 1974).

Вот формулировка этого принципа у Пуассона (1837, § 90) с двумя доказательствами:

Урна содержит $c = a + b$ шариков, a белых и b чёрных. Из неё случайно извлекают l шариков без возвращения, затем так же само $\mu = m + n$ других шариков. Я утверждаю, что вероятность появления m белых и n чёрных шариков не зависит ни от количества, ни от цвета ранее вышедших шариков и равна вероятности их появления при $l = 0$.

В том же году Mondesir (1837) вычислил вероятность P_1 извлечения на второй стадии q белых или чёрных шариков, т. е. при m или n равном q. Он исходил из мемуара Пуассона (1825 – 1826), в котором были высказаны подобные, но менее общие утверждения.

Мондезир не упоминает книги Пуассона (1837), но в ней, в примечании к § 18, Пуассон указывает, что Мондезир сообщил ему свои результаты. Странно, что Пуассон вернулся к этой теме в § 90. Там, в примечании, он разъясняет, что хочет подчеркнуть, что ему заметили, что утверждение Мондезира фактически содержалось в его более ранних результатах. К сожалению, он не повторил, при формулировке своего принципа в виде леммы, что состав первых l извлечений (т. е. числа белых и чёрных шариков в них) считается неизвестным. То же предположение отсутствует и у Мондезира, длинное комбинаторное решение которого приводит к

$$P_1 = \frac{a(a-1)...(a-q+1)}{(a+b)(a+b-1)...(a+b-q+1)} = \frac{C_a^q}{C_{a+b}^q}.$$

Это выражение явно не зависит ни от l, ни от состава извлечённых шариков, т. е. не изменилось бы при $l = 0$.

2. Статьи Каталана

В своей первой статье Каталан (1841) рассматривает две задачи, о которых он говорит:

Они не представляют никакой теоретической сложности и приводят к результатам, примечательным своей простотой.

Вот первая из них:

Урна содержит a белых и b чёрных шариков. Из неё случайно извлекают l шариков и перекладывают их в другую урну B не глядя на их цвет, и соотношение белых и чёрных шариков в ней неизвестно. Из этой урны B извлекают p шариков, причём все оказались белыми. Какова вероятность P_2 того, что при следующем извлечении снова появится белых шарик?

Каталан производит обычное комбинаторное вычисление (но см. наш § 4) и получает

$$P_2 = \frac{a-p}{a+b-p}.$$

На с. 79 Каталан упоминает Мондезира и утверждает, что при $p = 0$ вероятность $P_2 = a/(a + b)$ следует из P_1 Мондезира (очевидно, при $q = 1$), хоть и Пуассон, и Мондезир, в отличие от Каталана, упоминают извлечения из шариков, *оставшихся* в урне A.

Через много лет Каталан (1877) возвращается к своей задаче, заметив, что примерно 40 лет обдумывал её, и объявляет как *новый принцип* положение:

Теорема. *Вероятности будущих событий не изменяются, если их причины изменились неизвестным образом*.

Он утверждает, что применил и доказал эту теорему в 1841 г., а затем замечает, что Пуассон (1825 – 1826) обратился по существу к тому же самому, чтобы избежать длинных вычислений. Каталан здесь приводит примечание, относящееся к Мондезиру, и ссылается на Пуассона (1837), но не на его формулировку, которую мы привели в § 1. Даже позднее, он (1884) явно не был знаком с ней, когда применил свой собственный *новый принцип* со ссылкой на § 32 Пуассона, и лишь Mansion указал ему эту формулировку (Каталан 1886).

Общее *доказательство* Каталан (1877) проводит при условиях его статьи 1841 г. для $p = 0$ (см. выше), а именно, считая, что урна A содержит $(a + b - 1)$ шариков, а урна B – l извлечённых шариков, притом состав шариков в обоих случаях неизвестен. Каталан утверждает, что вероятность извлечь белый шарик из каждой урны теперь одна и та же, но число l может быть случайным. Это доказательство было негодным, кто-то критиковал его, Каталан же устроил ему нагоняй.

Затем Каталан (с. 467 – 468) *подтверждает* указанное положение на примере, при котором в урне A находятся 4 белых и 3 чёрных шарика. Извлекается неизвестное число l шариков, после чего задаётся тот же вопрос: какова вероятность извлечь из той же урны белый шарик? Вот в принципе его подробное вычисление.

Пусть H_i, $i = 1, 2, \ldots, 6$ – событие, состоящее в извлечении $l = i$ шариков из урны A. Извлечения всех семи шариков Каталан не рассматривает ввиду того, что искомая вероятность окажется равной нулю, но эта причина несостоятельна. Для каждого i Каталан перечисляет вероятности возможного состава извлечённых шариков. В его таблице (с. 468) допущена опечатка, которую Dale (1991, с. 299) неверно понял.

Применение принципа недостаточного основания, т. е. одного и того же незнания всех *гипотез*, чтобы выразить равное незнание их всех, приводит к $P(H_i) = 1/6$, а не 1/7 при учёте возможного $i = = 7$, что изменило бы окончательный ответ.

Он таким образом получил безусловные вероятности возможных комбинаций, каждая из которых соответствовала некоторой комбинации шариков, остававшихся в урне A. Условная вероятность извлечения белого шарика может быть вычислена для каждого случая, и теорема полной вероятности (а не теорема Бейеса, как утверждал Каталан) приводит к окончательной ожидаемой вероятности, 4/7.

Если не все 7 шариков извлекаются, принцип недостаточного основания оказывается излишним, см. наш § 3, в котором мы стараемся уточнить суть *нового принципа* в современных терминах и обосновать его, в отличие от Каталана, без длинных вычислений.

3. Суть

Если урна A вначале содержала X_0 белых и $N_0 - X_0$ чёрных шариков при постоянных (не случайных) X_0 и N_0, то вероятность извлечения белого шарика равна X_0/N_0. Пусть теперь N_1 шариков извлечены случайно, один за другим, и помещены в урну B. Число белых шариков в ней обозначим X_1. Если X_1 и N_1 известны, то вероятность извлечь белый шарик из урны B равна

$$P_B = X_1/N_1.$$

Но X_1 и возможно N_1 неизвестны. Таково главное и существенное предположение Каталана (1877). И фактическая вероятность извлечь белый шарик равна

$$p_B = EP_B = E(X_1/N_1).$$

Но, поскольку шарики извлекаются из урны A без возвращения, то условное ожидание, как хорошо известно, равно

$$E(X_1|N_1) = N_1X_0/N_0,$$

т. е. равно среднему гипергеометрического распределения. Таким образом,

$$E(X_1/N_1|N_1) = X_0/N_0,$$

а после осреднения по всем возможным значениям N_1

$$p_B = E(X_1/N_1) = X_0/N_0.$$

Это и является требуемым ответом для урны B. Заметим, что мы допустили, что N_1 случайно, т. е. что оно имеет *произвольное распределение* на множестве 1, 2, …, N_0 с возможным условием $P(N_1 = N_0) > 0$. Но уточнения здесь не нужны.

Возвращаясь к урне A, запишем в очевидных обозначениях, что

$$P_A = (X_0 - X_1)/(N_0 - N_1).$$

Предполагается, что распределение N_1 сосредоточено на значениях 1, 2, …, $N_0 - 1$, т. е. что $P(N_1 = N_0) = 0$. Иначе говоря, $N_1 \neq N_0$ *и по крайней мере один шарик остаётся в урне* A. Тогда

$$E(P_A|\, N_1) = \frac{X_0 - E(X_1 \mid N_1)}{N_0 - N_1} = \frac{X_0 - (N_1X_0/N_0)}{N_0 - N_1} = X_0/N_0,$$

$$p_A = E(P_A) = X_0/N_0,$$

что и требовалось доказать.

Таково по Каталану (1877) краткое объяснение *нового принципа*, рассмотренного в § 2, и, в частности, значение того, что по крайней мере один шарик остаётся в урне A. Ясно, что

извлечения могут продолжаться бесконечно долго, если извлекаемые шарики помещаются в урны B, C, D, … и на каждом шагу допускается извлечение всех шариков из предыдущей урны.

Можно разумно предположить, что при заданных N_i и X_i их предшествовавшие значения не влияют на вероятностную картину будущего. Иначе говоря, процесс $\{(N_i, X_i)\}$, $i \geq 0$ является двумерной цепью Маркова. Далее,

$$\mathrm{E}(X_i|N_i, N_{i-1}, X_{i-1}) = N_i X_{i-1}/N_{i-1}$$

и потому

$$\mathrm{E}\{(X_i/N_i)|(N_{i-1}, X_{i-1})\} = X_{i-1}/N_{i-1}.$$

Более определённо, в соответствии со структурой цепи,

$$\mathrm{E}\{(X_i/N_i)|(N_{i-1}, X_{i-1}), \ldots, (N_0/X_0)\} = X_{i-1}/N_{i-1},$$

так что при известных $(N_{i-1}, X_{i-1}), \ldots, (N_0/X_0)$ среднее значение (X_i/N_i) является истинным значением этого отношения в непосредственном прошлом, а последовательность $\{X_i/N_i\}$, или, более точно $\{(X_i/N_i), F_i\}$, причём

$$F_i = \sigma\{(N_i, X_i)(N_{i-1}, X_{i-1}), \ldots, (N_0/X_0)\}$$

является мартингалом. Положение здесь аналогично описанному в Сенита (1974), хоть там основной интерес заключался в возрастающих N_i, а здесь N_i не возрастают.

4. Структура и происхождение нового принципа

Каталан (1877), см. его теорему в нашем § 2, приводит *новый принцип* в весьма общем виде, поскольку указывает, что причины, от которых зависит будущее событие, изменились неизвестным образом. В § 3 мы видели, что *неизвестным образом* не было излишним, Каталан же, что заметно в свете принципа недостаточного основания, специально указывает, что обращается к *субъективным* (*внешним*) вероятностям. Фактически (см. § 2) в его контексте это означает, что N_1 распределено равномерно на множестве 1, 2, …, $N_0 - 1$, но что точнее (?) определять равномерность не нужно.

Действительно, Бьенеме в письме Каталану (см. ниже) знал это, и знал также, что Каталан на самом деле не применял теорему Бейеса. Общность изложения у Каталана может также допустить, как может показаться, *аддитивные* видоизменения, т. е. добавление к урне A шариков неизвестного цвета до второй серии извлечений. Но Каталан (1886, заключительное замечание) понимал, что при этом его *принцип* не будет соблюдаться и что неизвестные видоизменения должны оставаться *вычитательными*.

Таинственным элементом в статье Каталана (1877) является примечание на с. 466, в котором упомянут неназванный автор

ложного вероятностного утверждения. Мы смогли прояснить это примечание, воспользовавшись перепиской Каталана и Бьенеме[2], см. также Jongmans & Seneta (1993). Переписка интересным образом освещает природу и происхождение нового принципа.

Каталан, как это ясно, послал Бьенеме экземпляр своей статьи 1877 г., и по крайней мере по два письма последовали в каждую сторону. Мы смогли отыскать только одно-единственное последнее письмо от Бьенеме, посланное им 5 апреля 1878 г. за несколько месяцев до смерти (Bibliothèque générale de l'Univ. de Liège, Ms 1307C, V. 470). На первый взгляд содержание этого письма (ответ на письмо Каталана от 1 апреля) непонятно. Вдобавок к проницательному и уже упомянутому замечанию о вычислениях Каталана (1877), мы находим в нём повторное предупреждение о том, что в книге Пуассона (1837) полно ошибок[3], а также исторический комментарий:

Здесь я закончил бы своё письмо, но осталось Ваше замечание о приоритете. По правде сказать, я о нём даже не думал, потому что Дюамель[4] *знал об ошибке, которую я упомянул в Филоматическом обществе. Он не сразу увидел её* […] *и несомненно, что кто-то сообщил ему о ней. Я теперь не знаю, передал ли он нам <u>всё</u>, что произошло. Но Вы наверняка первым опубликовали это, потому что по просьбе Дюамеля я обещал ничего не публиковать. Он сослался на состояние бедняги Bénard и, помнится, на болезнь Пуассона. Его выбило из колеи, когда, после прошедших нескольких собраний, Вы посмели обнародовать то, что он так хотел скрыть.*

Я не думаю о приоритете, и редко настаивал на нём, даже если опубликовал что-то на 14 лет раньше. Я упоминаю это только для того, чтобы приветствовать Ваше доказательство на с. 6, сверху. Я лишь сказал, что оно очень неплохое и простое, и я сам имел ту же мысль. […]

Бьенеме сослался на самую раннюю статью Каталана (1841), где на с. 80 (т. е. на с. 6 её оттиска, что соответствовало обычаю того времени) содержатся последние рассуждения в доказательстве более общего положения, чем вывод Каталана (см. наш § 2), который всё ещё указывает, что из урны A извлекается определённое число шариков. Бьенеме очевидно пришёл к той же идее, но под давлением Дюамеля ничего не опубликовал.

Когда же произошли эти эпизоды с участием Дюамеля? Статья Каталана помечена февралём 1840 г., а журнал, в котором она появилась, вышел в свет в марте 1841 г. Пуассон умер 25 апреля 1840 г., и в мае 1840 г. Каталан стал членом Филоматического общества. Мы видели, что его статья имела отношение к книге Пуассона (1837), и известно (Heyde & Seneta 1977, § 3.3), что Бьенеме весьма критично воспринял закон больших чисел Пуассона, но не стал публиковать своего мнения ввиду его болезни.

Итак, Бьенеме и Каталан примерно в 1839 г. и в начале 1840 г. соответственно заметили ошибки в какой-то статье. Их критика привела каждого из них к новому вероятностному рассуждению,

которое Бьенеме не опубликовал (хотя в § 1 мы заметили, что в 1840 г. он опубликовал другой *новый принцип*). Дюамель не смог удержать Каталана от публикации в *J. math. pures et appl*., но даже после смерти Пуассона вполне мог бы не допустить появления этой статьи в изданиях Филоматического общества.

Наш вывод был бы частично подтверждён, найдись в *J. Ecole polyt*. статья некоего Bénard, относящаяся к теории вероятностей. И действительно, в этом журнале появилась статья студента Политехнической школы Bénard (1835). В 1832 – 1837 гг. Дюамель был в этой школе *репетитором* смешанного курса, который включал геодезию. Поощрял ли он Бенара? В 1837 – 1840 гг. Дюамель был профессором механики.

Вот задача Бенара:

В урне A содержится n белых и n чёрных шариков; *n шариков случайно извлекаются и перекладываются в урну B. Её состав оказывается неизвестным. Далее, из неё извлекается p шариков, которые все оказываются белыми. Какова вероятность сразу извлечь из неё же ещё один белый шарик*?

Результат вычислений поражает: вне зависимости от p искомая вероятность равна половине. Впрочем, Бенар правильно замечает, что при $p = 0$ тот же ответ следует по соображениям симметрии [по принципу недостаточных оснований].

Из нашего § 2 становится ясно, что задача 1 Каталана является непосредственным обобщением задачи Бенара, и что таинственная ссылка в его же статье 1877 г. об ошибочном утверждении относится к решению Бенара. Ошибся он ввиду неуместного применения соображений Бейеса и не в том месте, в котором Каталан (1877) напрасно, но не ошибочно применил принцип недостаточного основания.

Пусть H_i – *гипотеза* о том, что в урне B находится i чёрных (и $n - i$ белых) шариков. Нам нужно определить $P(\mathrm{D}|\mathrm{C})$, где D – событие, состоящее в том, что при $(p + 1)$-м извлечении появится белый шарик, а C означает, что белый шарик появлялся при первых p извлечениях. Тогда

$$P(\mathrm{D}|\mathrm{C}) = \sum_{i=0}^{n} P(\mathrm{D} \mid \mathrm{C}, H_i) P(H_i \mid \mathrm{C}),$$

где n можно, как это заметил Бенар (с. 266), конечно, заменить на $n – p$. Для $i = 0, 1, \ldots$

$$P(H_i|\mathrm{C}) = P(H_i)P(\mathrm{C}|H_i) \div \sum_j P(\mathrm{C} \mid H_j) P(H_j).$$

Бенар (там же), однако, принял, что

$$P(H_i|\mathrm{C}) = P(\mathrm{C}|H_i) \div \sum_j P(\mathrm{C}|Hj),$$

что соответствовало предположению о равновероятности гипотез, т. е. принципу недостаточных оснований:

$P(H_1) = P(H_2) = \ldots$

Но это неверно, поскольку наше незнание не является одним и тем же: каждое $P(H_i)$ может быть вычислено, и они не равны друг другу. Каталан (1841, с. 76) действительно указывает это довольно чётко, – и мы теперь понимаем почему, – что $P(H_i|\mathrm{C})$ должно быть пропорционально каждой из вероятностей $P(\mathrm{C}|H_i)$ и $P(H_i)$. Он получил верный результат P_2 (наш § 2).

5. Завещание Бьенеме

Не всё письмо Бьенеме непосредственно относилось к *новому принципу*, но и остальное интересно в связи с воодушевлением и высказанными мыслями этого великого статистика ранних времён, тем более, что это письмо вполне могло быть его последними записанными словами.

Мы упомянули его слова: *приоритет … даже когда я опубликовал на 14 лет раньше*. Мы (Heyde & Seneta 1977, § 5.10) указали, что Бьенеме вывел общую формулу неравенства Бьенеме – Чебышева в 1853 г., тогда как вариант Чебышева появился лишь в 1867 г., и что в том же 1867 г. Бьенеме помог Чебышеву составить французский текст его статьи[5].

В конце письма Каталану Бьенеме говорит:

Я с удовольствием вижу, что Вы придерживались своего приоритета, и это в некоторой степени возмещает то, что Вы указываете о своём презрении к вероятности[6]. *Презрение, которое Вы позволите мне не разделять. Вы не видите, что кроме математических рассуждений всё в мире является лишь вероятностями или даже предположениями, и что в будущем все более или менее научные проблемы будут лучше поняты или даже решены, когда достаточное образование получат те, кто станет способным к этому после <u>хорошего</u> обучения вероятности*[7].

Я не говорю <u>всем</u>, потому что есть и люди со слабым умственным развитием, и громадное число дураков, и есть даже идиоты, хоть их наверняка и не очень много.

Пусть эти пророческие слова говорят сами за себя.

Примечания

1. Так зачем было упоминать в этой же связи Пуассона?

2. Авторы отыскали только одно письмо из этой переписки, см. ниже.

3. В этой книге мы действительно обнаружили много ошибок и указали их в своём переводе, см. Библиографию.

4. Жан-Мари Дюамель (1797 – 1872), крупный математик. Сочинений по теории вероятностей может быть и не оставил.

Парижское филометрическое (т. е. относящееся ко многим наукам и философии) общество было основано в 1788 г.

5. Здесь всё не так просто, см. Шейнин (2013, § 11.2-4). Там же указано, что в 1874 г. Чебышев назвал Бьенеме *знаменитым учёным*. Но оправдать Чебышева всё же нельзя, притом что Марков, в частном письме 1885 г., выразил обиду на своего учителя по этому же поводу, т. е. ввиду умалчивания о своих предшественниках (Гродзенский 1987, с. 130).

6. Это непонятно. Написать несколько статей, относящихся к теории вероятностей и размышлять об одной из них чуть ли не 40 лет (см. § 2), и в то же время *презирать вероятность*?

7. Бьенеме мог бы упомянуть, что достижения Граунта, Галлея и Арбутнота были обоснованы только лишь вероятностными рассуждениями и что, следуя за Галлеем, Гумбольдт в 1817 г. ввёл в метеорологию изотермы.

Библиография

Гродзенский С. Я. (1987), *А. А. Марков*. М.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (2002), Sampling without replacement: history and applications. *Intern Z. f. Geschichte u. Ethik Naturwiss., Techn. u. Med.*, Bd. 10, pp. 181 – 187. **S, G,** 29.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Bénard M. (1835), Note sur une question de probabilités. *J. Ecole Roy. Polyt*., 24-ième cahier, t. 15, pp. 264 – 278.

Bienaymé I. J. (1840), Principe nouveau du calcul des probabilités etc. *Soc. Philomatique Paris, Extraits*, sér. 5, pp. 37 – 43. Также *l'Institut*, 333, t. 8, pp. 167 – 169.

Catalan E. (1841), Deux problemes de probabilités. *J. math. pures et appl.*, t. 6, pp. 75 – 80.

--- (1877), Un nouveau principe de probabilités. *Bull. Acad. Roy. Sci., Lettres et des Beaux-Arts Belg.*, 2-ième sér., t. 6, pp. 463 – 468.

--- (1884), Application d'un nouveau principe de probabilités. Там же, 3-ième sér., t. 6, pp. 72 – 74.

--- (1886), Problèmes et théorèmes de probabilités. *Mém. Acad. Roy. Sci., Lettres et des Beaux-Arts Belg.*, t. 46, pp. 2 – 16.

Dale A. I. (1991), *History of Inverse Probability*. New York. [New York, 1999.]

Heyde C. C., Seneta E. (1977), *I. J. Bienaymé*. New York.

Jongmans F., Seneta E. (1993), Bienaymé family history from archival materials and background to the turning points test. *Bull. Soc. Roy. Sci. de Liège*., t. 62, pp. 121 – 145.

Mondesir E. (1837), Solution d'une question qui se présente dans le calcul des probabilités. *J. math. pure et appl.*, t. 2, pp. 3 – 10.

Poisson S.-D. (1825 – 1826), Sur l'avantage du banquier au jeu de trente-et-quarante. *Annales math. pures et appl*., t. 16, pp. 173 – 208.

--- (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements* etc. Paris, 2003. **S, G,** 52.

Seneta E. (1974), Note on the balance between random sampling and population size. *Genetics*, vol. 77, pp. 607 – 610.

--- (1983), Modern probabilistic concepts in the work of E. Abbe and A. De Moivre. *Math. Scientist*, vol. 8, pp. 75 – 80.

V

О. Б. Шейнин
Карл Пирсон как *социальный империалист* и *отрицательный евгеник*

Не опубликовано

Прежде, чем приступить к нашей теме, упомянем, что Пирсон (1888) рассуждал о моральной основе социализма и о социализме вообще и был решительно настроен против бездельников (и богатых, и бедных) и осуждал революции.

Социальным империализмом Маккензи (MacKenzie 1981, с. 84), на которого мы будем существенно ссылаться, назвал колониализм, выражавший интересы определённой социальной группы (у Пирсона, профессионального среднего класса). Евгеника у некоторых авторов основывалась на неполноценности отдельных рас и/или народов, и мы условно назвали их рассуждения отрицательной евгеникой, причём некоторые утверждения Пирсона относятся к ней. Он же решительно указывал на возможную неполноценность отдельных лиц.

Но вот современное понимание этой стороны евгеники: она в большой степени субъективна, пользуется противоречивыми методами и недостаточно учитывает влияние окружающей среды (*New Enc. Brit*., 15-е издание, т. 19, 2003, с. 725 статьи о принципах генетики и наследственности).

Мы начнём с выдержки из *Грамматики науки* (Пирсон 1892, с. 438 – 439 из главы *Жизнь*); эту книгу мы упоминаем в другой статье этого сборника [vii, комментарий].

Ложное понимание человеческой солидарности и слабый humanitarianism[1], *а не истинный гуманизм сожалеет о том, что способная и стойкая белая раса заменит темнокожее племя, которое не может ни пользоваться своей землёй для наилучшей пользы человечеству, ни внести свой вклад в общий запас человеческого познания*[2].

Борьба цивилизованного человека против нецивилизованного и против природы приводит к определённой частичной солидарности человечества, которая запрещает любой определённой общине разорять ресурсы человечества[3]. *Заметно, что развитие личности, т. е. результат борьбы человека с человеком*[4], *контролируется организацией социальной единицы, т. е. результатом борьбы обществ.*

Развитие отдельного общества также подвержено влиянию, пусть в меньшей мере, инстинктов человеческой солидарности цивилизованного человечества, результатов борьбы цивилизации с варварством и неорганической и органической природой. Принцип естественного отбора, описывающий непрерывную борьбу отдельных лиц и цивилизованных и варварских обществ при помощи трёх факторов, а именно индивидуализма, социализма и гуманизма, с точки зрения науки является единственным, который может пояснить происхождение чисто человеческих качеств здоровой деятельности, симпатии, любви и

социальных действий, ценимых человеком как своего основного наследия.

Мы теперь приведём выдержки из книги Маккензи (1981).

С. 83. *Пирсон утверждал, что основное значение в борьбе за существование имеет уже не отдельный человек, а группа. Побуждением к эффективности была* [уже] *не индивидуальная конкуренция, а борьба групп*. […] *При этом социальная организация групп означала не меньше, а на самом деле больше, чем приспособленность её отдельных членов.* […] *Нация, разделённая на классы, с неспособным и недружелюбным пролетариатом, вряд ли может надеяться успешно конкурировать с хорошо организованным и объединённым государством.*

84. *Социальным дарвинизмом Пирсона с упором на приведение к максимуму групповой эффективности для борьбы групп было совершенным узаконением социального империализма*. […] *Этот империализм с требованием наивысшей эффективности группы для борьбы с другими группами особо логически выдвигал идеологию, выражающую интересы его социальной группы. Империализм намного увеличивал возможность работы профессионалов.* […]

Так, Пирсон (1901) *применил социально-империалистические доводы, чтобы подкрепить вывод о том, что научная компетентность должна определять путь к национальному выживанию. Государственный социализм и рациональный империализм – необходимые союзники, а не враги.*

И далее, продолжает Маккензи (цитируя Пирсона 1897, т. 1, с. 111):

Ни один вдумчивый социалист, насколько я осведомлён, не станет возражать против развития Уганды <u>за счёт её нынешних жителей</u>, если в Ланкашире голод. Но он сделает это [?] *непосредственно и сознательно, а не при помощи миссионеров и эксплуатирующих фирм.*

Маккензи (с. 86) также цитирует Пирсона (1902, с. x), вначале указывая, как он сам понимает Пирсона (*класс является приближённым, но полезным указателем врождённой способности*):

Средний класс в Англии, т. е. её интеллектуальная культура и умственный труд, является результатом отбора из других классов и внутригрупповых женитьб.

Маккензи, с. 87. *Возможно, что интересы профессионального среднего класса он выразил более последовательно, чем его евгенические противники, которые, как он считал, предлагали опасные кратчайшие пути*.

Теперь евгеника, частично отрицательная.

Маккензи, с. 86, цитируя сочинение Пирсона 1909 г.:

Призываю ли я к меньшей степени человеческого сострадания, к ограничению благотворительности и более суровому обращению со слабыми? Ни в коем случае.
[…] *Я требую, чтобы вся симпатия и всё милосердие были организованы и направлены туда, где это будет способствовать*

расовой эффективности, а не приводить нас прямо к национальному крушению.

И вот Пирсон (1888/1891, с. 375):

Будут ли больные, будут ли те, кто ближе всего к скотине, иметь возможность воспроизводить себе подобных? Станут ли безрассудные, праздные, будь они бедны или богаты, станут ли те, кто без раздумий следует только инстинкту, родителями будущего поколения? Трудно представить себе более тяжкое преступление против расы.

Примечания

1. Перевода этого слова мы не нашли, вообще же оно имеет несколько значений, в том числе заботу о человечестве, гуманизм же скорее забота об отдельном человеке или о группе людей.

2. Это утверждение не следует понимать как обоснование звероподобного уничтожения человеческой жизни. Антисоциальные последствия подобного ускорения естественного отбора могут серьёзно нарушить преобладающую приспособленность остающихся в живых. В то же время существует причина, по которой чувствуется удовлетворение от замены туземцев по всей Америке и Австралии гораздо более цивилизованной белой расой. К. П.

Темнокожие племена проживали на своих территориях с незапамятных времён и не должны были думать о судьбах человечества.

3. *Ресурсы человечества* уже в то время успешно уничтожала *способная и стойкая* белая раса, а в последние десятилетия к ней присоединилась жёлтая раса. Да и возможна ли *борьба против природы* (см. ниже) без разорения ресурсов?

4. *Борьба человека с человеком*, т. е. войны, развивают не личность, а военную технику.

Библиография

MacKenzie D. A. (1981), *Statistics in Britain, 1865 – 1930.* Edinburgh.

Pearson K. (1888), *Ethic of Freethought*. London, 1891.

--- (1892, англ.), *Грамматика науки*. СПБ, 1911.

--- (1897), *The Chances of Death and Other Studies in Evolution*. London.

--- (1901), *National Life from the Standpoint of Science*. London.

--- (1902), Prefatory essay. The function of science in the modern state. *Enc. Brit*., 10-е издание, т. 32 = New volume 8, с. vii – xxxvii

VI

О. Б. Шейнин

П. Л. Чебышев: забытая заметка 1870 г.

не опубликовано

Заметка Чебышёва (1870) была опубликована в качестве приложения к мемуару Маиевского (1870) и вместе с ним и отзывами двух *комиссаров* опубликована в издании Бельгийской академии наук среди сочинений, либо удостоенных приза Академии, либо присланных иностранными учёными. Приза удостоился только один мемуар, который не относился к классу наук (*Mémoires* 1870).

Вот как сам Чебышёв (1859, с. 328) охарактеризовал суть своего подхода к интерполяции: его

Способ даёт выражение [функции] *в форме полинома с коэффициентами, наиболее вероятными. Без предварительного задания числа его членов мы найдём их по этому способу последовательно один за другим, и вместе с тем по сумме квадратов погрешностей, с которыми найденные члены* [функции] *представляют данные значения* (*которая сразу даёт среднюю ошибку их представления*), *узнаём, на котором члене можно остановиться*. […] *Когда число данных значений* [функции] *и число членов её выражения значительны, в нашем способе интерполирования вычисления менее продолжительны, чем в употребляемых в настоящее время*.

Мы ниже указываем, что ссылки на наиболее вероятные или вероятнейшие значения определяемых величин устарели после мемуара Гаусса 1823 г. Ссылки на две различные меры точности также неудачны.

Сочинение Маиевского (разумеется, вместе с его приложением) стало широко известно, по меньшей мере в самой Бельгии (в первую очередь артиллеристам, у которых Маиевский, и, конечно, Чебышёв, были весьма авторитетны).

Нет сомнения, что и российские артиллеристы также ознакомились с обеими публикациями (см. ниже), но заметка Чебышёва не попала ни в его двуязычные (русские и французские) *Сочинения* (1899 – 1907), ни (в переводе) в его *Полное собрание сочинений*, ПСС (1944 – 1951). Существует, правда, мемуар Чебышёва (1859) на ту же тему, но не содержавший позднейших формул.

Маиевский был крупнейшим русским баллистиком своего времени (Юшкевич 1968, с. 335, см. также ниже), и *основоположником современной внешней баллистики* (Мандрыка 1954, с. 162). Свои замечательные работы он создавал под несомненным влиянием Чебышёва (там же, с. 103). Действительно, в 1856 – 1869 гг. Чебышёв сотрудничал с Артиллерийским отделением Военно-учёного комитета и был избран почётным членом Артиллерийской академии (Юшкевич

1968, с. 335 и 336). В Архиве Российской академии наук (фонд 505, опись 1, единица хранения 86) хранятся три письма 1878 г. Маиевского Чебышёву по поводу своего мемуара (1875), одно из которых опубликовано в т. 5 ПСС. Подробнее об этой стороне деятельности Чебышёва см. Прудников (1950).

В основном источнике сведений о Маиевском (Мандрыка 1954) мемуар 1870 г. не упомянут. Впрочем, в списке трудов Маиевского (там же) числится одноименный русский мемуар (1869), которого мы не видели и который, возможно, мало отличается от его позднейшего французского варианта, но вот никакого приложения к нему Мандрыка не указал.

Позднее Маевский опубликовал книгу (1872), которая и оказалась основой тогдашней внешней баллистики (Мандрыка, см. выше). На с. XII Маиевский указал:

При обработке опытов мы применили формулы Чебышёва интерполяции по способу наименьших квадратов к определению проекции траектории снаряда на вертикальную плоскость стрельбы.

На с. 267 – 278 Маиевский почти повторил заметку Чебышёва (1870) и добавил несколько примеров. На с. 268 он заявил:

Чебышёв привёл формулы интерполяции, которые указывают многочлены с вероятнейшими коэффициентами последовательно, […] *что позволяет определить число учитываемых членов*, также и при неравноточных наблюдениях.

Заметим, что в 1823 г. Гаусс отказался от своих прежних вероятнейших оценок в пользу надежнейших (отказался от максимума функции правдоподобия в пользу минимума дисперсии). Артиллеристы этого перехода видимо не восприняли, а лекции Чебышёва (1879/1880, опубликованы в 1936 г.) свидетельствуют о том, что он был плохо осведомлён о соответствующих работах Гаусса (Sheynin 1994). Оговоримся: мемуар Гаусса 1823 г. очень трудно понять, математики, астрономы и геодезисты вообще на него не ссылались. Нам удалось выправить это досадное обстоятельство (Sheynin 2012; 2014).

Тема упомянутых мемуаров Маиевского, т. е. определение давления пороховых газов в канале ствола орудия, изучалась, как он указал, Эйлером (1745) и Лагранжем. Книга Эйлера была переведена на несколько языков и изучалась во французских морских школах (Fuss 1786, с. 44/47 и 57/60), см. также Мандрыка (1958), а рукопись Лагранжа (1832) опубликовал Пуассон. Маиевский упомянул и нескольких предшествовавших артиллеристов, в том числе Неймана, с которым находился в переписке (Мандрыка 1954, с. 32 – 33). Он, однако, указал, что до него эту тему изучали теоретически, но пришёл к выводу, что были необходимы эксперименты.

Упомянутые отзывы (Liagre 1868; Brialmont 1868) были весьма положительны, а третий комиссар, как редакция журнала сообщила вслед за публикацией второго отзыва, согласился с первыми двумя. Заметим, что **Лиагр** опубликовал книгу (1852) и,

вплоть до 1864 г., шесть статей по теории вероятностей и способу наименьших квадратов. По поводу заметки Чебышёва он указал:

Описан, как я полагаю, совершенно новый метод интерполяции. Он прост и полезен. *Жаль, что автор не обосновал его*.

Мемуар заслуживает полного одобрения в одном из наших сборников, и автора следует поблагодарить.

Brialmont: Мемуар Маиевского представляет серьёзный научный интерес. Он заново отыскал прекрасный метод исследования, а знание и чёткость отличают все труды этого офицера. Далее он частично повторяет то, что было указано самим Маиевским, но Чебышёва не упоминает, и, как Лиагр, считает нужным опубликовать мемуар и поблагодарить автора.

Через несколько лет появились сочинения Jouffret (1874) и Schols (1875), которые исследовали формулы Чебышёва.

Jouffret был не только артиллеристом, но и (в основном?) математиком и актуарием. В 1873 г. он опубликовал книгу, которую мы не видели, но название которой он по существу повторил в статье 1874 г., и математическое сочинение (1903). На с. 61 своей статьи он заявил:

Ряд, обнаруженный Чебышёвым, был почти сразу же непосредственно поставлен в соответствие с рядом Лагранжа [иначе: с формулой конечных приращений] (Hermite 1859).

Эрмит сослался на мемуар Чебышёва (1855) и заявил, что обобщил его вывод и обошёлся без непрерывных дробей.

На с. 60 Jouffret ввёл среднюю квадратическую ошибку единицы веса. В геодезии этот термин появился позднее (когда?), но в 1870 г. его упомянули и Маиевский, и Чебышёв, и он, видимо, уже был известен артиллеристам.

Мы не одобряем применение автором двух различных мер точности (он ввёл и вторую) и должны исправить его ссылки на Чебышёва: ему следовало упомянуть его мемуары 1855 и 1859 гг.

Шольс (с. 103) заметил, что Чебышёв доказал свои формулы в 1855 г. и предложил, как он заявил, прямое и более понятное доказательство формул Чебышёва.

Намного позднее появился комментарий **Иссерлиса** (Isserlis 1927). Он кратко описал статьи Чебышёва, относящиеся к нашей теме (но не заметил заметки 1870 г.), подробно рассмотрел его мемуар 1875 г. и специально отметил заслугу Хотимского (1925). Этот ученик Чупрова был без всякой вины арестован в 1937 г. и расстрелян в 1939 г. См. о нём Плошко и Елисеева (1990, с. 128) и, главным образом, Тольц (2012). Кратко и чётко сообщил о нём Арношт (Эрнст) Кольман (1982, с. 132):

Хотимский был подлинным учёным, творческой личностью, борцом, беззаветно любившим науку и добивавшимся истины […]. *Он не боялся восстановить против себя лиц, занимавших тогда командные места. Поэтому он имел* […] *немало врагов и завистников, не брезгавших никакими средствами, чтобы оклеветать и погубить его.* […] *Он выступал против ошибочной концепции* […] *будто в планируемом хозяйстве неприменим закон больших чисел. Из-за того, что приверженцы этой*

концепции занимали ведущие места, советская статистика и экономическая наука вообще на долгое время сильно отстала в применении современных прогрессивных математических методов.

Заметка Иссерлиса появилась под общим заглавием *Замечания о некоторых разложениях по ортогональным и полуортогональным функциям*, после редакционного пояснения (Карла Пирсона):

Мы публикуем эту заметку, поскольку наш журнал обвиняют в невнимании к русским исследователям. Повторяем (?) […], *что наиболее подходящее изучение полуортогональных функций мы нашли у Грама*.

Мы сами заметим, что встречали термин *полуортогональные матрицы*, но не *функции* и что известна статья Gram (1879). О нём см. Хальд (Hald 1998, § 25.4).

Соответствующие сочинения Чебышёва описал также Хальд (Hald 1998, §§ 25.2 – 25.3). На с. 533 он привёл (на английском языке) выдержку из сочинения Чебышёва, которую мы цитировали выше, а на с. 527 он резюмировал идеи Чебышёва об интерполяции функции по $(n + 1)$ наблюдениям при помощи полинома m-й степени $(m \le n)$: Интерполировать следует по методу наименьших квадратов; при $m = n$ точная пригонка осуществляется по формуле Лагранжа (при помощи линейной комбинации полиномов n-й степени); эти полиномы можно определить при помощи непрерывных дробей. Заметим, указанная цитата не покрывается этими соображениями.

Наконец, **Ахиезер** (1946, с. 178 – 182) указал, что Чебышёв, основатель общей теории ортогональных полиномов или полиномов Чебышёва, существенно использовал алгебраические непрерывные дроби и что его труды подхватили в первую очередь Марков и Стилтьес.

Приложение: почти полный текст заметки П. Л. Чебышёва

P. Tchebychef

Formules d’interpolation par la méthode des moindres carrés

Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers.
Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belg.,
t. 21, 1870, pp. 25 – 33

S’il s’agit de trouver les coefficients $a, b, c, \ldots$ dans l’expression de u représentée par la formule

$$u = F(x)[a + bx + cx^2 + \ldots],$$

où $F(x)$ est une certaine function de la variable indépendante x et u_1, u_2, u_3, …, u_n, désignent les valeurs données de u qui correspondent aux différentes valuers de $x = x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, − l’on peut calculer les termes de l’expression u successivement, l’un après l’autre, d’après la série

$u = F(x)[K_0\Psi_0(x) + K_1\Psi_1(x) + K_2\Psi_2(x)\ldots]$

et trouver, en même temps, la somme des carrés des erreurs commises dans la représentation des valeurs données de *u*, en s'arrêtant aux termes 1, 2, 3, …, λ.

Nous donnons les formules définitives pour calculer les membres de la série mentionnée.

Dans ces formules les sommations s'étendent à toutes les valeurs de l'indice *i*, depuis $i = 1$, jusqu'à $i = n$, et $\sum d_\lambda^2$ désigne la somme des carrés des erreurs dans la représentation des valeurs données de *u* par la série arrêtée au terme $F(x)\cdot K_\lambda\Psi_\lambda(x)$, somme d'après laquelle on trouvera l'erreur quadratique moyenne par la formule

$$E = \sqrt{\frac{1}{n}\sum d_\lambda^2}.$$

Formules relatives à la détermination du terme $F(x)\cdot K_0\Psi_0(x)$

$$(0, 0) = \sum[F(x_i)]^2,\ K_0 = \frac{\sum F(x_i)u_i}{(0,0)},$$
$$\Psi_o(x) = 1,\ \sum d_0^2 = \sum u_i^2 - (0,0)K_0^2.$$

Formules relatives à la détermination du terme $F(x)\cdot K_1\Psi_1(x)$

$$(0, 1) = \sum[F(x_i)]^2 x_i,\ (0, 2) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^2$$

$$a_1 = (0, 0),\ b_1 = \frac{(0,1)}{(0,0)},\ (1, 1) = (0, 2) - b_1(0, 1),$$

$$\sum d_1^2 = \sum d_0^2 - (1,1)K_1^2.$$
$$K_1 = \frac{\sum F(x_i)x_i u_i - (0,1)K_0}{(1,1)},\ \Psi_1(x) = x - b_1.$$

Formules relatives à la détermination du terme $F(x)\cdot K_2\Psi_2(x)$

$$(0, 3) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^3,\ (0, 4) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^4,$$

$$(1, 2) = (0, 3) - b_1(0, 2),\ (1, 3) = (0, 4) - b_1(0, 3),$$

$$a_2 = \frac{(1,1)}{(0,0)},\ b_2 = \frac{(1,2)}{(1,1)} - \frac{(0,1)}{(0,0)},\ (2, 2) = (1, 3) - b_2(1, 2) - a_2(0, 2),$$

$$K_2 = \frac{\sum F(x_i)x_i^2 u_i - (0,2)K_0 - (1,2)K_1}{(2,2)},$$

$\Psi_2(x) = (x - b_2)\Psi_1(x) - a_2\Psi_0(x),\ \sum d_2^2 = \sum d_1^2 - (2,2)\mathrm{K}_2^2.$

Formules relatives à la détermination du terme $F(x)\cdot \mathrm{K}_3\Psi_3(x)$

$(0, 5) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^5$, $(0, 6) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^6$,

$(1, 4) = (0, 5) - b_1(0, 4)$, $(1, 5) = (0, 6) - b_1(0, 5)$,

$(2, 3) = (1, 4) - b_2(0, 3) - a_2(1, 3)$,

$(2, 4) = (1, 5) - b_2(1, 4) - a_2(0, 4)$,

$a_3 = \dfrac{(2,2)}{(1,1)},\ b_3 = \dfrac{(2,3)}{(2,2)} - \dfrac{(1,2)}{(1,1)},\ (3, 3) = (2, 4) - b_3(2, 5) - a_3(1, 3),$

$$\mathrm{K}_3 = \frac{\sum F(x_i)x_i^3u_i - (0,3)\mathrm{K}_0 - (1,3)\mathrm{K}_1 - (2,3)\mathrm{K}_2}{(3,3)},$$

$\Psi_3(x) = (x - b_3)\Psi_2(x) - a_3\Psi_1(x),\ \sum d_3^2 = \sum d_2^2 - (3,3)\mathrm{K}_3^2.$

Formules relatives à la détermination du terme $F(x)\cdot \mathrm{K}_\lambda\Psi_\lambda(x)$

$(0, 2\lambda - 1) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^{2\lambda-1}$, $(0, 2\lambda) = \sum[F(x_i)]^2 x_i^{2\lambda}$,
$(0, 2\lambda - 2) = (0, 2\lambda - 1) - b_1(0, 2\lambda - 2)$,
$(1, 2\lambda - 1) = (0, 2\lambda) - b_1(0, 2\lambda - 1)$,
$(2, 2\lambda - 3) = (1, 2\lambda - 2) - b_2(1, 2\lambda - 3) - a_2(0, 2\lambda - 3)$,
$(2, 2\lambda - 2) = (1, 2\lambda - 1) - b_2(1, 2\lambda - 2) - a_2(0, 2\lambda - 2)$,
$(3, 2\lambda - 4) = (2, 2\lambda - 3) - b_2(2, 2\lambda - 4) - a_3(1, 2\lambda - 4)$,
$(3, 2) = (2, 2\lambda - 2) - b_3(2, 2\lambda - 3) - a_3(1, 2\lambda - 3)$,

……

$(\lambda - 1, \lambda) = (\lambda - 2, \lambda + 1) - b_{\lambda-1}((\lambda - 2, \lambda) - a_{\lambda-1}((\lambda - 3, \lambda)$,
$(\lambda - 1, \lambda + 1) = (\lambda - 2, \lambda + 2) - b_{\lambda-1}((\lambda - 2, \lambda + 1) - a_{\lambda-1}((\lambda - 3, \lambda + 1)$,

$$a_\lambda = \frac{(\lambda-1,\lambda-1)}{(\lambda-2,\lambda-2)},\ b_\lambda = \frac{(\lambda-1,\lambda)}{(\lambda-1,\lambda-1)} - \frac{(\lambda-2,\lambda-1)}{(\lambda-2,\lambda-2)},$$

$(\lambda, \lambda) = (\lambda - 1, \lambda + 1) - b_\lambda(\lambda - 1, \lambda) - a_\lambda(\lambda - 2, \lambda)$,

$$\mathrm{K}_\lambda = \frac{\sum F(x_i)x_i^\lambda u_i - (0,\lambda)\mathrm{K}_0 - (1,\lambda)\mathrm{K}_1 - (2,\lambda)\mathrm{K}_2 - \ldots - (\lambda-1,\lambda)K_{\lambda-1}}{(\lambda,\lambda)},$$

$\Psi_\lambda(x) = (x - b_\lambda)\Psi_{\lambda-1}(x) - a_\lambda\Psi_{\lambda-2}(x)$,

$\sum d_\lambda^2 = \sum d_{\lambda-1}^2 - (\lambda,\lambda)\mathrm{K}_\lambda^2.$

Appliquons cette méthode d'interpolation aux sept premières données du tableau II pour exprimer les trajets *u* du projectile en function des durées *x* par le polynôme

$u = ax + bx^2 + cx^3 + \ldots$

Dans ce cas $F(x) = x$.

[Чебышёв назначает значения $x_1, x_2, \ldots, x_7$ и указывает соответствующие значения u_i.]

En cherchant à exprimer u par un seul terme

$F(x)\cdot K_0\Psi_0(x) = x\cdot K_0\Psi_0(x)$,

on prendra

$[F(x_i)]^2 = x_i^2$ [здесь указано семь чисел]
$F(x_i)\cdot u_i = x_i\cdot u$ [здесь указано семь чисел]

[Следуют вычисления. Вот результат:]

$F(x)\cdot K_0\Psi_0(x) = 247{,}85x$.

La somme des carrés des erreurs avec lesquelles le terme trouvé représente les valeurs données se deduit de [Следуют вычисления. Вот результат:]

$$\sum d_0^2 = 0,07854535.$$

[В результате аналогичных вычислений определяется $F(x)\cdot K_i\Psi_i(x)$ для $i = 1, 2$ и 3.]

On trouve pour l'erreur quadratique moyenne avec laquelle les quatre termes trouvés représentent les valeurs données de u

$$E = \sqrt{\frac{\sum d_3^2}{n}} = 0,0084.$$

En s'arrêtant aux termes trouvés, on a pour l'expression cherchée de u

$u = 105{,}36x + 15984x^2 + 25631000\,x^3 - 3546000000\,x^4$.

Nous nous sommes servi de l'arithmomètre de M. Thomas de Colmar pour calculer les produits, les puissances et des quotients qui entrent dans les formules de l'interpolation. Avec cette machine on peut faire facilement et promptement la multiplication de huit chiffres pour huit chiffres, ou de sept par neuf, et la division de seize chiffres par huit chiffres.

FIN

Примечание

В вычислениях удержано явно избыточное число значащих цифр, и то же можно сказать о мемуаре Маиевского и даже о Фишере. Обсуждение этого

пережитка см. *Science*, vol. 84, 1936, с. 289 – 290. Позднее Чебышёв изобрёл свой собственный арифмометр (Юшкевич 1968, с. 303).

Библиография

Ахиезер Н. И. (1946), Краткий обзор математических трудов П. Л. Чебышёва. В книге П. Л. Чебышёв, *Избранные математические труды*. М. – Л., с. 171 – 188.

Головинский И. А. (1985), О методе интерполирования у Коши. *Историко-математические исследования*, вып. 28, с. 26 – 78.

--- (1986), К обоснованию метода наименьших квадратов у П. Л. Чебышёва. Там же, вып. 30, с. 224 – 247.

Кольман А. (Э.) (1982), *Мы не должны были так жить*. Нью Йорк.

Маиевский Н. В. (1869), Об опытах, произведённых в ноябре 1867 г. […] над определением давления пороховых газов в канале орудия. *Артилл. Ж.*, № 5, с. 871 – 905. Мандрыка (1954) указывает также мемуар Маиевского 1856 г., посвящённый той же теме.

--- (1870), *Курс внешней баллистики*. СПБ. Предварительное литографированное издание: 1859.

--- (1870), Mémoire sur les experiences faites á l'Etablissement de M. Krupp à Essen au mois de Novembre 1867, pour déterminer les pressions des gaz de la poudre dans l'ame des bouches à feu. *Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers, Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belg*., t. 21, pp. 3 – 24.

--- (1872), *Traité de balistique extérieure*. Paris.

--- (1875), Отзыв о мемуаре Magnus de Sparre, Mouvement des projectiles oblong dans le cas du tir de plein fouet. *Артилл. Ж.* № 6, с. 163 – 165.

Мандрыка А. П. (1954), *Николай Владимирович Маиевский*. М.

--- (1958), *Баллистические исследования Эйлера*. М.

Плошко В. Г., Елисеева И. И. (1990), *История статистики*. М.

Прудников В. Е. (1950), П. Л. Чебышёв и артиллерийская наука в России в XIX веке. *Природа*, 39-й год, № 7, с. 75 – 81.

Тольц М. С. (2012), От Ипатьевского дома до расстрелянной переписи. *Демоскоп Weekly*, № 535 – 536, дек. 2012, с. 10 – 31.

Хотимский В. И. (1925), *Выравнивание статистических рядов по способу наименьших квадратов* (*способ Чебышёва*). М., 1959.

Чебышёв П. Л. (1855), О непрерывных дробях. ПСС, т. 2, с. 103 – 126.

--- (1857), О ряде Лагранжа. ПСС, т. 2, с. 127 – 145.

--- (1858), Об одном новом ряде. Там же, с. 236 – 238.

--- (1859, франц.), Об интерполировании по способу наименьших квадратов. Там же, с. 314 – 334.

--- (1864), Об интерполировании. Там же, pp. 541 – 560.

--- (1870), Appendice [to Mayevski (1870)]. Formules d'interpolation par la méthode des moindres carrés. *Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers, Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belg*., t. 21, pp. 25 – 33.

--- (1875), Об интерполировании величин равноотстоящих. ПСС, т. 3, с. 66 – 87.

--- (1899 – 1907), *Oeuvres*, tt. 1 − 2. St. Pétersbourg. Редакторы A. A. Markov, N. Ya. Sonin. Двуязычное (русское и французское) издание. Перепечатка французского изданеия: New York, 1962.

Юшкевич А. П. (1968), *История математики в России до 1917 г*. М.

Brialmont (1868), Rapport [о рукописи Маиевского]. *Bull. Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belg*., No. 11. Cl. des Sciences, pp. 382 – 384.

Euler L. (1745), *Neue Grundsätze der Artillerie … Opera omnia*, ser. 2, t. 14.

Fuss N. (1786), Lobrede auf Herrn Leonhard Euler. In Euler, *Opera omni*a, ser. 1, t. 1, pp. 4 – 122.

Gram J. P. (1879), Über die Entwicklung reeler Funktionen in Reihen mittelst der Methode der kleinsten Quadraten. *J. reine angew. Math*., Bd. 94, 1883, pp. 41 – 73.

Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.

Hermite Ch. (1859), Sur l'interpolation. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 48, pp. 62 – 67.

Isserlis L. (1927), Note on Chebycheff's interpolation formula. *Biometrika*, vol. 19, pp. 87 – 93.

Jouffret E. (1873), *Sur la méthode des moindres carrés et ses applications au tir*. Paris.

--- (1874), Sur l'établissent et l'usage des tables de tir. *Revue d'artill.*, 2^{e} année, t. 3, oct. 1873 – mars 1874, pp. 51 – 72. Мы ссылаемся лишь на одну, на эту часть его обширной статьи.

--- (1903), *Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions.*

Lagrange J. L. (1832), Formules relatives au movement du boulet dans l'intérieur du canon. Extraites des manuscrits par S.-D. Poisson. *J. de l'Ecole Polyt.*, 21^{e} cahier, sept.

Liagre [J. B. J.] (1852), *Calcul des probabilités et théorie des erreurs* etc. Bruxelles.

--- (1868), Rapport [о рукописи Маиевскаого]. *Bull. Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belg*., No. 11. Cl. des Sciences, p. 381.

Mémoires (1870), *Mémoires couronnés et autre mémoires. Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belg*., t. 21.

Schols Ch. M. (1875), De interpolatie-formule van Tchébycheff volgens de methode der kleinste vierkanten. *Verslag. Med. Kon. Akad. Wetens., Amsterdam*, Afd. Natuurkunde, t. 9, pp. 301 – 311. Французский вариант: La formule d'interpolation de Tchébycheff suivant la méthode des moindres carrés. *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, t. 12, 1877, pp. 102 − 112.

Sheynin O. (1994), Chebyshev's lectures in the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 46, pp. 321 – 340.

--- (2012), New exposition of Gauss' final justification of least squares. *Math. Scientist*, vol. 37, pp. 147 – 148.

--- (2014), Elementary exposition of Gauss' final justification of least squares. *Silesian Stat. Rev*., No. 12 (18), pp. 39 – 47.

VII

П. Ч. Махаланобис

Заметка о статистических и биометрических сочинениях Карла Пирсона

P. C. Mahalanobis, A note on the statistical and biometric writings of Karl Pearson. *Sankhya, Indian J. Stat.*, vol. 2, 1936, pp. 411 – 422

Введение

Эту заметку я составил для нужд сотрудников калькуттской статистической лаборатории. К ней я приложил список отобранных статистических и биометрических сочинений Карла Пирсона (КП), который не включает всех его научных сочинений. Полный список скоро будет опубликован [Morant и др. 1939].

Общие взгляды КП на суть научного познания изложены в его книге (1892, переработано в 1900 и 1911 гг.). Она имеет исключительное значение и к тому же незаменима для должного понимания его точки зрения. Первый том его второго собрания очерков [141] содержит очерки на статистические и биометрические темы[1], второй том посвящён исследованиям в социологии и фольклору.

1. Кривые плотности

Работы КП по статистической теории начали появляться с 1893 г[2]. в классической серии *Мемуары математической теории эволюции* (позднее КП стал называть отдельные сочинения этой серии *Математические мемуары по теории эволюции*). В первом мемуаре [1], представленном Королевском обществу 18 октября 1893 г., впервые начал применяться метод моментов, который был позднее усовершенствован и стал мощным статистическим инструментом[3]. Во втором мемуаре [2] КП определил в терминах бета-функции первые виды семейства *кривых Пирсона*. Он отметил теоретическую значимость семиинвариантов Тиле, но предпочёл применять метод моментов, чтобы избежать параметров высокого порядка. В двух дополнениях КП [3, 4] развил и более подробно классифицировал кривые этого семейства. По практическому удобству и гибкости это семейство всё ещё не имеет соперников для эмпирического описания одномерных выборок, а его кривая III остаётся наиболее фундаментальным видом распределения плотностей, причём само нормальное распределение является лишь её частным случаем.

КП [5, 6] очень рано начал применять метод моментов для систематического сглаживания[4] наблюдений. Другими приложениями этого метода было разбиение кривых, состоящих из различных биномиальных распределений [7], более разработанный, чем у Шеппарда, метод исправления за группировку [8] и применение гипергеометрических рядов для подгонки наблюдений [9 – 11].

Уже в 1895 г. КП почувствовал необходимость в построении поверхностей асимметричных плотностей для сглаживания наблюдений, содержащих более одной переменной. Сводку его идей об этой теме представляет небольшое число его сочинений [12 – 15].

2. Корреляция и сопряжённые признаки

В основном мемуаре о теории корреляции [16] КП доказал формулу для смешанного момента коэффициента корреляции. Там же содержалась общая теория корреляции для трёх переменных, равно как и определения различных биологических терминов, например, *вариации*, *корреляции*, *естественного*, *полового* и *репродуктивного отбора*, *наследственности*. Математическая часть мемуара была основана на предположении о нормальном распределении, но была указана необходимость изучения skew variation и криволинейной корреляции.

Следующие 30 лет КП продолжал изучать различные методы определения и теорию корреляции. В 1901 г. он разработал метод определения корреляции (позднее названной тетрахорической корреляцией *r*) между величинами, не поддающимися количественному измерению [17]. Он [18] показал его применение на большом биологическом и медицинском материале.

Очередным важным шагом оказалось введение нового понятия *сопряжённости признаков* [19]. Оно оказалось исключительно полезным для обработки экономических, социальных, биометрических и иных данных всякого вида, которые могут быть классифицированы, но не могут быть упорядочены в соответствии с какой-либо метрической шкалой.

Коэффициент контингенции был соединён и с фундаментальной статистикой хи-квадрат, введённой в 1900 г., и с ассоциацией и нормальной корреляцией количественных переменных. Затем появилась статья [20] о криволинейной корреляции и нелинейной регрессии с разработкой метода подгонки полиномиальных кривых любого порядка. Впрочем, полную ортогональность их последовательных членов КП [21] указал намного позднее. В той же статье [20] была введена статистика хи-квадрат для измерения степени коррелирования двух переменных в случае нелинейной корреляции, что оказалось отправной точкой для других далеко идущих разработок. На этом практически закончилось построение основной структуры теории корреляции и контингенции.

В то же время КП [22] разработал различные методы для определения линейной и криволинейной корреляции (например, бисериальной *r* [23], бисериальной η [24], ранговой (rank and grade) корреляции [25], polychoric *r* [26]) и поправок за обширные группировки [27 – 29], при которых переменные либо не могут быть измерены количественно, либо были классифицированы в обширных категориях.

В 1913 г. КП опубликовал критический обзор теорий ассоциации [30], а из других статей о теории корреляции можно

назвать те, в которых исследовались index correlation [31, 32], влияние отбора на корреляцию [33, 34], частная и множественная корреляция [35, 36] и first power методы определения корреляции [37]. [Если не ошибаемся, индекс корреляции ввёл Фехнер, но кто же применял этот термин после него?]

3. Вероятные ошибки и теория распределений

КП рано заинтересовался проблемой вероятных ошибок и выборочных распределений. Вероятные ошибки средних, стандартных отклонений и моментов высокого порядка для нормального распределения одной переменной были определены намного раньше, но почти ничего иного до исследований КП не было[5].

Общая теория выборочных распределений параметров коррелированных нормальных совокупностей и асимметричных кривых плотности для одной переменной впервые появилась у него в 1898 г. [38]. В этой статье содержалось много важных результатов, но все они относились к случаю выборок большого объёма. КП ясно представлял себе, что

Распределение ошибок в константах плотности окажется, при точном исследовании, в общем асимметричным (с. 234).

Он подчеркнул, что нормальное распределение вероятных ошибок было лишь приближением и продолжал исследование их общей теории в трёх статьях 1903 – 1920 гг. [39]. Обобщённая вероятная ошибка множественной нормальной корреляции [40] и смешанные моменты двумерной коррелированной поверхности [41] появились в 1908 и 1918 гг. соответственно.

Далее, в основном в 1906 – 1919 гг., он вычислил различными специальными методами вероятные ошибки коэффициента корреляции [42, 43] и различных коэффициентов контингенции [44 – 46] и плотностей менделевского класса [47].

Первая статья КП [48] о теории малых выборок была опубликована в качестве приложения к статьям Стьюдента[6] и Фишера. В дальнейшем он [49, 50] весьма подробно, с обилием числовых примеров рассмотрел распределения различных статистик в случае малых выборок из коррелированных нормальных совокупностей. Статья КП [51] о выборочном распределении коэффициента смешанного момента привела к исследованию некоторых специальных видов функции Бесселя с важными приложениями к статистическим проблемам [52, 53].

Недавно, в 1931 – 1935 гг., появилась дисперсия упорядоченных элементов [54], применение интегралов вероятности в случае симметричных кривых [55] для решения задач на малые выборки, исследование и комментирование статистик z Стьюдента [56 – 58].

4. Статистика хи-квадрат и статистические выводы

Одна из самых основных проблем статистики состоит в определении вероятности того, что наблюдённая выборка была извлечена из данной совокупности, либо, как это чаще происходит на практике, в определении были ли две выборки

извлечены из одного и того же теоретического распределения. Для решения этой задачи КП [59] построил статистику хи-квадрат и самым утончённым способом определил её точное распределение. Его хи-квадрат оказался первым и важнейшим из современных критериев значимости, и, по мнению многих статистиков являлся важнейшим вкладом КП в статистическую теорию.

В период 1911 – 1934 гг. он [60 – 70, 85, 86] рассмотрел различные стороны и приложения этой проблемы. Он [71] кроме того исследовал насколько процент успехов в прошлом может послужить основой для предсказания будущих ожиданий. Эта проблема, фундаментальная по мнению КП, тесно связана с обращённой вероятностью и теоремой Бейеса. Он вернулся к ней в двух важных статьях [72, 73] и в более кратких заметках. Здесь можно упомянуть и его интересную статью [74] о теореме Чебышева.

5. Различные статистические статьи

Кроме вклада в общую теорию статистики КП исследовал многие оригинальные приложения статистического метода к специальным задачам, но мы сможем упомянуть лишь несколько из них.

В статье [75] корреляционный анализ был впервые применён в метеорологии. В ней КП уверенно заявил, что будущее метеорологических прогнозов будет зависеть от достаточного знания корреляций

С особым вниманием на изменения корреляции со временем (с. 467).

В последние годы применение именно этих методов обеспечило долгосрочные прогнозы муссонов в Индии.

КП [76, 77] исследовал проблему Гальтона о наиболее подходящем соотношении между стоимостями первого и второго призов и подробно изучил погрешности суждения в простых опытах и личное уравнение [78].

В мемуаре [79] о математической теории случайной миграции КП исследовал, как быстро биологический вид может распространиться по свободной территории. КП [80] изучил колебания экономических данных, применяя корреляцию в методе последовательных конечных разностей. В обширной статье [81] он подробно и критически рассмотрел статистические основания двухфакторной теории общего умственного развития, а в статье [82] показал, как статистический метод с пользой применять при вычислении средней продолжительности правления царей, а потому и для восстановления исторической хронологии.

6. История математической статистики

Примерно полдюжины статей по истории статистики заслуживает мимолётного упоминания. КП [83] обсудил оригинальность гальтоновского понятия корреляции на фоне работ Гаусса и Браве, а позднее в этой связи исследовал

сочинение Джиованни Плана [84]. Он [85] проследил открытие нормальной кривой до мемуара Муавра, а затем показал [86], что фактически Муавр доказал теорему Якоба Бернулли[7].

Затем последовали статьи о Лапласе, о его решении специальной задачи, связанной с обращённой вероятностью [87], а интересное исследование о нём [88] свидетельствовало о серьёзном внимании и способности КП к историческим изысканиям. Исторические замечания по теории малых выборок включены, например, в статью [89]. Особенно интересно, что в ней КП указал, что точное распределение стандартного отклонения впервые вывел Гельмерт в 1875 – 1876 гг[8].

Мемуар о Уэлдоне [90] содержит много сведений о начале биометрических исследований, а монументальное исследование жизни и трудов Гальтона [91] является громаднейшей научной биографией нынешнего времени. Она особо ценна для лиц, интересующихся историей статистики и евгеники, поскольку весьма подробно излагает события вплоть до смерти Гальтона в 1911 г. КП написал также популярные брошюры о Гальтоне и Дарвине [92, 93].

7. Статистические таблицы

Главными являются *Таблицы для статистиков и биометристов* в двух частях [94] с самыми ясными и громадными введениями к ним в 70 и 238 страниц о практике современных статистических исследований. Таблицами бета-функции [95], неполной гамма-функции [96] и эллиптических интегралов [97] с введениями, занимающими 53, 26 и 39 страниц, мы также обязаны энергии КП. Он был и основным редактором более дюжины *Трактатов для вычислителей* [98], две части которых, *Составление таблиц* и *Об интерполировании*, он сам написал, как и поучительные введения к остальным частям.

Другим существенным мероприятием оказалась публикация под его руководством 20-тизначной стандартной таблицы логарифмов в девяти частях [99]. Указать, что все эти таблицы незаменимы для серьёзных статистиков, было бы лишь признанием факта. Можно назвать и статью [100] о численном оценивании эйлеровых интегралов, которая была опубликована незадолго до его смерти.

8. Биометрические исследования

КП заинтересовался теоретической статистикой в основном как инструментом для систематического изучения эволюции и новой науки, генетики. В течение нескольких лет после этого, в серии упомянутых математических статей, он сосредотачивал свою энергию на развитии методов корреляционного анализа. Затем он начал систематически изучать изменчивость и корреляцию в растениях и низших животных, общие законы наследственности и специально их отношение к человеку и, далее, более непосредственно занялся антропологическими и евгеническими исследованиями.

КП начал с обширной статьи [101], основной целью которой было сравнение изменчивости индивида и расы и наследственность изменчивости индивида. Его общий вывод состоял в том, что homotyposis, а потому и наследственность являлась основной движущей силой живых форм и условием эволюции жизни при помощи естественного отбора.

КП [102] ответил на биологическую критику этой статьи, затем последовала его более краткое исследование [103]. К этой же группе статей относятся трудоёмкие исследования [104 и 105] и статьи [106 – 108].

9. Законы наследственности

В нескольких статьях, растянувшихся почти на 30 лет, КП исследовал в какой мере законы наследования и эволюции можно сформулировать в терминах общих математических теорий. Он [109] разработал законы родовой наследственности, в основном следуя более ранней работе Гальтона. При попытке развить обобщённую теорию чистого гаметического наследования КП [110] ясно признал, что

Биометрическая или статистическая теория наследственности не отрицает никакой физиологической теории, но сама по себе служит для её подтверждения или отрицания.

В другой статье [111], основанной на идеях Уэлдона, КП попытался объединить точки зрения менделизма и биометрии в единой теории наследования. Он предположил, что

Менделисты трудятся на одном конце шкалы, а биометристы несколько ниже.

По этой же теме иногда появлялись его заметки [112], но полную теорию КП подробно разработал в длинной статье лишь за несколько лет до смерти [113]. Здесь он постарался показать, что все организмы находятся в состоянии непрерывной эволюции, и что тип сохраняется только ввиду межпородного скрещивания и выборочного действия окружающей среды. Иначе говоря, естественный отбор управляет эволюцией, но побуждение к поступательному движению придаёт сама наследственность.

10. Наследование у человека

КП начал конкретные биометрические исследования человека очень рано. Весьма подробную статью [114] он опубликовал в двух частях в 1903 и 1904 гг. В ней он показал, что для большого числа и физических, и умственных характеристик корреляция между родителями и потомством составляла около + 0,5.

Далее последовали монографии о наследовании диатеза [115] и о супружеском заражении лёгочным туберкулёзом [116] и изучение наследования зрения [117]. Во всех этих исследованиях более важным фактором оказалась наследственность. Несколько раннее КП начал серьёзное систематическое изучение подробных родословных [118], чтобы

Опубликовать историю семей, относится ли она к физическим аномалиям или способностям и достижениям.

Ему пришлось заняться тяжёлым редактированием, плоды которого видны в 15 частях (в двух томах и одном незаконченном томе) книги, которая появлялась в течение 20 лет.

Монографию об альбинизме у человека [119] КП начал составлять в 1903 г., а опубликовал в 1911 – 1913 гг. Она подробно изучила проявление альбинизма на коже, в глазах и волосах и его географическое распределение, равно как и альбинизм у низших животных. Временами КП публиковал краткие статьи о наследовании специальных недостатков [120].

11. Евгенические исследования

В 1907 г., после преобразования евгенической лаборатории под руководством КП, он начал работу по некоторым проблемам более непосредственного евгенического интереса. В двух исследованиях пьянства [121] КП утверждал, что

Никакого заметного отношения не было обнаружено между умственным развитием, телосложением или болезнями детей и пьянством родителей.

Затем, однако, он [122] показал, что существовала тесная связь между умственной дефективностью детей и крайним алкоголизмом взрослых. Предположив, что умственно дефективные склонны стать особыми алкоголиками, он предложил отделять этих дефективных (но не алкоголиков, поскольку пьянство часто вызывается другими причинами).

В то же время вопрос о различной плодовитости начал занимать его внимание [123]. В совместном исследовании [124] было показано, что с 1878 г. фертильность в Англии перестала коррелировать с социальной значимостью и что с тех пор численность семей начала изменяться обратно пропорционально заработной плате. Указывалось, что это представляло *громадную политическую проблему недалёкого будущего*, потому что, *если плодовитость коррелируется с какой-либо антисоциальной наследственной чертой, население в скором времени выродится*.

КП [125] исследовал наследственный характер здоровья населения, а несколько позднее [126] довольно подробно обсуждал свидетельства в пользу того, что естественный отбор всё ещё избавлялся от более слабых младенцев. Затем последовало весьма обстоятельное исследование температуры рта у школьников [127], в котором был чётко выявлен её индивидуальный характер и её отношение к различным наследственным и социальным факторам и к влиянию окружающей среды.

Позднее появилось второе подробное исследование данных из клиники для малышей [128]. В нём весьма полно было рассмотрено относительное влияние врождённой сущности и питания и воспитания (nature and nurture). В исследовании наследственности психических характеров [129] корреляция между родными братьями или сёстрами оказалась чуть выше

+ 0,5. Несколько позже, при изучении здоровья школьников, КП [130] показал, что нет практически никакой связи между здоровьем и психическими характеристиками и что общее состояние здоровья и общее умственное развитие детей практически не меняется в течение их школьной жизни[9]. Кроме того, он указал, что внешние антропометрические данные *почти не имели значения с точки зрения здоровья* и подчеркнул необходимость исследования динамики организма, т. е. работы органов тела.

Последнее большое евгеническое исследование [131] касалось чуждой иммиграции в Великобританию и было основано на подробных биометрических данных о еврейских детях из России и Польши. Наконец, в лекции 1931 г. КП [132] рассмотрел наследование психических заболеваний.

12. Медицинская биометрия и здравоохранение

КП опубликовал серию статей о применении статистических методов в медицине и здравоохранении, которые относились к весьма разнообразным темам. Они, например, касались черепного указателя [133], неоднократных заболеваний в одной и той же семье [134], отделения различных штаммов трипанозом [135], существования дифференцированной смертности [136], влияния изоляции на приступы дифтерии и смертности от неё [137], снижения смертности от туберкулёза [138]. КП также изучал диеты [139] и обсуждал опыты о влиянии молока на рост детей [140][10].

13. Популярные сочинения о биометрии и евгенике

КП очень рано начал составлять тексты популярных лекций и выступлений по статистическим темам. Некоторое число очерков, написанных в период 1894 – 1897 гг., составили сборник [141]. В нём, в частности, были помещены тексты лекций о шансах смерти в различных возрастах и репродуктивном отборе с подробным обсуждением кривой плодовитости человека. Было включено первое научное и подробное изучение изменчивости у мужчин и женщин, в котором был действенно применён коэффициент изменчивости большого числа антропометрических данных.

И в евгенике КП не ограничился научными исследованиями, а усиленно старался распространять евгенические идеи посредством популярных лекций и трактатов. Вскоре он принял на себя руководство преобразованным Бюро евгенической регистрации и избрал охват и значимость национальной евгеники темой лекции Бойля[11] [142]. Изложение было популярным, но КП (с. 15) подчеркнул, что проблемы

Не должны изучаться словесными доводами. Если нам требуется выяснять, почему нации возвышаются и приходят в упадок, проблемы следует расчленять под статистическим микроскопом.

В 1909, 1910 и 1911 гг. КП прочёл ряд лекций об основах евгеники [143] и о её практических проблемах [144] и научной

стороне [145] и подчеркнул значимость наследственности и тот факт, что природа намного важнее, чем питание и воспитание [146, 147]. В 1910 – 1911 гг. упомянутые мемуары о пьянстве родителей вызвали яростные споры с врачами и экономистами [148, 149].

В лекции для врачей КП [150] ревностно призвал их участвовать в евгенической работе. Лекции о туберкулёзе и здравоохранении [151, 152] разумеется, с точки зрения наследственности и евгеники, он прочёл примерно в то же время. Темами других его популярных лекций были дополнительные сведения об эволюции человека [153], биологический вред, присущий старшему ребёнку [154], и права не родившегося ребёнка [155].

Другая группа лекций рассматривала задачи науки при изучении социальных проблем [156 – 158] и евгенику и здравоохранение [159].

КП обсуждал весьма спорный вопрос об изоляции умственно дефективных в двух памфлетах [160, 161], показав, что нет никаких свидетельств о простом менделевском отделении этого понятия и что в изменении слабоумия и умственного развития нет разрывов[12].

Война 1914 – 1918 гг. прервала серию популярных лекций и обращений КП, и они практически прекратились уже в 1914 г. После войны он опубликовал брошюры о Гальтоне и Дарвине [92, 93][13].

14. Антропометрия

Антропометрию КП рассматривал в первую очередь как основание евгеники, и многие его статьи по этой дисциплине окрашены соответствующим образом. На основании антропометрических исследований (H. Risley) племён и каст северной Индии КП [162] изучал изменчивость внутри рас и между ними. В другом раннем исследовании он [163] показал, что практически не существовало связи между умственным развитием и формой или размером головы или другими физическими характеристиками. Более подробно КП [164] рассмотрел тот же вопрос через 20 лет и заключил, что практически нет связи между физическими и умственными характеристиками.

Далее, КП [165] изучил устойчивость черепного указателя внутри расы и предпочтительность руки и глаза [166], а в обширном мемуаре [167] исследовал корреляцию между различными характеристиками тела и их изменение с возрастом.

КП непременно подчёркивал необходимость стандартизации в антропометрии и настаивал на применении в ней должных статистических методов для анализа получаемых данных. Он написал много ценных работ по улучшению методов антропометрии, изобрёл прибор для измерения высоты лба над слуховым проходом живого человека и первым начал стандартизировать измерения черепов.

Далее, КП [168] описал метод составления контуров черепов различных типов, чтобы сравнивать измерения в длинных сериях. Можно упомянуть и определение альвеолярной точки [169] и применение simometer [170]. По предложению Гальтона 1907 г. КП [171] разработал полезный метод типичных силуэтов, а через несколько лет [172] предложил изучать черепа при помощи трёхмерного анализа. Он заявил, что *непоколебимо верит*, что *это – многообещающее поле для тех краниометристов, которые первыми станут применять* [трёхмерную] *геометрию Декарта к черепам*.

В ряде статей КП рассматривал воссоздание объёмов черепов [173, 174], краниометрию [175, 176], применение статистических методов для определения пола по данным остеометрии [177] и решение спорных вопросов об искусственной деформации голов [178].

С точки зрения анализа важнейшим вкладом КП было здесь определение коэффициента расового сходства. Он [179] впервые применил его для измерения степени схожести различных групп и рас по внешнему виду. Позднее КП [180 – 182] рассмотрел пользу этого коэффициента и стандартизацию его применения. Впрочем, КП [180] отметил его фундаментальную слабость: он пренебрегает корреляциями между рассматриваемыми характеристиками.

Очень тщательно и подробно КП сравнивал определённые анатомические структуры человека и других животных. Так, он [183] сравнивал переносицы человекообразных обезьян и человека, затем последовала громадная монография [184] о длинных костях с подробным рассмотрением хода эволюции человека и отношения современного человека со своими предками в палеолите и человекообразными обезьянами.

КП указал причины для предположения о том, что прото-человек имел больше общих черт с шимпанзе, чем с гиббонами. Он [185] опубликовал длинный мемуар о сезамоидной кости коленного сустава человека и её эволюции.

Незадолго до смерти КП [186] исследовал морфометрические характеристики отдельных костей человеческого черепа. Наконец, серию статей, в основном исторического интереса, он посвятил черепам и портретам Бюькенена [187], лорда Дарнли [188] и Оливера Кромвеля [189]. Самым изобретательным способом КП сравнивал в этих статьях портреты с измерениями черепов[14]. Президентское обращение КП [190] к антропологической секции Британской ассоциации по продвижению науки показывает его обдуманные взгляды на цели и темы науки о человеке.

Библиография автора (K. Pearson)

Annals Eugenics = Ann. Eug.
Biometrika = Biom.
Draper's Co. *Res. Mem. Biom. Ser*. = *Biom. Mem*.
Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. = PT RS

1. On the dissection of asymmetrical frequency curves. *PT RS*, vol. A185, 1894, pp. 71 – 110.

2. Skew variation in homogeneous material. *PT RS*, vol. A186, 1895, pp. 343 – 414.

3. Supplement to [2]. *PT RS*, vol. A197, 1901, pp. 443 – 459.

4. Second supplement to [2]. *PT RS*, vol. A216, 1916, pp. 429 – 457. Поправка: vol. 12, 1919, pp. 259 – 281.

5, 6. On systematic fitting of curves to observations and measurements, pt. 1. *Biom*, vol. 1, 1901, pp. 265 – 303. Pt. 2, *Biom*, vol. 2, 1902, pp. 1 – 23.

7. On certain types of compound frequency distributions in which the components can be individually described by binomial series. *Biom*, vol. 11, 1915, pp. 139 – 144.

8. On corrections for moment-coefficients of limited range frequency distributions. *Biom*, vol. 12, 1919, pp. 231 – 258.

9. On certain properties of the hypergeometrical series and on the fitting of such series to observation polygons in the theory of chances. *London, Edinb. and Dublin Phil. Mag.*, vol. 49 [vol. 47?], 1899, pp. 236 – 246.

10. On the moments of the hypergeometrical series. *Biom*, vol. 16, 1924, pp. 157 – 162.

11. On a certain double hypergeometrical series and its representation by continuous frequency surfaces. Там же, pp. 172 – 188.

12. Notes on skew frequency surfaces. *Biom*, vol. 15, 1923, pp. 222 – 230.

13. On non-skew frequency surfaces. Там же, pp. 231 – 244.

14. The fifteen constant bivariate frequency surface. *Biom*, vol. 17, 1925, pp. 268 – 313.

15. Thoughts suggested by the papers of Welch and Kolodziejczyk. *Biom*, vol. 27, 1935, pp. 228 – 259.

16. Regression, heredity and panmixia. *PT RS*, vol. A187, 1896, pp. 253 – 318.

17. On the correlation of characters not quantitatively measurable. *PT RS*, vol. A195, 1901, pp. 79 – 150.

18. On the inheritance of characters not capable of exact quantitative measurement. Там же, pp. 79 – 150. Соавтор A. Lee.

19. On contingency and its relation to association and normal correlation. *Biom. Mem.*, vol. 1, 1904.

20. On the general theory of skew correlation and non-linear regression. *Biom. Mem.*, vol. 2, 1905.

21. On a general method of determining successive terms in a skew regression line. *Biom.*, vol. 13, 1921, pp. 296 – 300.

22. On further methods of determining correlation. *Biom. Mem.*, vol. 4, 1907.

23. On a new method of determining correlation between a measured character A and a character B of which only the percentage of cases etc. *Biom.*, vol. 7, 1909, pp. 96 – 105.

24. On a new method of determining correlation when one variable is given by alternative and the other by multiple categories. *Biom.*, vol. 7, 1910, pp. 248 – 257.

25. On an extension of the method of correlation by grades or ranks. *Biom.*, vol. 10, 1914 – 1915, pp. 416 – 418. Second note. *Biom.*, vol. 13, 1920 – 1921, pp. 302 – 305.

26. On polychoric coefficients of correlation. *Biom.*, vol. 14, pp. 1922, pp. 127 – 156.

27. On the measurement of the influence of broad categories on correlation. *Biom.*, vol. 9, 1913, pp. 116 – 139.

28. On a correction to be made to the correlation ratio η. *Biom.*, vol. 8, 1911, pp. 254 – 256. Также vol. 14, 1923, pp. 412 – 417.

29. On the correction for broad categories. *Biom.*, vol. 27, 1935, pp. 364 – 372.

30. On theories of association. *Biom.*, vol. 9, 1913, pp. 159 – 315. Соавтор D. Heron

31. On a form of spurious correlation which may arise when indices are used in the measurement of organs. *Proc. Roy. Soc.*, vol. 60, 1897, pp. 489 – 498.

32. On the constant of index-distributions as deduced from the like constants for the components of the ratio with sp. ref. to the opsonic index. *Biom.*, vol. 7, 1910, pp. 531 – 541.

33. On the influence of double selection on the variation and correlation of two characters. *Biom.*, vol. 6, 1908, pp. 111 – 112.

34. On the general theory of the influence of selection on correlation and variation. *Biom.*, vol. 8, 1912, pp. 437 – 445.

35. On certain errors with regard to multiple correlation […]. *Biom.*, vol. 10, 1914, pp. 181 – 187.

36. On some novel properties of partial and multiple correlation coefficients in a universe of manifold characteristics. *Biom.*, vol. 11, 1916, pp. 231 – 238.

37. On first power methods of finding correlation. *Biom.*, vol. 17, 1925, p. 459 – 469.

38. On the probable errors of frequency constants and on the influence of random selection on variation and correlation. *PT RS*, vol. A191, 1898, pp. 229 – 311. Соавтор L. N. G. Filon.

39. On the probable errors of frequency constants. Introductory pts 1 – 3. *Biom.*, vol. 2, 1903, pp. 273 – 281; vol. 9, 1913, pp. 1 – 10; vol. 13, 1921, pp. 113 – 132.

40. On the generalised probable error in multiple normal correlation. *Biom.*, vol. 6, 1908, pp. 59 – 68. Соавтор A. Lee.

41. On the product moments of various orders of the normal correlation surface of two variates. *Biom.*, vol. 12, 1918, pp. 86 – 92. Соавтор A. W. Young.

42. On the probable error of a coefficient of correlation as found from a fourfold table. *Biom.*, vol. 9, 1913, pp. 22 – 27.

43. On the probable error of a biserial η. *Biom.*, vol. 11, 1917, pp. 292 – 302.

44. On the probable error of a mean-square contingency. *Biom.*, vol. 5, 1906, pp. 191 – 197. Соавтор J. B. Blakeman.

45. On the probable error of a coefficient of mean-square contingency. *Biom.*, vol. 10, 1915, pp. 570 – 573.

46. On the probable error of a coefficient of contingency without approximation. *Biom.*, vol. 11, 1916, pp. 215 – 230. Поправка в статье *Biom.*, vol. 12, 1919, pp. 259 – 281.

47. The probable error of a Mendelian class frequency. *Biom.*, vol. 11, 1917, pp. 429 – 432.

48. On the distribution of the standard deviations of small samples. Appendix 1 to the papers of “Student” and R. A. Fisher. *Biom.*, vol. 10, 1915, pp. 522 – 529.

49. On the distribution of the correlation coefficient in small samples. Appendix 2 to the papers of “Student” and R. A. Fisher. A cooperative study. *Biom.*, vol. 11, 1917, pp. 328 – 413.

50. Further contributions tot he theory of small samples. *Biom.*, vol. 17, 1925, 176 – 199. Поправка *Biom.*, vol. 19, 1927, pp. 441 – 442.

51. On the distribution of the first product moment-coefficient in samples drawn from an indefinitely large normal population. *Biom.*, vol. 21, 1929, pp. 164 – 193. Соавторы G. B. Jeffrey, E. M. Elderton.

52. Further applications in statistics of the $T_m(x)$ Bessel function. *Biom.*, vol. 24, 1932, pp. 293 – 350. Соавтор ы S. A. Stouffer, F. N. David.

53. On the application of the double Bessel function to statistical problems. *Biom.*, vol. 25, 1933, pp. 158 – 178.

54. On the mean character and variance of a ranked individual and on the mean and variance of the intervals between ranked individuals. Pt. 1. *Biom.*, vol. 23, 1931, pp. 364 – 397; Pt. 2. Case of certain skew curves. *Biom.*, vol. 24, 1932, pp. 203 – 279. Соавтор Pearson M. V.

55. Tables of the probability integrals of symmetrical frequency curves in the case of low powers such as arise in the theory of small samples. *Biom.*, vol. 22, 1931, pp. 253 – 283. Соавтор B. Stoessiger.

56. On the nature of the relationship between two “Student’s” variates (z_1 and z_2) when samples are taken from a bivariate normal population. Там же, pp. 405 – 422.

57. Some properties of “Student’s” *z*: correlation, regression and scedasticity of *z* with the mean and standard deviation of the sample. *Biom.*, vol. 23, 1931, pp. 1 – 9.

58. Further remarks on the *z*-test. Там же, pp. 408 – 415.

59. On the criterion that a given system of deviations […] can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *London, Edinb. and Dublin Phil. Mag.*, vol. 50, 1900, pp. 157 – 175.

60. On the probability that two independent distributions of frequency are really samples from the same population. *Biom.*, vol. 8, 1911, pp. 250 – 254.

61. On the general theory of multiple contingency with sp. ref. to partial contingency. *Biom.*, vol. 11, 1916, pp. 145 – 158.

62. On the application of “goodness of fit” tables to test regression curves and theoretical curves used to describe observational or experimental data. Там же, pp. 239 – 261. Поправка: vol. 12, 1919, pp. 259 – 281.

63. On the chi-squared test of goodness of fit. *Biom.*, vol. 14, 1922, pp. 186 – 191.

64. Further note on the chi-squared test of goodness of fit. *Biom.*, vol. 14, 1923, p. 418.

65. Note on the relation of (P, χ^2) goodness of fit test to the distribution of standard deviations in samples from a normal population. *Biom.*, vol. 19, 1927, p. 215.

66. Experimental discussion of the (χ^2, P) test for goodness of fit. *Biom.*, vol. 24, 1932, pp. 351 – 381.

67. On the probability that two independent distributions of frequency are really samples from the same parent population. Там же, pp. 457 – 479.

68. On the parent population with independent variates which gives the minimum value of φ^2 for a given sample. *Biom.*, vol. 25, 1933, 134 – 146.

69. On a method for determining whether a sample […] has probably been drawn at random. Там же, pp. 379 – 410.

70. On a new method of determining goodness of fit. *Biom.*, vol. 26, 1934, pp. 425 – 442.

71. On the influence of past experience on future expectation. *Lond., Edinb. and Dublin Phil. Mag.*, vol. 13, 1907, pp. 365 – 378.

72. The fundamental problem of practical statistics. *Biom.*, vol. 13, 1921, pp. 1 – 16, 300 – 301.

73. On a method of ascertaining limits to the actual number of marked members […]. *Biom.*, vol. 20A, 1928, pp. 149 – 174.

74. On generalised Tchebycheff theorem in mathematical theory of statistics. *Biom.*, vol. 12, 1919, pp. 284 – 296.

75. On the distribution of frequency (variation and correlation) of the barometric height at divers stations. *PT RS*, vol. A190, 1897, pp. 423 – 469. Соавтор A. Lee.

76. On Fr. Galton’s problem. The most suitable proportion between the values of first and second prizes. *Biom.*, vol. 1, 1902, pp. 390 – 399.

77. On the multiple correlation of brothers etc. *Biom.*, vol. 17, 1925, pp. 129 – 141.

78. On the mathematical theory of errors of judgement with sp. ref. to the personal equation. *PT RS*, vol. A198, 1902, pp. 235 – 292.

79. On the mathematical theory of random migration. *Biom. Mem.*, vol. 3, 1906. Соавтор J. Blakeman.

80. Numerical illustrations of the variate difference correlation method. *Biom.*, vol. 10, 1914, pp. 340 – 355. Соавтор B. M. Cave.

81. The sampling errors in the theory of a generalised factor. *Biom.*, vol. 19, 1927, pp. 246 – 291. Соавтор M. Moul.

82. Biometry and chronology. *Biom.*, vol. 20A, 1928, pp. 241 – 262, 424. Соавтор C. F. Trustam.

83. Notes on the history of correlation. *Biom.*, vol. 13, 1920, pp. 25 – 45.

84. The contribution of Giovanni Plana to the normal bivariate frequency surface. *Biom.*, vol. 20A, 1928, 295 – 298.

85. Historical note on the normal curve of errors. *Biom.*, vol. 16, 1924, pp. 402 – 404.

86. James Bernoulli’s theorem. *Biom.*, vol. 17, 1925, pp. 201 – 210.

87. Note on a solution due to Laplace. *Biom.*, vol. 20A, 1928, pp. 166 – 174.

88. Laplace. *Biom.*, vol. 21, 1929, pp. 202 – 217.

89. Historical note on the distribution of the standard deviation of samples […] drawn from an indefinitely large normal parent population. *Biom.*, vol. 23, 1931, pp. 416 – 418.

90. Walter Frank Raphael Weldon, 1860 – 1906. *Biom.*, vol. 5, 1906, pp. 1 – 52.

91. *Life, Labours and Letters of Fr. Galton*, vols 1, 2, 3A, 3B. Cambridge, 1914 – 1930.

92. *Fr. Galton, a Centenary appreciation*.

93. *Charles Darwin, 1809 – 1882*. London, 1923.

94. *Tables for Statisticians and Biometricians*. Pt. 1, 1914, 1924, 1930. Pt. 2, 1931.

95. *Tables of the Complete and Incomplete Beta-Function*. Cambridge, 1930.

96. *Tables of the Incomplete* Γ*-Function*. London, 1922.

97. *Tables of the Complete and Incomplete Elliptic Integrals.* London, 1934.

98. *Tracts for Computers* NNo. 1 – 20. Cambridge, 1919 – 1934.

99. *Logarithmica Britannica*. *Tracts for Computers* NNo. 11, 14, 16 – 19, 1924 – 1934.

100. On the numerical evaluation of high order incomplete Eulerian integrals. *Biom.*, vol. 27, 1935, pp. 409 – 423. Соавтор M. V. Pearson.

101. On the principle of homotyposis and its relation to heredity, to the variablitiy of the individual, and to that of race. Pt. 1. Homotyposis in the vegetable kingdom. *PT RS*, vol. A197, 1902, pp. 285 – 379. Более четырёх соавторов.

102. On fundamental conceptions of biology. *Biom.*, vol. 1, 1901, pp. 320 – 344.

103. On homotyposis in homologous but differentiated organs. *Proc. Roy. Soc.*, vol. 71, 1903, pp. 288 – 313.

104. On inheritance in the Shirley Poppy. *Biom.*, vol. 2, 1902, pp. 56 – 100.

105. Variation and correlation in lesser celandine from divers localities. *Biom.*, vol. 2, 1903, pp. 145 – 164.

106. Cooperative study of *Vespa Vulgaris*. *Biom.*, vol. 7, 1909, pp. 48 – 63; vol. 8, 1911, pp. 1 – 12.

107. Biometric study of the blood corpuscles of the common tadpole. *Biom.*, vol. 6, 1909, pp. 402 – 419.

108. On the relation of the duration of pregnancy to size of litter and other characters in bitches. *Biom.*, vol. 22, 1931, pp. 309 – 323. Соавтор M. V. Pearson.

109. The laws of ancestral heredity. *Biom.*, vol. 2, 1903, pp. 211 – 236. Соавтор M. V. Pearson.

110. On the generalised theory of alternative inheritance with sp. ref. to Mendel's law. *PT RS*, vol. A203, 1904, 53 – 86.

111. On a mathematical theory of determinantal inheritance from suggestions and notes of the late W. F. R. Weldon. *Biom.*, vol. 6, 1908, pp. 80 – 93.

112. Further remarks on the law of ancestral heredity. *Biom.*, vol. 8, 1911, pp. 239 – 243.

113. On a new theory of progressive evolution. *Ann. Eug.*, vol. 4, 1930, pp. 1 – 40.

114. On the laws of inheritance in man. Pt. 1. Physical characters. *Biom.*, vol. 2, 1903, pp. 357 – 462. Pt. 2. Mental and moral characters. *Biom.*, vol. 3, 1904, pp. 131 – 190. Соавтор A. Lee.

115. A first study of the statistics of pulmonary tuberculosis. Inheritance. *Biom. Mem.*, vol. 2, 1907.

116. A second study of the statistics of pulmonary tuberculosis. Marital infection. 1908.

117. A first study of the inheritance of vision and of the relative influence of heredity and environment on sight. *Eugen. Lab. Mem.*, vol. 5, 1909. Соавтор A. Barrington.

118. *The Treasure of Human Inheritance*, vol. 1, pts 1 – 8, vol. 2, pts 1 – 6, vol. 3.

119. *Albinism in Man*, pt. 1, 1911; pts 2 and 4, 1913.

120. On the inheritance of the deformity known as split-foot or lobster-claw. *Biom*., vol. 6, 1908, pp. 69 – 79. Internal albinism. *Biom*., vol. 7, 1910, pp. 244 – 247. Two new pedigrees of muscular dystrophy. *Ann. Eug*., vol. 5, 1933, p. 179 – 191.

121. *The Influence of Parental Alcoholism on the Physique and Intelligence of the Offspring*, 1910. Second study, 1910.

122. *Preliminary Study of Extreme Alcoholism in Adults*, 1911.

123. On the effect of a differential fertility on degeneracy. *Biom*., vol. 7, 1909 – 1910, pp. 258 – 275.

124. *On the Correlation of Fertility with Social Value*. 1913.

125. On the hereditary character of general health. *Biom*., vol. 9, 1913, pp. 320 – 329.

126. Further evidence of natural selection in man. *Biom*., vol. 10, 1915, pp. 488 – 506.

127. *Statistical Study of Oral Temperatures in School Children with sp. ref. to Parental, Environmental and Class Differences.* 1914.

128. *Study of Data Provided by a Baby-Clinic in a Large Manufacturing Town*. 1922.

129. Inheritance of physical characters. *Biom.*, vol. 12, 1919, pp. 367 – 372.

130. On the Relationship of Health to the Physical and Psychical Characters in School Children. Cambridge, 1923.

131. The problem of alien immigration into Great Britain. *Ann. Eug*., vol. 1, 1925, pp. 5 – 127; vol. 2, 1927, pp. 111 – 244, 290 – 317; vol. 3, pp. 1 – 76, 201 – 262. Соавтор M. Moul.

132. Inheritance of mental disease. *Ann. Eug.*, vol. 4, 1931, pp. 362 – 380.

133. Opsonic index: mathematical error and functional error. *Biom.*, vol. 8, 1911, pp. 203 – 256.

134. On the appearance of multiple cases of disease in the same house. *Biom.*, vol. 8, 1912, pp. 404 – 412.

135. On the probability that two independent distributions of frequency are really samples of the same population with sp. ref. to recent work on the identity of trypanosome strains. *Biom.*, vol. 10, 1914, pp. 85 – 143. Сравните No. 60

136. On criteria for the existence of differential death-rates. *Biom.*, vol. 11, 1916, pp. 159 – 184. Соавтор J. F. Tocher.

137. The influence of isolation on the diphtheria attack- and death-rates. *Biom.*, vol. 10, 1915, pp. 549 – 569. Соавтор E. M. Elderton.

138. The check to the fall in phthisis death-rate since the discovery of the tubercle bacillus and the adoption of modern treatment. *Biom.*, vol. 12, 1919, pp. 374 – 376.

139. Statistical studies of dietaries. *Biom.*, vol. 10, 1914, pp. 172 – 174.

140. Lancashire milk experiment. *Ann. Eug*., 5, 1933, pp. 337 – 338.

141. *The Chances of Death and Other Studies in Evolution*, vols 1 – 2. 1897.

142. *The Scope and Importance to the State of the Science of National Eugenics*. *J. Oxford Univ. Jur. Sci. Club* Aug. 1907; *Eugen. Lab. Lecture Ser*., vol. 1, 1909, 1911.

143. *The Groundwork of Eugenics*. *Eugen. Lab. Lecture Ser*., vol. 2, 1909, 1912.

144. *The Problem of Practical Eugenics*, 1912.

145. *The Academic Aspects of the Science of National Eugenics*, 1911.

146. *The Relative Strength of Nature and Nurture*, 1912.

147. *Nature and Nurture: The Problem of the Future*. *Eugen. Lab. Lecture Ser*., vol. 6, 1910, 1913.

148. *The Influence of Parental Alcoholism on the Physique and Ability of the Offspring: Reply to the Cambridge Economists*, 1910.

149. *An Attempt to Correct Some of the Misstatements made by Sir Victor Horsley and Mary D. Sturge in Their Criticism of the Memoir* *First Study of the Influence of Parental Alcoholism*, 1911. Сравните [121].

150. *Darwinism, Medical Progress and Eugenics*. *Eug. Lab. Lecture Ser*., vol. 9. 1912.

151. *Tuberculosis, Heredity and Environment*, 1912.

152. *The Fight against Tuberculosis and the Death-Rate from Phthisis.*

153. *Sidelights on the Evolution of Man*.

154. *The Handicapping of the First-Born*.

155. *The Right of the Unborn Child*.

156. *The Function of Science in the Modern State*.

157. *National Life from the Standpoint of Science*.

158. *Social Problems, Their Treatment, Past, Present and Future*, 1912.

159. *Eugenics and Public Health*.

160. Mendelism and the Problem of Mental Defect. Pt. 2. The Continuity of Mental Defect, 1914.

161.То же. Pt. 3. On the graduated character of mental defect and the need for standardizing judgements as to the grade of social inefficiency which shall involve segregation. *Questions of the Day and the Fray*, vol. 9, 1914.

162. Preliminary note on interracial characters and their correlation in man. *Biom.*, vol. 2, 1903, pp. 347 – 356.

163. On the relationship of intelligence to size and shape of head and to other physical and mental characters. *Biom.*, vol. 5, 1906, pp. 105 – 146.

164. On our present knowledge of the relationship of mind and body. *Ann. Eug.*, vol. 1, 1926, pp. 382 – 406.

165. On the stability of cephalic indices within the race. *Biom.*, vol. 16, 1924, pp. 116 – 138. Соавтор L. H. C. Tippet.

166. Dextrality and sinistrality of hand and eye. *Biom.*, vol. 19, 1927, pp. 165 – 199.

167. On the interrelationship of certain characters in man (males). *Ann. Eug.*, vol. 5, 1933, pp. 364 – 410. Соавтор H. A. Ruger.

168. Cranial type contours. *Biom.*, vol. 8, 1911, pp. 123 – 202.

169. The definition of alveolar point. *Biom.*, vol. 17, 1925, pp. 53 – 56.

170. On simometers and their handling. *Biom.*, vol. 26, 1934, pp. 265 – 268.

171. On the importance of the type silhouette for racial characterisation in anthropology. *Biom.*, vol. 20B, 1928, pp. 389 – 400.

172. The cranial coordinatograph, the standard planes of the skull and the value of the Cartesian geometry to the craniologist etc. *Biom.*, vol. 25, 1933, pp. 217 – 253.

173. On the measurement of internal capacity from cranial circumferences. *Biom.*, vol. 3, 1904, pp. 366 – 397.

174. On further formulae for the reconstruction of cranial capacity from external measurements of the skull. *Biom.*, vol. 19, 1927, pp. 211 – 214.

175. On measurements of internal diameters of skull etc. *Biom.*, vol. 21, 1929, pp. 85 – 123.

176. Note on Dr. Wagner's memoir on cranial measurements. *Biom.*, vol. 27, 1935, pp. 133 – 144.

177. On the problem of sexing osteometric material. *Biom.*, vol. 10, 1915, pp. 479 – 487.

178. Was the skull of the Mariori artificially deformed? *Biom.*, vol. 11, 1921, pp. 338 – 346.

179. In a paper by M. l. Tildesley, A first study of the Burmese skull. *Biom.*, vol. 13, 1921, 176 – 262.

180. On the coefficient of racial likeness. *Biom.*, vol. 18, 1926, pp. 105 – 117.

181. On the application of the coefficient of racial likeness to test the character of samples. *Biom.*, vol. 20B, 1928, pp. 294 – 300.

182. Note on standardisation of method of using the coefficient of racial likeness.Там же, pp. 376 – 378.

183. A study of the nasal bridge in the anthropoid apes and its relationship to the nasal bridge in man. *Biom.*, vol. 9, 1913, pp. 391 – 445.

184. A study of the long bones of the English skeleton. *Biom. Mem.*, vols. 10 и 11, 1919.

185. On the sesamoids of the knee-joint. Pt. 1, man. Pt. 2, Evolution of the sesamoids. *Biom.*, vol. 13, 1921, pp. 133 – 175, 350 – 400. Соавтор A. G. Davin.

186. Further investigations of the morphometric characters of the individual bones of the human skull. *Biom.*, vol. 27, 1935, pp. 424 – 465. Соавтор T. L. Woo.

187. On the skull and portraits of George Buchanan. *Biom.*, vol. 18, 1926, pp. 233 – 256.

188. The skull and portraits of Henry Stewart, Lord Darnley, and their bearing on the tragedy of Mary, Queen of Scots. *Biom.*, vol. 20B, 1928, pp. 1 – 104.

189. The Wilkinson head of Oliver Cromwell and its relationship with busts, masks and painted portraits. *Biom.*, vol. 26, 1934, pp. 269 – 378. Соавтор G. M. Morant.

190. *The Science of Man, Its Needs and Future Prospects*, 1920.

Библиография переводчика

Бернштейн С. Н. (доклад 1927, опубл. 1928), Современное состояние теории вероятностей и её приложений. *Собр. соч.*, т. 4. Без места, 1964, с. 217 – 232.

Колмогоров А. Н. (1947), Роль русской науки в развитии теории вероятностей. *Уч. зап. МГУ*, № 91, с. 53 – 64.

--- (1948), Е. Е. Слуцкий. *Успехи математич. наук*, т. 3, № 4, с. 143 – 151.

Колмогоров А. Н. и др. (1947), Одна формула Гаусса из теории метода наименьших квадратов. *Изв. АН СССР*, сер. математич., т. 11, с. 561 – 566.

Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. Берлин, 2010.

--- (2013). *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Cramer H. (1946, англ.), *Математические методы статистики*. М., 1948.

Fisher R. A. (1921), On the mathematical foundation of theoretical statistics. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, vol. A222, pp. 309 – 368.

--- (1937), Professor Karl Pearson and the method of moments. *Annals Eug*., vol. 7, pp. 303 – 318.

Ghosh J. K. (1994), Mahalanobis and the art and science of statistics etc. *Indian J. Hist. Sci.*, vol. 29, pp. 89 – 98.

Morant G. M., Welch B. L. (1939), *Bibliography of the Statistical and Other Writings of Karl Pearson*. London.

Nayak T. K. (2009), Impact of Karl Pearson's work on statistical developments in India. *Intern. Stat. Rev.*, vol. 77, pp. 72 – 80.

Pearson E. S. (1990), *"Student". Biography of W. S. Gosset*. Oxford. Редакторы R. L. Plackett, G. A. Barnard. Посмертное издание. **S, G,** 68.

Pearson K. (1891), Atom squirts. *Amer. J. Math.*, vol. 13, pp. 309 – 362.

--- (1892, англ.), *Грамматика науки*. СПБ, 1911.

--- (1894), Science and Monte Carlo. *Fortnightly Rev.*, vol. 55, pp. 183 – 193.

--- (1897), *Chances of Death and Other Studies on Evolution*. London.

Примечания

1. В этом сборнике находится и перепечатка довольно неудачной статьи Пирсона (1894), которую он, к сожалению, не выправил. В ней он обнаружил, что выигрышные номера в рулетке Монте Карло не вполне соответствуют вероятностным законам, и возможно, что никто не проверил этого утверждения.

2. Видимо первая статистическая заметка Пирсона появилась в *Nature* за 26 окт. 1893 г. (с. 615 – 616). В ней он впервые употребил термин *момент* и его обозначение μ_n. Там же он предложил отношение μ_3/μ_2 в качестве меры асимметрии кривой. П. Ч. М.

3. Фишер (1921, с. 309) указал, что получаемая в методе моментов асимптотическая эффективность часто значительно меньше единицы (Cramer (1946/1948, с. 541).

4. В этой связи следует сослаться на недавнее письмо Пирсона в *Nature* (24 авг. 1935, с. 296), в котором он описал свои взгляды на сглаживающие кривые в статистике. П. Ч. М.

5. Лишний раз заметно, как прочно и надолго вошло во всеобщее употребление вероятная ошибка. Лишь постепенно, и, видимо, не ранее середины XX в. её заменила более надёжная средняя квадратическая (или стандартная) ошибка.

6. В подробной научной биографии КП должны быть упомянуты его связи со Стьюдентом (Госсетом). См. также Прим. 10.

7. Здесь [86] КП недопустимо сравнил теорему Якоба Бернулли с неверной системой мира Птолемея. Он не обратил никакого внимания ни на её серьёзное философское значение, ни на соответствующую теорему существования (в *испытаниях Бернулли* предел эмпирической вероятности существует и равен теоретической вероятности). Вину Якоба Бернулли он усмотрел в том, что в то время не была ещё известна формула Стирлинга!

Появление нормального закона у Муавра заметил не Пирсон, а Де Морган в 1864 г. (Шейнин 2013, § 5.4). Он, однако, допустил в своей статье непонятные утверждения о вероятностях, превышающих единицу, и даже отрицательных. Более того, в письме 1882 г. он заявил, что тангенс и котангенс бесконечности равны $\pm\sqrt{-1}$.

8. В 1823 г. это распределение вывел Гаусс, но допустил ошибку, и её-то исправил Гельмерт (Шейнин 2013, § 10А4-7), хоть и не вполне удачно. К окончательному виду это распределение привели Колмогоров и др. (1947), которые не сослались на Гельмерта.

9. Если школа не совершенствует умственного развития своих воспитанников (что весьма сомнительно), то она не нужна.

10. Эти опыты до Пирсона исследовал Стьюдент (E. S. Pearson 1990, § 5.4.5, с. 60 – 65). Ср. Прим. 6.

11. В своём завещании Бойль основал фонд для чтения лекций о христианстве и философии естествознания.

12. КП [121] рекомендовал изолировать умственно дефективных.

13. В брошюре о Дарвине (с. 23) Пирсон назвал его *нашим избавителем, тем, кто придал новое значение нашей жизни и миру, в котором мы обитаем*.

14. Несколько позже, чем Пирсон, и, возможно, не зная ничего о нём, аналогичными исследованиями и, в частности, восстановлением лица по черепу занимался М. М. Герасимов (1907 – 1970).

Упомянуты в тексте автора: Джордж Бьюкенен, 1506 – 1582, историк, гуманист. Генри Стюарт, лорд Дарнли, 1545 – 1567, герцог.

VIII

К. Р. Рао

Статистика должна иметь цель. Утверждение Махаланобиса.

C. Radhakrishna Rao, Statistics must have a purpose. The Mahalanobis dictum. *Sankhya, Indian J. Stat.*, special vol. A55, pt. 3, 1993, pp. 331 – 349[1]

Памяти П. Ч. Махаланобиса посвящаю

1. Введение

Статистика должна иметь чётко определённую цель: с одной стороны, успех науки, с другой – благосостояние человека и национальное развитие. П. Ч. Махаланобис

1.1. Профессор. Так его обычно называли. По образованию он был физиком, статистиком по инстинкту и экономистом по убеждению. Он начал свою деятельность как профессор физики в Президентском колледже в Калькутте и преподавал её более 30 лет. Его склонность к статистике и очарование ей побудили Махаланобиса (ПЧМ) основать Индийский статистический институт (ИСИ) для подготовки статистиков и расширения статистических исследований. Вскоре ИСИ приобрёл международное признание и ныне считается национальным памятником, который ПЧМ соорудил для себя.

Он не был формально образованным экономистом, что не помешало ему принять на себя серьёзную ответственность за составление Второго национального пятилетнего экономического плана. Он стал пионером во введении эконометрических моделей для перспективного планирования в развивающихся странах. Интересно отметить, что его существенные достижения относились к дисциплинам, по которым у него не было формальной научной степени. Заслуженный биолог, профессор Дж. Б. С. Холдейн заметил, что подобный факт возможно является хорошим примером для подражания[2]:

Я считаю желательным, чтобы основные исследования мужчины или женщины относились к дисциплине, по которой он (она) не имеет научной степени. Для её достижения необходимо изучить большое число фактов и теорий в манере, несколько схожей с бессмысленным повторением. […] *Не так легко стать особо оригинальным в дисциплине, которую изучил, чтобы получить высшую оценку на экзамене*.

Будучи оригинальным мыслителем, ПЧМ питал отвращение к общепринятому познанию. При исследовании любой серьёзной интересующей его проблемы он достигал полезного результата необычным путём, притом вне зависимости от той дисциплины, к которой она относилась.

Вот его типичные высказывания:

Долгое время изощрённые экономические теории быть может подходили развитым странам, но они препятствовали размышлениям об экономическом прогрессе Индии.

Ценность науки для общества заключается в её необычности и способности бросать вызов общепринятым понятиям и теориям.

Подобный склад ума в сочетании со склонностью к спорам и нетерпимостью к бюрократизму сделали его борцом до конца жизни. Он был требователен во всём, что предпринимал и не соглашался на компромиссы ни на каком уровне, притом не только в науке, если только имел хорошо обдуманный ответ на интересующий его вопрос.

Обсуждая раннюю деятельность ПЧМ, покойный Сэр Рональд Фишер заметил:

В те ранние дни ПЧМ был профессором физики, но необычным профессором. Вместо выполнения своих обязанностей и обучения студентов лишь той науке и технологии, которые приводили к атомной бомбе, он полагал, что лучше послужит своим соотечественникам, если при помощи статистики откроет путь к познанию окружающего мира и общества, в котором мы все находимся.

Он возможно думал, как и многие из нас, что большинство глупостей и преступлений правительства вызвано невежеством, незнанием людей, которым оно служит, и невежеством тех людей, с которыми оно слишком склонно сражаться.

1.2. Семейные обстоятельства и ранние дни. ПЧМ родился ранним утром 29 июня 1893 г. в доме семьи в Калькутте и был старшим из двух братьев и четырёх сестёр. Семья укоренилась в городе и была сравнительно богата. Её члены были находчивы, предприимчивы, пропитаны либеральными традициями Брахмо самадж[3] и активны во всей жизни Бенгалии.

Семейная обстановка и контакты ПЧМ с крупными интеллектуалами и социальными реформаторами Бенгалии подготовили его к активной жизни, которую он вёл до смерти 28 июня 1972 г. в возрасте 79 лет.

ПЧМ обучался в Калькутте, в мужской школе для членов Брахмо, а в 1912 г. Калькуттский университет присвоил ему степень бакалавра наук по физике с отличием. Затем он был принят в Королевский колледж в Кембридже и выдержал первую часть трипос[4] по математике в 1913 г. и вторую часть – по естественным наукам в 1915 г.

Закончив трипос по физике, он начал работать с Ч. Т. Р. Вильсоном [будущим нобелевским лауреатом] в лаборатории Кавендиша в Кембридже и уехал в Индию для краткого отпуска. Но обратно он не вернулся, потому что отыскал проблемы, которые могли бы обратить его внимание. Незадолго до отъезда ПЧМ из Кембриджа, Macaulay, наставник студентов в Королевском колледже, ознакомил его с несколькими томами *Биометрики*, которые их редактор, Пирсон, почётный старший член колледжа, преподнёс этому учебному заведению.

ПЧМ начал заглядывать в эти тома и решил купить все, вышедшие к тому времени, чтобы просмотреть их во время

плавания в Индию. В статистике он усмотрел новую науку, связанную с измерениями (наблюдениями) и их анализом, а потому допускающую широкую область применения. По прибытии в Индию он попытался отыскать проблемы для приложения к ним нового приобретаемого им познания.

К счастью, он отыскал весьма интересные проблемы в метеорологии и антропологии и начал решать их. Это оказалось поворотным пунктом в его научной деятельности и началом жизни, наполненной проповедованием статистики в Индии. ПЧМ старался укоренить её как отдельную дисциплину в программы университетов как важный инструмент для выбора правительством линии поведения; как полезное вспомогательное средство в научных изысканиях; как новый метод повышения действенности всех усилий организаций и отдельных лиц.

Среди тех, кто повлиял на жизнь ПЧМ и помогал ему во всех его начинаниях, первой была его жена Нирмалкумари, которую родственники и друзья называли Рани. Она была дочерью Херамбачандры Майтры, директора колледжа, видного педагога и непоколебимого Брахмо. Когда ПЧМ и Нирмалкумари полюбили друг друга, её отец загрустил, потому что понял, что ПЧМ своеволен и не придерживался строгих принципов брамоизма. Женитьба в конце концов состоялась в доме дяди ПЧМ, но директор Майтра не присутствовал.

2. Эра Махалонобиса в статистике, 1922 – 1972 гг.

2.1. Пионер в статистике. Должная оценка научной работы ПЧМ нелегка, потому что его сочинения весьма индивидуальны и совершенно особенны. Он не считал статистику узкой дисциплиной и не ограничивал её ни математической теорией вероятностей, ни обычным исследованием данных в прикладных исследованиях, ни сбором данных для содействия административным решениям. Он действительно внёс существенный вклад во все эти стороны статистики, но видел статистику шире, как основной метод повышения действенности всевозможных усилий любого вида.

Эта точка зрения естественно возбудила его интерес к различным областям знания и позволила ему обогатить статистику как науку практическим фундаментом громадной глубины и охвата.

2.2. Учреждение Индийского статистического института. Этот период 1922 – 1972 гг. был золотым веком статистики в Индии. Его основным событием, которое подвело Индию к окрестности центра статистической карты мира [выражение Фишера, см. ниже], было, возможно, учреждение ИСИ в 1931 г. в качестве зарегистрированной частной организации. В 1959 г. Акт парламента признал ИСИ институтом национального значения и наделил его правом присуждать научные степени по статистике наравне с университетами, сохранив притом его независимость в исследованиях и общественной деятельности.

Ныне ИСИ является уникальной организацией с многогранной деятельностью, быть может единственной в своём роде во всём

мире. Наравне с университетами он обучает и присуждает степени бакалавра и магистра по статистике, магистра технических наук, доктора философии и доктора наук. Институт является передовым исследовательским учреждением и имеет возможность проводить исследования высокого уровня и по статистике, и по многим другим отраслям науки. Он статистически обслуживает правительство в принятии линий поведения, учёных – в экспериментальной работе, промышленность – во внедрении программ проверки качества.

ИСИ является также научным обществом с большим числом членов, собственным журналом *Sankhya* [, *Indian J. Stat*.] и первоклассной библиотекой. Он составил программу экзаменов на присуждение свидетельств и дипломов по статистике в духе тех экзаменов, которые в различных странах необходимы для членства в институтах актуариев.

Установление подразделений ИСИ для исследований высокого уровня в различных научных дисциплинах с упором на межотраслевые изыскания привлекло внимание учёных во всём мире. ИСИ смог заключить соглашения с исследовательскими институтами и научными академиями по всему миру об обмене учёными для производства совместных изысканий.

Холдейн, знаменитый английский учёный, переехал в Индию и стал штатным членом ИСИ. Под его руководством институт начал исследования по генетике человека и растений, и вскоре ИСИ стал ведущим национальным центром генетических исследований. Холдейн работал в нём с августа 1957 г. до февраля 1961 г. Норберт Винер, известный всему миру математик, провёл в ИСИ шесть месяцев 1955 г. в качестве заслуженного приглашённого профессора. Совместно с индийским профессором П. Мазани он за это время разработал теорию предсказания для временных рядов с известным в каждый момент времени вектором наблюдений[5]. Среди других лиц, посетивших (некоторые – периодически) ИСИ, были такие выдающиеся учёные как Сэр Рональд Фишер, Колмогоров, Линник, шестеро из США, Дуб, Шьюарт, Деминг, Вальд, Голбрейт, Нейман, далее Рагнар Фриш (Норвегия), Волд (Швеция) и Линдер (Швейцария).

ИСИ играл ведущую роль во внедрении статистики как отдельной изучаемой дисциплины с присуждением степеней магистра и доктора философии в различных университетах Индии. Калькуттский университет первым, в 1941 г., создал отдельный факультет статистики во главе с ПЧМ. Учреждение ИСИ и его научная работа была признана Научным конгрессом Индии, который в 1945 г. учредил отдельную статистическую секцию.

Часто спрашивают, почему в Индии так много хороших статистиков. Ответил Фишер:

Через несколько лет после своего учреждения достижения ИСИ в исследованиях, обучении, консультировании и проведении крупных выборочных обследований для правительства подвели Индию к окрестности центра статистической карты мира.

Несколько молодых математиков, которых познакомила деятельность ИСИ, нашли в статистике вид проблем, идеально подходящих их дарованиям. Это объясняет, почему индийских статистиков так же много, как всех остальных статистиков взятых вместе[6].

2.3. Национальные статистические системы. До 1950 г. наибольшая доля национальной статистики собиралась по административным каналам и служила лишь ограниченным целям. База данных для контроля роста экономики, принятия ежедневных важных решений и составления долгосрочных экономических планов была очень слабой. ПЧМ настаивал на создании государственных статистических бюро или на укреплении существовавших бюро и создании широкой сети статистических контор по всей стране. Он также подчёркивал необходимость создания центральной статистической организации на федеральном уровне для согласования данных различных штатов, установления стандартов для сбора данных и табулирования и публикации статистических отчётов. Кроме того, он рекомендовал учредить национальную выборочную съёмку под руководством независимой организации для непрерывного сбора данных при помощи подходящих выборочных обследований социальных, экономических и демографических показателей населения в масштабе всей страны.

Правительство приняло все эти рекомендации, и теперь Индия имеет одну из лучших национальных статистических систем. Деминг, хорошо известный американский статистик, выразил своё восхищение тем, чего за короткое время достигнул ПЧМ:

Ни одна страна, развитая, развивающаяся или слишком развитая, не обладает таким изобилием сведений о своём населении, как Индия в отношении затрат, сбережений, времени, потерянного ввиду заболеваний, занятости, безработицы или сельскохозяйственного и промышленного производства.

2.4. Исследование планирования. ПЧМ также начал систематически изучать экономическое планирование и в ИСИ, и в Министерстве [Управлении?] планирования. Он впервые сформулировал цели долгосрочного планирования по снижению безработицы и поддержанию длительного значительного роста валового национального продукта. Подобные исследования способствовали применению моделей экономического роста при составлении пятилетних экономических планов страны.

2.5. Статистика должна иметь цель. Обращаясь к Третьей пакистанской статистической конференции, ПЧМ критически отозвался о расточении правительством средств на сбор данных без указания соответствующих целей. Он заявил, что статистика должна иметь цель и что для получения желаемых сведений данные следует собирать планомерно и в соответствии с полученными средствами. Я цитирую поучительные выдержки из его выступления на этой конференции (1956), см. также его послание (1950):

Статистические данные могут потребоваться либо для решения проблем практического содержания, либо для чисто научных или (?) теоретических исследований. Некоторые сведения быть может нужны для немедленного применения, другие могут собираться для применения в будущем. Но следует подчеркнуть, что статистика должна иметь какую-то цель, практическую или теоретическую, для немедленного применения или для будущих нужд.

Прежде, чем начинать сбор каких-либо новых данных, полезно подумать: для какой цели? Когда статистика обязывают собирать какие-то сведения, он должен прежде всего попросить требующего объяснить как можно более чётко, с какой целью будут использованы полученные данные. Может оказаться, к примеру, что уже имеются статистические сведения, достаточные для достижения желаемой цели. Или же, что более подходящей была бы информация какого-то иного вида. Кроме того, выборочные обследования часто являются вполне достаточными, чтобы заменить предложенные сплошные изыскания.

Как только проясняется цель, для которой требуется статистика, станет возможным формулировать подходящие понятия, определения и стандарты. И по мере сбора и применения данных становятся возможными необходимые исправления в методах их сбора, обработки и применения и всё более действенное использование результатов. Это нелегко, и иногда перед установлением подходящих определений требуется экспериментировать.

Развивающиеся страны подвержены особой опасности напрасной затраты усилий и средств для сбора сведений по примеру развитых стран мира. Для таких стран, как Индия, некоторые данные, периодически собираемые в западных странах (ввиду социально-экономических требований, налагаемых их собственными социально-экономическими системами), бесполезны. В таких случаях я бы без колебаний воздержался от их сбора. По мере того, как это прояснялось, статистика Индии избавлялась от изрядного количества бесполезного сухостоя.

Существует опасность и в напрасных расходах на обработку и расточительную публикацию данных в подражание более развитым странам. Ни к чему, например, большие цветные диаграммы, предназначенные для статистиков. Я привожу такие, видимо элементарные примеры, потому что видел крупные расточительные расходы в подобных случаях у нас в Индии.

2.6. Фишер и Махаланобис. Кроме как в связи со своей работой в Индии, ПЧМ будет вспоминаться как один из пионеров, который, вместе с Карлом Пирсоном, Фишером, Нейманом и Вальдом заложил фундамент статистике как отдельной дисциплины.

Фишер и ПМЧ были современниками и друзьями. У них были сходные семейные истории, образования и характеры,

нетерпимые к критике. Фишер впервые посетил Индию в 1938 г., когда ПЧМ пригласил его председательствовать на Первой индийской статистической конференции в Калькутте. В дальнейшем Фишер побывал в ИСИ шесть раз и неизменно оставался в нём по нескольку недель. Вот некоторые общие черты из их жизни и работы[7].

Фишер

1. Родился 17 февраля 1890 г.
2. Умер 28 июля 1962 г. (72 лет)
3. Профессия отца бизнесмен
4. Образование Кембридж, 1909 – 1913 гг., математика и физика
5. Влияние, оказанное на них *Математическая теория эволюции* Карла Пирсона
6. Первая публикация 1912 г.
7. Редактирование *Annals of Eugenics*
8. Статистические исследования в течение 50 лет
9. Вклад *Статистика как метод научных исследований (индуктивные выводы)

*Экспериментирование для сравнительных изысканий

Махаланобис

1. 29 июня 1893 г.
2. 28 июня 1972 г. (79 лет)
3. Бизнесмен
4. Кембридж 1913 – 1915 гг., физика
5. *Биометрика*, журнал, который редактировал Карл Пирсон
6. 1922 г.
7. *Sankhya*
8. 50 лет
9. *Статистика как инструмент повышения действенности любых усилий

*Выборочные обследования для установления фактов

2.7. Подобающее признание. Признавая основополагающий вклад ПЧМ в статистику и его достижение в продвижении Индии к окрестности центра статистической карты мира, правительство почтило его, выпустив почтовую марку с его изображением. Кроме того, к столетнему юбилею со дня его рождения был выпущен конверт первого дня[8] как дань его вкладу в пятилетние планы. На нём, кроме того, воспроизведена формула его знаменитой статистики, которая известна под названием *расстояние Махаланобиса*. Таков возможно единственный случай почтения статистика выпуском почтовой марки с его изображением.

3. Вклад в статистическую методологию

3.1. Цели исследования. Статистика возникла при изучении азартных игр и демографии. Её значение в качестве основного инструмента научных исследований возрастало, и крупное основное тело статистической методологии, т. е. содержание

статистики как отдельной дисциплины, развивалось с изучением реальных проблем. Соответственно, ПЧМ настаивал на том, что улучшения статистических методов возможны только при изучении новых проблем и состояний, возникающих в конкретных исследованиях реального мира.

Его собственные исследования были вызваны проблемами, которые он пытался решить в антропологии, метеорологии, педагогических проверках, полевых исследованиях, экономическом планировании, своевременном и быстром оценивании сельскохозяйственной продукции, затрат потребителей и т. д. Всё это требовалось правительству для принятия основных решений.

В своём обращении к Индийскому конгрессу науки ПЧМ (1950) описал статистику по существу как прикладную науку:

Её единственное обоснование состоит в том, что она способствует решению проблем. Статистическая теория не является ветвью математики. Статистика, как и инженерное искусство, нуждается во всей поддержке, которую она может получить от математики. Но [...] *математическая статистика просто не может существовать как отдельная дисциплина*[9]. [...] *В практических задачах статистика предлагает основу для некоторого образа действий,* [...] *уравновешивая риски* [надежды] *выигрыша и* [риски] *потери. Вот почему Максвелл однажды заметил, что истинной логикой для мира является исчисление вероятностей.*

ПЧМ учредил в ИСИ подразделения для исследований высокого уровня в отобранных ветвях науки, чтобы тем самым способствовать межотраслевым исследованиям. Он также настаивал на введении в статистику программы обучения и тренировки в качестве части объединённого курса естественных, биологических[10] и социальных наук. По этому поводу Фишер заметил:

Эти смелые вылазки, как я полагаю, означают, что директор [ПЧМ – К. Р. Р.] *считает, как определённо я и сам, что преподавание и тренировки по статистике на любом уровне должны иметь отношение, с одной стороны, к установлению фактов в обычном статистическом поле демографии и экономики, и, с другой стороны, с возможностью непосредственного ознакомления по крайней мере с одной отраслью естествознания. Более того, наука, с которой студенту следует ознакомиться, должна сама по себе быть истинной, а не тем, что красноречиво называется моделью лишь для использования студентами*.

3.2. Расстояние Махаланобиса[11]**.** Первая возможность применения статистических методов появилась у ПЧМ, когда его попросили проанализировать антропометрические данные лиц смешанного (англо-индийского) происхождения в Калькутте. Результатом явилась его первая статья (1922), за которой последовали другие антропометрические исследования и

формулировка статистики (Mahalanobis 1930; 1936), которая в статистической литературе часто называется *расстоянием Махаланобиса* и широко применяется при таксонометрии (Mahalanobis 1940b).

Пусть каждое лицо из популяции характеризуется p измерениями, возможно антропологически, хоть подход применим в общем. Средние из этих измерений можно представить точкой в p-мерном пространстве. При k популяциях мы получим в нём очертание k точек. При $p = 2$ точки можно представить на двумерной схеме, и тогда сходство популяций, измеренное близостью средних значений, можно исследовать графически. Может оказаться, что некоторые популяции близки по средним значениям изучаемых характеристик и образуют кластер (гнездо). Всё очертание точек можно в таких случаях описать в терминах отдельных кластеров и соотношений между ними, можно и определить группы, образующие кластеры на расстояниях различного порядка. Подобное описание может способствовать формулировке выводов о соотношении между популяциями и размышлениям об их происхождении.

Но при $p > 2$ графическое исследование становится затруднительным или невозможным. Как, например, разумно измерить расстояние между средними векторами ($\boldsymbol{\delta_1}$ и $\boldsymbol{\delta_2}$) популяций 1 и 2? Прямой подход, который применяли антропологи, состоял в изучении квадрата длины вектора ($\boldsymbol{\delta_1} - \boldsymbol{\delta_2}$)

$$(\boldsymbol{\delta_1} - \boldsymbol{\delta_2})'(\boldsymbol{\delta_1} - \boldsymbol{\delta_2}).$$

Но при этом не учитывается ни внутренняя ковариация координат популяций, ни неоднородность дисперсий. Схожий недостаток этого простого расстояния состоит в его изменчивости при линейном преобразовании системы координат.

ПЧМ возможно был побуждён своим изучением математической физики[12] и предложил более полезный вид расстояния, при котором оказывалось, что ковариационная матрица у обеих популяций одна и та же ($\boldsymbol{\Lambda}$). Расстояние Махаланобиса обычно приводится в квадрате и называется D^2. Оно равно

$$(\boldsymbol{\delta_1} - \boldsymbol{\delta_2})'\boldsymbol{\Lambda}^{-1}(\boldsymbol{\delta_1} - \boldsymbol{\delta_2}).$$

В некотором смысле это – стандартизированный квадрат расстояния между $\boldsymbol{\delta_1}$ и $\boldsymbol{\delta_2}$, обобщающее одномерную величину

$$(\mu_1 - \mu_2)^2/\sigma^2,$$

где σ^2 – общая дисперсия, а μ_1 и μ_2 – средние значения.

Если $\boldsymbol{\Lambda}$ – общая дисперсионная матрица всех k популяций, то можно будет изучить $k(k - 1)/2$ различных расстояний D^2 и основывать на них различные варианты статистических исследований, включая кластерный анализ. Подобный

крупномасштабный антропометрический кластерный анализ опубликовали Mahalanobis и др. (1949).

Указанные разработки весьма схожи с исследованиями Фишера и Хотеллинга, а подобный подход особенно полезен, когда кластеры точек каждой популяции, грубо говоря, эллипсоидальны и примерно одной и той же формы для всех популяций. Более полное и точное описание см. Махаланобис (1930; 1936; 1940b) и Рао (1952).

ПЧМ заметил, что выводы, основанные на расстояниях между популяциями, могут зависеть от тех измерений, которые были выбраны для исследования. Очертания и даже порядок между расстояниями могут изменяться при замене одной системы измерений на другую. По этой причине ПЧМ (1936) сформулировал важную аксиому для проверки обоснованности кластерного анализа, которая называется *сходимостью* D^2 по *размерности*.

При сравнении двух реальных популяций следует в идеале рассматривать все возможные системы измерений, обычно не ограниченные по числу. Поэтому кластерный анализ данного множества популяций должен в идеале основываться на расстояниях, вычисленных по неограниченному числу измерений. Если D^2_p и D^2_∞ обозначают расстояния Махаланобиса между двумя популяциями, основанными на p и на всех возможных системах измерений соответственно, то можно доказать, что при некоторых условиях

$$D^2_p \to D^2_\infty \text{ при } p \to \infty.$$

Уточнение этого выражения см. Rao (1954). На практике можно изучать лишь конечное число p систем измерений, и поэтому для устойчивости кластерного анализа D^2_p должно хорошо аппроксимировать D^2_∞. Махаланобис показал, что в важном смысле устойчивость возможна, но только при конечном D^2_∞.

3.3. Перекрёстное исследование данных. Будучи физиком, ПЧМ был знаком со случайными ошибками и систематическими влияниями, вызванными инструментом, пристрастием исследователя и ошибками регистрации[13]. Он поэтому подчёркивал необходимость сбора данных со встроенными проверками для обнаружения ошибок, если они произошли[14], и критического изучения полученных данных, чтобы обнаружить возможные ошибки до основного исследования. Сам он обладал необыкновенным чувством цифр и часто мог тотчас же отыскать ошибку записи в любом ряду чисел.

В двух классических публикациях ПЧМ (1933; 1934) восстановил обширный ряд антропометрических данных, опубликованных Risley, но объявленных ошибочными и негодными для статистического анализа[15]. Фишер высоко оценил эту работу. Он, как и ПЧМ, утверждал, что *первая задача статистика состоит в перекрёстном исследовании своих данных*.

Современным аналогом перекрёстного исследования является более подробное и систематическое предварительное исследование данных, которое разработали Тьюки и Мостеллер. В мои студенческие годы в ИСИ, ПЧМ обычно читал лекции только о том, как следует внимательно изучать полученные данные. Эти лекции оказались полезными для моих собственных исследований, которые включали статистический анализ больших массивов данных.

ПМЧ также призывал стандартизировать измерения, чтобы результаты различных исследователей был сравнимы. Он (1928) изучал антропологические измерения, опубликованные в разных источниках, и показал, что их сравнительное изучение было невозможным ввиду различия в определениях измерений.

3.4. Крупномасштабные выборочные обследования. Нынешние методы таких обследований многое позаимствовали от пионерной работы ПЧМ в 1940-е и 1950-е годы. Необходимость в них он усмотрел в сборе сведений, особенно в развивающихся странах с низким качеством официальных статистических систем. В таких случаях обработка данных считалась неотъемлемой обязанностью административной системы, которая регулировалась по принципу подчинённости. Надлежаще исполненное выборочное обследование, как он считал, обеспечивает обилие данных, полезных для планирования и принятия важных решений *быстро, экономно, с разумной степенью точности, обеспечивая притом объективность результатов.* Методология крупных выборочных обследований была разработана в 1937 – 1944 гг., и ПЧМ (1940; 1944) опубликовал основные результаты этого исследования. Он сам и его коллеги из ИСИ разработали её, и она получила широкое признание (Хотеллинг, Фишер):

Насколько мне удалось выяснить, ни в США, ни где-либо в другом месте, методика случайных выборок не была разработана так точно, как это описал профессор Махаланобис.

ИСИ взяло на себя руководство в оригинальной разработке методов выборочного обследования, т. е. в самом мощном процессе установления фактов, доступном администрации.

Интерес ПЧМ к выборочным обследованиям зародился при запросе правительства штата Бенгалия о возможности оценивания в любом сезоне площади, занятой джутом без сплошных подсчётов, которые потребовали бы много времени и средств.

ПЧМ принял на себя эту задачу и составил план первого крупномасштабного выборочного обследования. Он попытался доказать, что можно с разумной точностью оценить требуемую площадь задолго до сбора урожая и затратить лишь небольшую долю средств, которая была бы необходима при сплошном подсчёте.

Правительство Бенгалии засомневалось и попросило произвести сплошной подсчёт. К своему удивлению оно убедилось, что результат оказался близким к тому, который ПЧМ вывел [когда же?] при выборочном обследовании.

Вскоре ПЧМ стал специалистом в этой области и получил много запросов о применении нового метода для оценивания всякого рода. Он занялся составлением планов для оценки затрат потребителей на продовольствие, предпочтений программ радиопередач, спроса на потребительские товары и пр. Исходя из приобретаемого опыта, ПЧМ разработал единую методологию крупномасштабных выборочных обследований.

Он ввёл три существенных новшеств, а именно предварительный сбор сведений; понятие об оптимальных планах обследования; и взаимно проникающую сеть выборок из выборок (ВПСВВ). При их внедрении он руководствовался принципами планирования эксперимента по Фишеру, и вот соответствующая сравнительная схема.

Планирование эксперимента: **1**. Рандомизация для обоснования выводов. **2**. Местный контроль для снижения погрешности оценок. **3.** Повторение опытов для измерения допущенной погрешности. **4.** Unformity [uniformity] trial[16] для сбора сведений при планировании эксперимента или обследования.

Выборочные обследования с теми же целями: **1.** Случайная выборка. **2.** Расслоение. **3.** ВПСВВ. **4.** Предварительный сбор сведений.

Понятие о предварительном сборе сведений по ПЧМ оказалось предшественником последовательного анализа, который систематически разработал Вальд. В небольшом масштабе этот сбор сведений должен был предоставить данные о стоимости съёмки; об изменчивости параметров изучаемого объекта; о пригодности предположенных вопросников; о некоторых сопутствующих переменных, полезных при планировании крупномасштабных выборочных обследований для установления оценок наивысшей точности при заданной стоимости работ.

Комментируя понятие оптимального обследования по ПЧМ, Hansen, Hurwitz и Pritzker из Бюро переписей США признали:

Профессор ПЧМ широко понимал задачи статистика, который занят выборочными обследованиями. Подчёркивая, что все предоставляемые для них средства должны быть использованы наилучшим способом, он приравнял планирование и проведение крупномасштабных выборочных обследований к статистическому инженерному искусству. Таким образом, его взгляды на оптимизацию были шире предложения, поддающегося математическому исчислению, т. е. сведения погрешности обследования к минимуму при заданной стоимости (*или сведению стоимости к минимуму при заданной погрешности*)[17]. […]

Та же самая философская точка зрения руководила усилиями Бюро переписей США последнюю четверть века [какого именно века?].

Будучи физиком, ПЧМ был знаком с инструментальными ошибками и личными пристрастиями наблюдателей[18], и он соответственно подчёркивал необходимость повторения измерений различными инструментами, исполнителями и притом при различных условиях.

Он утверждал, что статистическая съёмка схожа с научным экспериментом и что её планирование требует той же дисциплины и точности, что и при научном исследовании. Для обоснования результатов съёмок он рекомендовал встроенные перекрёстные проверки и для этой цели разработал понятие о ВПСВВ.

Вот простой план, применяющий это понятие. Пусть задана территория, подразделённая на 4 участка при наличии четырёх исполнителей. Обычно назначают каждому из них по участку, но в схеме ПЧМ каждый покрывает четверть изучаемых элементов в каждом участке. Если эти элементы выбраны независимо, этот план обеспечит 4 независимых (параллельных) оценок изучаемого параметра для всей территории. Результат съёмки будет сомнительным, если эти 4 оценки окажутся существенно различными. Но тогда дальнейшее исследование сможет определить суть расхождений и принять её во внимание при выборе окончательной оценки. Подобное сравнение или критическое исследование было бы невозможным при обычной схеме работы.

Комментируя ВПСВВ, Деминг заявил:

Главной чертой ВПСВВ является простота вычисления стандартной ошибки оценивания. Эта система также позволяет быстро оценивать математическую ошибку, если она допущена, в формуле для оценивания. […] *Она также способствует выявлению просчётов в отборе, регистрации и обработке данных. Она позволяет оценивать различия между исследователями, coders* [?] *и другими сотрудниками на различных статистических этапах обработки*. […] *Я в течение 14 лет применял ВПСВВ, которое он* [ПЧМ, К. Р. Р.] *ввёл, как всем известно, примерно в 1936 г*.

3.5. Перспективное планирование. Знакомство ПЧМ с экономикой не было ни систематическим, ни достаточно полным. То, что он выучил, было связано с проблемами, перемешанными с задачами из других областей знания, которые ему приходилось решать.

В 1949 г. ПЧМ стал председателем Индийского национального комитета по доходам и начал размышлять о макроэкономических проблемах страны. Вычислить национальный доход было невозможно, потому что информация была неполной. В 1950 г., чтобы ликвидировать пробелы в ней, он учредил Национальное выборочное обследование и подразделение [где?] для изучения национальных доходов. Его попросили помочь в планировании работы правительства, и он начал изучать модели планирования.

Оказалось, что модели, подходящие для передовых стран, могут не годиться для недоразвитых государств. Поставив себе двойную задачу в течение 20 лет удвоить национальный доход и существенно сократить безработицу, ПЧМ построил так называемые двух- и четырёхсекторные модели Махаланобиса экономического развития.

В ряде статей он (1963) рассмотрел двухсекторную модель, в которой чистая продукция экономики была представлена двумя секторами, производящими средства производства и потребительские товары. Пусть полные ежегодные вложения подразделяются между указанными секторами в соотношении $\lambda_1:\lambda_2$ ($\lambda_1 + \lambda_2 = 1$) с соответствующими коэффициентами вложения[19] β_1 и β_2. ПЧМ вывел уравнение

$$Y_t = Y_0\{1+\alpha_0 \frac{\lambda_1\beta_1 + \lambda_2\beta_2}{\lambda_1\beta_1}[(1+\lambda_1\beta_1)^t - 1]\},$$

где Y_t национальный доход в момент t, а α_0 – вложение в базовом периоде.

Исходя из этого уравнения, ПЧМ заключил, что значение λ_1, близкое к 0,3, приведёт к правдоподобному ограничению нормы вложения в средства производства в 18%, что и было принято во втором пятилетнем плане.

В четырёхсекторной модели, которая была применена совместно с двухсекторной в качестве логической поддержки плана, были выделены секторы вложения в промышленность средств производства (обозначение: индекс i) и в производство потребительских товаров, фабричных и кустарных (но включающие сельскохозяйственную продукцию), и предоставление всевозможных услуг; соответствующие индексы 1, 2 и 3.

Пусть полное вложение составляет A, E – создаваемый доход, N – общая занятость, θ_j – вложение на работающего в секторе j, n_j – число работающих в нём и β_j – коэффициент дохода от вложения в секторе j. В этих обозначениях

$$N = n_i + n_1 + n_2 + n_3,$$

$$A = n_i\theta_i + n_1\theta_1 + n_2\theta_2 + n_3\theta_3,$$

$$E = n_i\theta_i\beta_i + n_1\theta_1\beta_1 + n_2\theta_2\beta_2 + n_3\theta_3\beta_3.$$

Приведённые уравнения совместно с результатами применения двухсекторной модели, указывающими, что около 1/3 вложений должна быть направлена в первый сектор, обеспечивают секторные распределения по заданным β_j и θ_j Эти величины ПЧМ оценил по имеющимся данным и применил их для установления необходимых вложений в различные сектора в течение второй пятилетки.

Подход ПЧМ к планированию и модель, которую он применил для определения политики вложений, его упор на

индустриализацию, идеи о политике импорта и пренебрежение внешней торговлей, – всё это подверглось критике. Но критики видимо не полностью оценили вклад профессора и его потрясающее влияние в то время, когда планирование в Индии застряло ввиду смутного мышления индийских экономистов, серьёзных идеологических разногласий политиков, узкой точки зрения частных промышленников и правительства, которое не полностью принимало во внимание национальные цели и чаяния народа.

В своей скромной манере ПЧМ так и не заявлял, что его модель была продвижением экономической теории. Он считал её понятийной основой, которая будет *содействовать практическим целям* и *выявлению широких характеристик рассматриваемой системы без погружения в подробности*. Вводя математическую модель, ПЧМ по существу постарался подчеркнуть необходимость ясного указания целей плана, стратегии вложений и сбора существенно важной информации. Модель он хотел применить лишь как *строительные леса, которые должны быть убраны после построения здания*.

Во всяком случае, его подход был новым, хоть некоторыми экономическими отношениями он и пренебрёг, а имевшиеся сведения смогли предоставить лишь *грубое* решение. Заслуга ПЧМ состоит в том, что он положил в Индии начало новому пути мышления об экономическом планировании примерно в то же время, когда аналогичные разработки о применении математических моделей независимо появились в других странах[20].

3.6. Квантильный графический анализ. Говорят, что своих лучших достижений учёный добивается в свои более ранние годы, а с возрастом ему удаётся лишь подробнее описывать свои прежние идеи. ПЧМ был исключением. Долгие годы он постоянно приходил к новым идеям и новым инструментам для статистического анализа.

В течение последних 10 лет своей жизни он (1961) разработал полу-непараметрический метод сравнения двух выборок, назвав его квантильным графическим анализом. Впервые разработка этого метода относилась к сравнению социально-экономических условий жизни группы лиц в разное время или двух групп, проживающих в разных местах. Но его метод нашёл применение в демографии, психологии, биометрии и т д.

Пусть (x_1, y_1), …, (x_n, y_n) – наблюдения n лиц. Можно составить подпоследовательность

$$(x_{(1)}, 1), \ldots, (x_{(i)}, i), \ldots, (x_{(n)}, n),$$

в которой вторая координата указывает ранг наблюдения величины y, а первая – соответствующее значение x. Можно составить третью последовательность

$$(\overline{x}_{(1)},1),...,(\overline{x}_{(k)},k),\ n = kg,$$

$\bar{x}_{(1)} = (x_{(1)} + ... + x_{(g)})/g,\ \bar{x}_{(2)} = (x_{(g+1)} + ... + x_{(2g)})/g, ...$

График значений $\bar{x}_{(g)}$, *j*, при *j* = 1, …, *k*, называется квантильным. Если имеются две подобные выборки из различных совокупностей, то можно сравнить два соответствующих графика. О некоторых применениях квантильного графического анализа см. Rao и др. (1975)[21].

4. Почести и награды

Многие научные общества по всему миру наградили ПЧМ за его вклад в статистику и экономическое планирование. Он был избран в Королевское общество в 1945 г., в эконометрическое общество США – в 1951 г., в Пакистанскую статистическую ассоциацию – в 1952 г., а в 1954 г. и в 1959 г., Королевское статистическое общество и Королевский колледж в Кембридже избрали его почётным членом. Кроме того, ПЧМ был почётным председателем Международного статистического института (1957), иностранным членом Академии наук Советского Союза, членом Американской статистической ассоциации (1961) и членом Международной академии изящных искусств и науки (1963).

В 1944 г. Оксфордский университет наградил его медалью Уэлдона, а Чехословацкая академия наук – золотой медалью в 1963 г. по случаю его 70-летия. Золотые медали Сэра Deviprasad Sarvadhikari в 1957 г.и Durgaprasad Khaitan в 1961 г. и медаль Srinivasa Ramanujan в 1968 г. он получил за научные работы.

ПЧМ был членом-учредителем Индийской академии национальной науки (1935) и её президентом в 1957 – 1958 гг., Президентом Индийского конгресса наук в 1950 г., почётным доктором университетов Калькутты, Дели, Стокгольма и Софии. Правительство Индии присудило ему одну из высших гражданских наград Padmavibhushan за вклад в науку и службу для страны от правительства Индии.

5. Жизнь с целью

79 лет жизни ПЧМ были заполнены трудами. В 1961 г. он стал ассистентом по физике в Президентском колледже и ушёл в отставку его директором в 1948 г. [?]. В 1931 г. он основал ИСИ и до своей смерти был его секретарём[22] и директором. Он основал и редактировал *Sankhya, Indian J.Stat*. (Индийский журнал по статистике), был организатором Индийских национальных статистических систем, пионером в разработке методов выборочного обследования и применения многократных измерений при классификации в таксономии, составителем Второго пятилетнего плана Индии и т. д.

ПЧМ служил председателем подкомиссии выборочных исследований ООН, почётным статистическим советником правительства и членом плановой комиссии Индии. Возможно больше любого другого учёного Индии, он способствовал международному взаимопониманию с иностранными учёными и совместным исследованиям с ними. В качестве

полуофициального посла в области науки и культуры он неоднократно путешествовал и устанавливал связи с научными обществами и отдельными учёными за рубежом и в социалистических, и в западных странах и вёл переговоры об обмене учёными и о сотрудничестве в исследованиях. ИСИ стал местом встреч учёных всего мира.

Помимо работы профессор находился в основном потоке социального, культурного и интеллектуального движения в Бенгалии. Его интересы были широкими. В качестве литературного критика он написал немало статей и очерков об индийском поэте Рабиндранате Тагоре и его сочинениях. Логическое мышление заставило его восстать против некоторых ортодоксальных жёстких принципов брахмоизма и бороться за их некоторые изменения. Философский склад ума привёл его к исследованию древней диалектики джайнизма в Суадваде (или семизначной логике) и выявить интересную схожесть логики джайнизма со стохастическим взглядом на реальность, вызванным недавними разработками в квантовой физике.

Слава ПЧМ как учёного будет в основном покоится на его трудах по статистике. Эту дисциплину, или общее, сбор и обработку информации, он считал существенным для отыскания истины. При этом он невольно порвал с индийской традицией, поскольку подчёркивал необходимость экспериментирования и наблюдения для установления фактов и подтверждения гипотез, а не размышлений, веры и подчинения авторитетам.

До 1920-х годов статистическая наука в Индии была целиной и практически неизвестна. Её развитие было сродни исследованию новой территории, ей нужен был пионер и искатель приключений, подобный ПЧМ с его неукротимой смелостью и упорством для борьбы со всякой оппозицией, расчистки всех препятствий и прокладки новых путей познания, чтобы продвинуть науку и улучшить общество (Rao 1973).

Эра Махаланобиса в статистике, которая началась в ранние 1920-е годы, закончилась с его смертью в 1972 г. Её будут вспоминать как золотой период статистики, отмеченный усиленным развитием новых, ключевых методов (Mahalanobis 1965) и их приложениям для благосостояния человечества.

Примечания

1. Статья является несколько расширенным вариантом прежде опубликованного текста (*Bull. Intern. Stat. Inst.*, No. 1, 1993, pp. 21 – 36. Редакция

2. Рао не указывает источников своих ссылок. Даже даты цитируемых высказываний остаются неизвестными.

3. Религиозное реформаторское общество.

4. Первая экзаменационная сессия из трёх экзаменов для получения отличия в Кембридже.

5. Multiple time series. Смысл этого термина мы привели по справочнику Dodge (2003).

6. Это почти ничего не доказывает.

7. Существовали и отличия: ПЧМ долгое время преподавал физику, Фишеру пришлось преподавать в средней школе физику и математику взамен воинской службы, от которой его освободили ввиду плохого зрения. Насколько нам известно, собрания сочинений ПЧМ не существует, тогда как издано пять

томов сочинений Фишера (Аделаида, 1971 – 1974). В схеме Рао последний пункт 9, относящийся к Фишеру, неясен и в том же пункте в обоих случаях смысл звёздочек непонятен.

8. Конверт с маркой, погашенной в первый день его выпуска. В статье Рао имеется фотография конверта с книгой. На её титульном листе написано, в переводе с английского (первые два слова мы приводим в основном по смыслу, потому что они плохо видны: Правительство Индии Плановая комиссия Второй пятилетний план 1993 Место издания не указано. Рао указал, что на конверте упомянута формула расстояния Махаланобиса (см. § 3.2), но её не видно. Конверт (безусловно с каким-то сообщением) был кем-то отправлен автору 29 июня 1993 г. из Калькутты.

9. Это утверждение противоречит современным представлениям.

10. Биология является естественной наукой.

11. Текст этого § 3.2 мы перевели из статьи автора (1978), которая гораздо легче в математическом отношении. В основной статье автора приводятся, правда, сведения о дальнейших исследованиях, исходивших из результатов Махаланобиса, но изложение слишком кратко. Впрочем, мы сохранили все библиографические ссылки.

12. Рао, видимо, упомянул математическую физику в её прежнем смысле: физические рассуждения, обоснованные математическими выкладками. Примерно в 1835 г. Пуассон, ввиду административных причин, объединил теорию вероятностей с математической физикой (Bru 1981, § 2.2.2), и даже в 1912 г. на титульном листе второго издания трактата Пуанкаре было указано: *Курс математической физики – исчисление вероятностей*.

13. Ошибочная запись считается промахом, а не систематической ошибкой.

14. Погрешности неизбежны.

15. В списке сочинений Карла Пирсона, который Махаланобис приложил к своей статье [vii], числится статья 1903 г. № 162, посвящённая этим измерениям. Свои собственные исследования 1933 и 1934 гг. он не упомянул.

16. Uniformity trial: каждый объект подвергается одному и тому же испытанию. Но каким же образом Рао ставит эту операцию в соответствие с предварительным сбором информации?

17. Математическим исчислением авторы назвали цели линейного программирования. Но что они понимали под более широкой оптимизацией?

18. Повторен смысл, указанный в начале § 3.3.

19. Смысл коэффициента β указан ниже.

20. Это совершено неверно, см., например, Christ (1968). Модель в экономике применил уже Tilbergen (1939).

21. Суть анализа, его смысл неясны.

22. Английское слово *секретарь* может относиться даже к министру. Но в данном случае оно непонятно.

Библиография автора

Bose R. C., Roy S. N. (1938), The distribution of Studentized D^2 statistic. *Sankhya*, vol. 4, pp. 19 – 38.

Boudreau R., Rao C. R. (1984), Diversity and cluster analysis of blood group data on some human populations. В книге *Human Population Genetics: the Pittsburgh Symposium*. Редактор A. Chakravarti. NewYork, pp. 331 – 362.

Mahalanobis P. C. (1922), Anthropological observations on the Anglo-Indians of Calcutta. Analysis of the male structure. *Records of the Indian Museum*, vol. 23, pp. 1 – 96.

--- (1928), On the need for standardization in measurements on the living. *Biometrika*, vol. 20A, pp. 1 – 31.

--- (1930), On test and measures of group divergence. Theoretical formulas. *J. Proc. Asiatic Soc. Bengal*, New Ser., vol. 26, pp. 541 – 588.

--- (1933), Revision of Risley's anthropometric data relating to the tribes and castes of Bengal. *Sankhya*, vol. 1, pp. 76 – 105.

--- (1934), Revision of Risley's anthropometric data relating to the Chittagong hill tribes. *Sankhya*, vol. 1, pp. 267 – 276.

--- (1936), On generalized distance in statistics. *Nat. Inst. Sci., India, Proc.*, vol. 2, pp. 49 – 55.

--- (1940a), A sample survey of the acreage under jute in Bengal. *Sankhya*, vol. 4, pp. 511 – 530.

--- (1940b), Application of statistical methods in physical anthropology. *Sankhya*, vol. 4, pp. 594 – 598.

--- (1944), On large scale sample surveys. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. B231, pp. 329 – 451.

--- (1950), Why statistics? Presidential address. Third Pakistan Stat. Conf. Poona.

--- (1956), Statistics must have a purpose. Presidential address, Third Pakistan Stat. Conf. Lahore.

--- (1961), *Fractile Graphical Analysis*. RTS Mimeographed ser. No. PG1-9. Ind. Stat. Inst. Calcutta.

--- (1963), *The Approach of Operational Research for Planning in India*. Calcutta.

--- (1965), Statistics as a key technology. *Amer. Statistician*, vol. 19, pp. 43 – 46.

Mahalanobis P. C., Majumdar D. N., Rao C. R. (1949), Anthropometric survey of the United Provinces, 1941. A statistical study. *Sankhya*, vol. 9, pp. 90 – 324.

Majumdar D. N., Rao C. R. (1958), Bengal anthropometric survey 1945. A statistical study. *Sankhya*, vol. 19, pp. 201 – 408.

Muckherji R. K., Rao C. R., Trevor J. C. (1955), *Ancient Inhabitants of Jebel Moya*. Cambridge.

Rao C. R. (1939), *p*-statistics or some generalizations in the analysis of variance appropriate to multivariate problems. *Sankhya*, vol. 4, pp. 381 – 396.

--- (1945), Information and accuracy attainable in the estimation of statistical parameters. *Bull. Calcutta Math. Soc.*, vol. 37, pp. 81 – 91.

--- (1952), *Advanced Statistical Methods in Biometric Research*.

--- (1954), On the use and interpretation of distance functions in statistics. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, vol. 34, No. 2, pp. 90 – 97.

--- (1973), P. C. Mahalanobis. *Bibl. Mem. Fellows Roy. Soc.*, vol. 19, pp. 455 – 492.

Rao C. R., Matthai A., Mitra S. K., Ramamurti K. G. (1975), *Formulas and Tables for Statistical Work*. Calcutta.

Roy S. N. (1939), *p*-statistics or some generalizations in the analysis of variance appropriate to multivariate problems. *Sankhya*, vol. 4, pp. 381 – 396.

Библиография переводчика

Bru B. (1981), Poisson, le calcul des probabilités et l'instruction publique. В книге Métivier M. и др., редакторы, *Poisson et la science de son temps*. Paris, pp. 51 – 94.

Christ C. F. (1968), Econometric models, aggregate. Перепечатка: Kruskal & Tanur (1978, pp. 181 – 188). **S, G,** 59.

Dodge Y. (2003), *Oxford Dictionary of Statistical Terms*. Oxford.

Kruskal W. H., Tanur J. M., редакторы (1978), *Intern. Enc. of Statistics*, vols 1 – 2. New York.

Mahalanobis P. C. (1963, англ.), *Выборочные обследования в Индии*. М., 1958. Видимо перевод с рукописи.

Rao C. R. (1978), Mahalanobis. В книге Kruskal & Tanur (1978, pp. 571 – 576.

Tilbergen J. (1939), *Statistical Testing of Business Cycles Theories*, vol. 2. Geneva.

You Poh Seng (1951), Historical survey of the development of sampling theories and practice. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A114, pp. 214 – 231. Перепечатка: Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы, *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, 1977, pp. 440 – 457.

IX

О. Б. Шейнин

К делу Дрейфуса

isralove.org/load/2-1-0-1131

В 1894 г. офицер (капитан) французского генерального штаба, еврей Дрейфус, был обвинён в шпионаже в пользу Германии и в 1896 г. приговорён к пожизненной каторге на Чёртовом острове во Французской Гвиане. Истинным изменником был *свой в доску* аристократ Эстергази, которого позднее также судили и, конечно же, оправдали, он же быстренько сбежал в Англию.

В 1899 г. Военный суд подтвердил приговор Дрейфусу, и в том же году кассационный суд снова признал Дрейфуса виновным, хоть и установил десятилетний срок заключения.

Дело Дрейфуса всколыхнуло всю страну. Вздыбился антисемитизм, который существовал в Европе более тысячи лет, но, с другой стороны, накапливались свидетельства невиновности Дрейфуса. Страна раскололась, и президент Франции почти сразу же помиловал Дрейфуса, которому, ввиду перенесённых страданий пришлось согласиться с помилованием.
Заметим в скобках, что по российскому законодательству помиловать можно только сознавшегося преступника, Дрейфус же не признал себя виновным. В 1903 г. он подал новую кассационную жалобу, и в 1906 г. был объявлен невиновным. Он мог продолжать военную службу, притом уже не капитаном, а майором, но очень скоро ушёл в отставку.

И вот эпилог: Дрейфус участвовал в первой мировой войне и заслужил звание подполковника и орден Почётного легиона.

Дело Дрейфуса – позорная страница в истории Франции. О нём написано достаточно книг и статей, и уже в начале 1898 г. появилось знаменитое письмо Эмиля Золя президенту страны, названное *Я обвиняю*. Доказательств невиновности Дрейфуса там нет, но автор кратко и чётко описал его дело и поимённо назвал тех мерзавцев, которые осудили его вопреки известным им фактам.

Мы подчеркнём роль почерковедов в этом деле, поскольку всё в нём свелось к установлению авторства одного-единственного документа, *бордеро* (сопроводительного письма), но в конце заметки упомянем исключительно важные и, видимо, малоизвестные факты, касающиеся Герцля, Менахима Бегина, и установления еврейского государства.

Полагаем, что в нынешнее время, когда во Франции вновь вздыбился антисемитизм, весьма уместно вспомнить Дрейфуса. Мусульман, т. е. своих будущих властителей, французы в упор не видят, но евреев беспощадно преследуют, и не появился у них новый Золя. Израиль, если не ошибаемся, помалкивает, ожидая

наплыва французских евреев. Молчит и нынешний папа римский. Он, правда, заявил, что евреи навеки останутся народом божьим, и что христиане не могут (точнее, не должны) быть антисемитами, но практические выводы не последовали. Испугался раскола католичества?

В соответствии с нашей целью нас будут особо интересовать Альфонс Бертильон и Анри Пуанкаре, и мы прежде всего скажем о них несколько слов.

Бертильон был начальником Бюро судебной идентификации (установления личности) парижской префектуры. Выработал систему идентификации (*бертильонаж*), в которой большую роль играли антропометрические данные, и, возможно по этой причине, на 20 лет задержал во Франции внедрение идентификации по отпечаткам пальцев. В частном порядке заявил, что автором бордеро был Эстергази (Thalheimer 1958, с. 69), в судах же указывал на Дрейфуса. Быть может не вполне осознанно запутывал суды своими длинными рассуждениями (иногда и сам запутывался), суды же довольствовались его окончательным мнением. В семье считался паршивой овцой, был закоренелым антисемитом. Всё это указал Halasz (1955).

Вот утверждения Thalheimer (1958, с. 69):

Бертильон не был разумным почерковедом […]. *Его вторжение в эту область было одним из самых худших и в то же время самых причудливых примеров усердия в преследовании* [невиновного]. *Его <u>система</u>, которую здравый смысл отказывался принять, позволила приписать Дрейфусу авторство бордеро, притом даже после того, как* [было установлено авторство Эстергази]. […]

Бертильон был своего рода фанатиком, посвятившим себя с неизлечимым рвением фальшивому обвинению.

Анри Пуанкаре, великий учёный, был в то же время автором нелепых и иногда ошибочных высказываний. Толком не изучив теории вероятностей, он опубликовал в 1896 г. трактат о ней (переизданный в 1912 г. и несколько раз позже, переведенный в 1999 г. на русский язык), в котором ухитрился сослаться только на полную вздорных высказываний книгу Бертрана, но ни на Лапласа, ни на Пуассона (о Маркове быть может и не знал), см. Шейнин (1991; 1994). Оправдывая Дрейфуса, он попутно, вопреки Лапласу и Пуассону, ошибочно ограничивал возможности математики.

Первому суду над Дрейфусом предшествовало исследование бордеро и эксперт Гобер заявил, что написал его не Дрейфус. Этот вывод не устраивал военное ведомство, и второе исследование было поручено Бертильону. Он и выдал желаемое решение, и Дрейфус был арестован и предан суду. Вот что (Thalheimer 1958, с. 69) после десятичасового сравнения бордеро с частными письмами Дрейфуса заявил Бертильон:

Если исключить гипотезу о документе, подделанном [кем-то] *с величайшей тщательностью, то все переданные отрывки* [письма] *и обвиняющий документ явно написал один и тот же человек*.

На самом суде бордеро исследовало пять экспертов, – снова Гобер и Бертильон и трое других. Двое из них, в том числе Гобер, заявили, что Дрейфус не является автором бордеро, остальные трое (включая, конечно же, Бертильона), пришли к противоположному мнению. Дрейфус был признан виновным, Thalheimer (с. 70) же разумно заметил (фактически), что презумпция невиновности должна была придать бОльший вес отрицательным мнениям. Добавим, что при соотношении голосов 3:2 вероятность вины следует считать равной 70 – 75%, т. е. слишком низкой. Мы не указали 60%, потому что при соотношении голосов 4:1 вероятность вины следовало бы, наверное, считать равной примерно 90%.

Наконец, в 1904 г. один из этих троих, Charavay, ознакомился с почерком Эстергази, понял свою ошибку 1894 г. и извинился (Whyte 2005, с. 269).

Но интересно, что сообщал в своей позднейшей статье сам Бертильон (1897 – 1898) об установлении авторства документов. Он привёл различные соображения по этому поводу, сослался на примеры из судебной практики, но показательно, что ни словом не упомянул дело Дрейфуса. Вот его отдельные высказывания.

1897,с. 771, правый столбец. Бертильон положительно отзывается об остальных четырёх экспертах (см. выше), но, повторяем, дела Дрейфуса не упоминает. Неудобно ведь было признать, что их мнения разошлись!

1897, с. 773, левый столбец. Во Франции нет научной системы исследования почерка, нет и устной традиции.

1897, с. 775, левый столбец. Точное копирование документа почти невозможно.

1897, с. 776, левый столбец. Существует обширное поле для научных споров.

1898, с. 7, левый столбец. Без дополнительных данных наверняка определять авторство документа невозможно. Существенное заявление!

1898, с. 9, правый столбец. *Основная цель этой статьи состоит в том, чтобы точно отделить то, что можно логически требовать от экспертизы почерка. Недавно кассационный суд заявил, что это* [эта экспертиза] *является предположительной наукой. Не заходя так далеко, мы полагаем, что её результаты всегда (явно или неявно) условны. Без формальных ограничений небольшие улучшения* (améliorations) *вносят риск в графические исследования, поскольку внушают ложную надёжность, намного более опасную, нежели полезную.*

Можно заключить, что Бертильон так и не сообщил почти ничего определённого кроме отрицательных выводов и некоторых разумных замечаний (например, о необходимости учитывать качество бумаги, на которой был написан исследуемый документ).

В 1899 г., на очередном суде, Пенлеве, выдающийся математик и, позднее, крупный государственный деятель, отрицал притязания Бертильона на внедрение математической достоверности в вопросы, которые никак не допускают этого. Он

кроме того утверждал, что Пуанкаре и вообще все математики согласны с этим. Наконец, с разрешения суда он зачитал письмо, которое ему написал Пуанкаре, видимо, в том же 1899 г. Пуанкаре заявил, что вероятностное рассуждение Бертильона ложно и закончил своё письмо следующим образом:

Приложение исчисления вероятностей к моральным наукам является, не помню, кто это сказал [Дж. С. Милль в 1843 г.], *позором математики, потому что Лаплас и Кондорсе, которые хорошо вычисляли, вывели результаты, лишённые здравого смысла. Во всём этом нет ничего научного, и я не могу понять Ваше беспокойство. Я не знаю, будет ли обвиняемый осуждён, но если будет, то ввиду других доводов. Подобной аргументацией невозможно впечатлять беспристрастных и основательно научно образованных людей*.

Кратко скажем, что уже Лаплас призывал применять теорию вероятностей к моральным наукам, что Кондорсе вычислял отвратительно, что Пуассона Пуанкаре позабыл, и что результаты Лапласа и Пуассона не были лишены здравого смысла.

Впрочем, на том же суде C.-M. Bernard и M. G. Paraf-Javal также заявили, что исчисление вероятностей не следует применять к моральным наукам.

Вот, наконец, мнение троих математиков, Пуанкаре, Аппеля и Дарбу на суде 2 августа 1904 г. (Thalheimer, 1958, с. 70):

Абсурдность системы Бертильона настолько очевидна, что лишь с трудом понимаешь длительность дискуссии. Хотели бы вообще отрицать её необходимость, но история дела свежа в памяти. Когда эта система впервые стала известна общественности, разразился всеобщий продолжительный хохот. Узнали, что бордеро не было <u>только делом естественных сил</u> […].

Но спустя какое-то время некоторые умелые люди поняли, какую выгоду можно извлечь из этого ценного и неиссякаемого источника смутной неопределённости. Они знали, что смеющиеся устанут, а вот верующие – никогда. Они также знали, что многие не понимают ценности доводов и слышат лишь тон, в котором эти доводы приводятся. И они начали защищать Бертильона ревностным прославлением и утверждениями, которые не терпели никаких возражений. […] *Бертильон многое выгадывал и в остальном. Смутность его системы защищала его от критики подобно каракатицам, которые защищаются, ускользая от своих врагов в облаке*. […] *Никакие системы Бертильона и его прихвостней не представляют никакой научной ценности* […]. *Одним словом, они бессмысленны, потому что их изобретатели пришли к ложным соображениям, исходившим из ложных оснований*.

Снова обратимся к книге Whyte (2005), а точнее, теперь к одному из её многих документальных приложений (с. 370 – 371).

В 1897 г. Париж посетил Теодор Герцль и в том же году, 24 декабря, опубликовал письмо в базельской газете *Die Welt*. Вот отрывок из этого письма в английском переводе Уайта:

The Dreyfus affair revealed […] *such an accumulation of hatred against the Jews that one could not divine an opinion who bore responsibilities for it*. […] *Do people really believe that the devourers of Jews will be content with a single victim*? *They have acquired a taste for blood and will ask for more*.

(*Дело Дрейфуса выявило* […] *такой сгусток ненависти к евреям, что нельзя даже пытаться понять, кто несёт ответственность за неё* […]. *Неужели можно поверить, что пожиратели евреев насытятся одной-единственной жертвой*? *Они прочувствовали вкус крови и потребуют продолжения*).

Ответственность в первую очередь несла католическая, да и протестантская церковь.

4 марта 1982 г. о впечатлениях Герцля вспомнил премьер-министр Израиля Менахим Бегин. В своём выступлении в Кнессете, в присутствии прибывшего в страну президента Франции Франсуа Миттерана, он заявил:

Herzl […] *watched the Dreyfus case and came to the conclusion that a Jewish state had to be established in the National Historical homeland of our people*.

(*Герцль* […] *наблюдал за процессом Дрейфуса и понял, что было необходимо установить еврейское государство на национальной исторической родине нашего народа*).

Мучения Дрейфуса оказались не напрасными.

Библиография

Энциклопедия (1908 – 1913), *Еврейская энциклопедия Брокгауза и Ефрона*.

Bertillon A. (1897 – 1898), La comparaison des écritures et l'identification graphique. *Rev. Scientifique*, sér. 4, t. 8, No. 25, pp. 769 – 783; t. 9, No. 1, pp. 1 – 10.

Halasz N. (1955), *Captain Dreyfus.* New York.

Sheynin O. (1991), Poincaré's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 42, pp. 137 – 171.

--- (1994), Bertrand's work on probability. Там же, vol. 48, pp. 155 – 199.

Thalheimer S. (1958), *Macht und Gerechtigkeit*. München.

Whyte G. R. (2005), *The Dreyfus Affair*. *A Chronological History*. Pelgrave Macmillan.

X

K. P. Рао

Есть ли будущее у статистики? А если есть, то каковы его очертания

Rao C. R., Has statistics a future? If so, in what form?
В книге *Advances in Statistics, Combinatorics and Related Areas*.
River Edge, New Jersey, 2002, pp. 211 – 246.

Реферат 2005k:62007 в *Math. Rev.*, референт Jon Stene

Эта важная статья состоит из трёх частей. Первую написал Рао, затем следует комментарий, а именно сокращённый вариант лекции 2002 г.: C. C. Heyde, *Вызовы, с которыми статистика столкнётся в XXI веке*. Наконец, помещены возражения Рао.

Оба автора рассматривают подъём и упадок статистики как отдельной научной дисциплины, особенно в университетах, исторические и нынешние причины этого процесса и обсуждают, как и в какой форме статистика сможет выжить либо как отдельная дисциплина, либо как часть более обширного целого.

В том или ином виде статистика применяется во всех областях человеческой деятельности от научных изысканий до выгоднейшего использования средств для социального благосостояния, предсказаний и принятия решений. Однако, как указывает Рао, в научной литературе видимо нет никаких прочных свидетельств какого-либо существенного открытия, которое было бы непосредственно приписано результатам статистического анализа или обеспеченного пониманием этого анализа[1].

Статистика как отдельная дисциплина была математически обоснована Фишером, Нейманом и Вальдом во второй четверти прошлого столетия. Фишер указал три методологические стороны статистики: уточнение (выбор стохастической модели для [собранных] данных), оценка (неизвестных параметров выбранной модели) и проверка гипотез (отыскание свидетельств по собранным данным о возможном отклонении определённой гипотезы или теории).

Одной из причин нынешнего кризиса статистики является существование фундаментальных проблем и многочисленных споров о приложении всех указанных Фишером методологических сторон к практическим требованиям и исследованиям в других дисциплинах. Рао подробно обсуждает некоторые из этих вопросов и иллюстрирует их серьёзность воображаемым диалогом Эйнштейна с современными авторами (Фишер, Нейман, Пирсон, Вальд и Вольфовитц). Эйнштейн просит помочь ему проверить новую теорию, которая объясняет некоторые явления природы, но после нескольких обменов доводами заключает, что никакой действительной помощи от них не получил.

Помимо названных фундаментальных проблем, Рао указывает, что существующим статистическим методам присущи ограничения. Они ориентированы на модели, выбор которых может быть сомнительным, нет прочного основания для измерения неопределённости, нет метода разделения случайного шума и хаоса, притом, что большинство методов асимптотично и польза в их приложении к малым выборкам не исследована.

Другой причиной нынешнего кризиса в статистике состоит в том, что в отличие от ранних дней факультеты статистики обычно мало связаны с реальными проблемами и потому тормозили расширение желательных направлений и уточнение статистических инструментов. Они лишь ограниченно предоставляют другим факультетам статистические услуги и вспомогательные курсы по статистике, хоть это и было основанием для их учреждения.

Таким образом, с более широкой точки зрения эти факультеты стали бесполезными, и многие из них были упразднены. По мнению Хейде, в обозримом будущем независимые статистические факультеты университетов вполне могут исчезнуть.

И Рао, и Хейде указывают, что студенты, окончившие эти факультеты, недостаточно подготовлены для сотрудничества с учёными в их исследованиях, потому что не получили никакого глубокого познания ни в одной основной дисциплине. Объём статистических работ, не выполненных профессиональными статистиками, возрастает гораздо быстрее, чем объём работ у профессионалов. Целостность профессии нельзя сохранять составлением различных приложений при отсутствии достаточно развитого методического ядра статистики.

Хейде озабочен медленным ростом членства статистических обществ (а некоторые из них приходят в упадок), их старением, медленным ростом статистической литературы, если судить по рукописям, представляемым в основные журналы, и общим сокращением численности студентов-статистиков.

Третья причина кризиса состоит в том, что статистики неохотно принимают требования клиентов о методических инструментах для обработки обширных массивов данных. Разработка подобных методов была в основном предоставлена специалистам других дисциплин, хоть многое в них основано на статистике, как указал Рао. Он подробно обсуждает эти вопросы и указывает, что сбор данных сильно нуждается в статистике, но что статистики пренебрегают им. Он, далее, задаёт вопрос: достаточна ли нынешняя статистическая методология, основанная на простых вероятностных моделях, для удовлетворения потребностей многих групп потребителей.

Оба автора очень смутно поясняют свои взгляды на будущее статистики и как отдельной дисциплины, и как профессии.

Примечание

1. Это совершенно неверно. Достаточно назвать Даниила Бернулли (исследование оспенных эпидемий), Сноу (исследование путей распространения холеры), Галлея (введение изолиний значений измеряемой

величины), Гумбольдта (введение изотерм по примеру Галлея), Гальтона (открытие антициклонов). В статистике населения следует вспомнить Граунта, того же Галлея и Арбутнота.

XI

О. Б. Шейнин

О переписке А. Н. Колмогорова и В. П. Эфроимсона

не опубликовано

Пояснения

Здесь нет писем Эфроимсона (Э.) Колмогорову, поскольку мы не смогли отыскать бумаг Колмогорова. Нет фонда Колмогорова в Архиве РАН, который посоветовал мне обратиться в Архив МГУ. Этот Архив мне не ответил, но по частным каналам я узнал, что бумаги Колмогорова *возможно* хранятся у проф. А. Н. Ширяева. Я и ему написал (albertsh@mi.ras.ru), но и он не ответил. Мало того: в ответ на мой запрос об этих бумагах я получил ответ Отделения математических наук РАН от 3 апреля с. г.: *В отделении … нет сведений об архиве Колмогорова*. Тридцать лет прошло со дня смерти великого учёного, а его бумаги недоступны, и это, видимо, не интересует даже РАН!

Это Ширяев рекомендовал опубликовать антинаучную статью Ю. В. Чайковского в *Историко-математических исследованиях* (вып. 6 (41), 2001), и уже раньше Ширяев проложил путь сумасшедшему А. Т. Фоменко, который, с благословения морально порочной Академии, укоротил хронологию цивилизации на полтора тысячелетия и вылез на самую верхушку управления советской наукой, см. Прим. 7.

В письмах А. Н. Колмогорова мы ничего не изменили, не подправили. Разночтения *Вы*, *Ваш* и *вы*, *ваш* остались без изменения. Простые пояснения и несущественные исправления, без которых несколько предложений были грамматически неверными, мы всё же исправили в квадратных скобках. Пунктуация осталась прежней. Несколько неверно написанных слов отмечены курсивом, но *повидимому*, которое в то время писалось слитно, не являлось поэтому ошибкой. Заглавия пунктов были подчёркнуты, мы дополнительно выписали их полужирным шрифтом. Наконец, буквы *ё* мы не ввели.

В качестве приложения мы поместили заметку Фишера о Лысенко. Общую библиографию для основного текста и этого приложения мы поместили после него.

Архив РАН. Фонд 2024, опись 1, дело 354, листы 1 – 11

Письмо № 1

10 декабря 77

Глубокоуважаемый коллега!

Посылаю Вам следующие далее замечания, чтобы Вы могли сразу судить о том, в какой мере мы являемся попутчиками, и не строили на этот счет преувеличенных предположений. В вашей

рукописи я нашел для себя много интересного и надеюсь при личной встрече услышать еще *не мало*.

1. О гениальности великих людей.

В начале прошлого века Франции был нужен один император. Очень трудно оценить, сколько среди офицеров, выдвинутых революцией, имелось потенциально подходящих на это амплуа кандидатов. Неясно подобно этому и то какая мера "гениальности" полководческой и организационной и личной храбрости была нужна Жанне д'Арк для выполнения ее миссии. Разысканные Вами в словаре Ларусса[1] сведения о ее конституции весьма интересны. С ними естественно связана склонность к галлюцинациям. А дальше уже действует окружающая обстановка и сознание своей исключительной миссии. Война показала нам, что храбрость, достигающая крайних пределов, в надлежащей обстановке оказывается не столь уж исключительной.

2. Общая и специфическая одаренность.

Сказанное у Вас на эту тему на стр. 45 – 47 меня крайне удивило и, я сказал бы, огорчило. "Гигантская целеустремленность" без надлежащей точки приложения представляется мне *чем то* ненормальным и совсем *не желательным*, а своевременное обнаружение и культивирование специальных дарований делом совсем не простым и в вопросах системы воспитания центральным.

3. О детях талантов и гениев естественно заботиться родителям[2]. Там, где талант действительно унаследовался, он обычно не пропадает. Важнее вопрос о врожденной и благоприобретенной компоненте талантливости. Сколь велика первая там, где в предшествующих поколениях талантливость не проявилась в силу ее "полигенного" характера. Этот вопрос нас практически интересует при планировании системы воспитания и образования.

4. Гениальность, талантливость и психозы.

Считая двумя основными психозами маниакально-депрессивный психоз[3] и шизофрению, естественно было бы обратить внимание на оба и, кажется, это так и делается в литературе вопроса. По московским математикам материал мне хорошо известен. Вполне выраженный маниакально-депрессивный психоз **(зачернено Архивом)**. Шизофреники у нас значительно чаще встречаются. Вам, конечно, лучше знать, но возможно, что у музыкантов дело обстоит так же.

5. Подагра.

Эта тема для меня оказалась новой. Насколько я понял большой, четырехлетний труд Ваш вложен именно сюда. Не смею критиковать окончательный вывод, но замечу, что метод статистических сопоставлений с постоянной частотой в 0.4% мне представляется несостоятельным[4]. Так как частота подагры в различных социальных слоях и в разное время, повидимому, резко различна, необходимо вести сравнение по однородным группам. Я не проводил статистики, но просто по нашей классической литературе, кажется, можно установить, что

подагра имела самое широкое распространение в русских дворянских кругах девятнадцатого века[5]. С этой местной нормой и надо сравнивать частоту подагры у выделившихся из этой среды талантов и гениев. Подойти к такому сравнению можно, выделив случайную выборку не проявивших особых талантов семейств и изучив их архивы воспоминаний и писем.

6. Мочевая кислота.

Возможно ли непосредственно проверить корреляции между ее концентрацией и умственной активностью? Иначе гипотеза остается не слишком убедительной[6].

7. Четыре механизма.

Один из них построен на одном примере Жанны д′Арк. Второй на трех примерах (Линкольн, Андерсон и проф. Никольский[7]). Я бы их не упоминал в общей аргументации. Зато кажется несомненным “шизоидный” тип талантов и гениев.

Не слишком ли категоричны химические и гормональные объяснения? Пример с огромными количествами потребляемого кофе (Наполеон и другие) не кажется мне удачным. Слишком уж простой был бы рецепт, как сделаться императором французов.

Получается впечатление, что Вы сожалеете о невозможности стимулировать талантливость и гениальность простым введением мочевой кислоты. И *из за* этой невозможности рекомендуете гораздо более сложные методы стимуляции.

8. Пропущен автором

9. Отбор талантов.

В узкой области юных математиков я могу считаться специалистом этого дела. Руководимый мною интернат дает *не плохие* результаты. Нам приходится производить отбор в 15 лет. Если бы имели более широкие возможности собирать 13 – 14 летних на летние сборы и осуществлять там отбор на основе глубокого знакомства с каждым кандидатом, то мы предпочли бы более юный возраст. Хотя 13 лет все равно казались бы мне сомнительными. А с двенадцатилетними я заведомо не советовал бы возиться. Специфические, нужные нам, способности, повидимому, формируются позднее. Участники школьных математических кружков для 12-летних в большинстве потом разбегаются. В таких кружках первенствуют девочки, которые в большинстве теряют интерес к математике уже в 15 лет.

Это, конечно, не значит, что для занятий математикой не нужны способности, тренировку которых надо начинать раньше. Но эта общая сообразительность и изобретательность может с успехом развиваться хоть на рыбной ловле в наблюдениях за птицами, в играх и т.д. Способный “дикий” мальчик, заинтересовавшийся математикой в 14 лет к 19 годам может уже начать печатать собственные научные работы **(зачернено Архивом).**

В музыке серьезную тренировку восприимчивости и техники, конечно, надо начинать раньше. А для цирковых артистов и, ставшего профессиональным, спорта[8] еще раньше.

10. Форсирование развития.

Несомнено, что всегда лучше свобода. Поэтому, запрещать досрочно сдавать экстернат за среднюю школу, конечно, не следует. Но думаю, что и родителей и ребят надо предупреждать о сомнительности такого пути. И во всяком случае не устраивать подготовительных летних школ для экстерната.

У меня довольно большой личный опыт с вундеркиндами, в частности, и с наблюдающимися иногда серьезными их срывами. Ребятам я говорю, что величайший математик нашего века – Гильберт по его словам “в гимназии не слишком торопился заниматься математикой, так как был уверен, что со временем станет [стану] отличным математиком”.

11. О тестах.

Запрет на тесты у нас сейчас снят. Употребляет их и рекомендует в надлежащих случаях и наша Академия Педагогических Наук. В западном мире тесты безусловно господствуют в англо-саксонском мире. В прошлом году я был на международном съезде по математическому образованию, собиравшемся в Карлсруэ (ФРГ)[9]. Могу Вам подтвердить, что в ФРГ и Франции тестам (в нашей области) отводится самая скромная роль. Очень критикуют английскую систему отбора в “грамматические школы”, ведущие в университеты, в возрасте 10 – 12 лет.

Во Франции и Германии я себя чувствую своим человеком, но Америку *из за невладения* английским языком[10] мало знаю. Но все же у меня есть подозрение, не преувеличиваете ли Вы роль программы “МЕРИТ” [merit]. В Америке все сразу принимает грандиозные масштабы и умело рекламируется. Но стала ли эта программа основным путем выдвижения способной молодежи? В части студентов-математиков я попробую это выяснить у своих американских коллег. Пока же был бы благодарен за указание имеющихся в вашем распоряжении материалов.

12. Раннее детство.

Тут я Вам вполне сочувствую. При всей условности КИ [Intelligence Quotient, коэффициент интеллигентности] публикация у нас основанных на КИ данных была бы полезна (достаточно подробная)[11]. Я слыхал, что весьма серьезные меры по предоставлению матерям возможности оставаться при детях в первые годы их жизни осуществлены, или осуществляются, в Венгрии. Если Вы будете выступать на эти темы, Вам необходимо навести точные справки.

13. Сокращение размеров школьных классов.

Кажется, *что то* сделано в той же Венгрии. Во Франции до недавнего времени классы на часть отведенных на данный *предметов* делились на две группы (как у нас для иностранных языков[12]). Недавно Габи эту систему отменил, но зато сократил размеры классов до 30 человек. У нас, к сожалению, 40 уже запланированы на много лет вперед. Добиться изменения в этом отношении было бы очень важно.

14. Редакция предложений.

Ваши предложения (п. 16) для своей аргументации требуют лишь очень немного из генетики и возрастной психологии. Было

бы разумно в соответствующем документе только необходимым и ограничиться.

15. Патриотические мотивы и критика капитализма.

В статье и в обращении соответствующие пассажи крайне неудачны. “Плутократия”, которая была “вынуждена” допустить в свою среду демократические силы и т.п. фантастичны и ни на кого не произведут хорошего впечатления.

С глубоким уважением (подпись)

/А.Колмогоров/

PS. Я нашел в своей библиотеке книгу Волоцкого. Оказалось, что именно о ней я Вам говорил по телефону. Она начинается с короткого предисловия П. М. Зиновьева, впрочем менее содержательного, чем мне на расстоянии казалось. Зато мне кажется интересной последняя, двенадцатая глава книги, где в соответствии с Кречмаром[13] циклоидный и шизоидный характеры характеризуются колебаниями между двумя соответствующими полюсами и добавляется третья эпилептоидная полярность. Последнее, впрочем, кажется широкого отклика не получило.

Просмотрев ваши примеры циклоидных гениев и талантов, я начинаю думать, что туда у Вас попадают и шизоиды. Так ли это?

Недавно я перечитывал Оскара Уайльда и был поражен тем, что в описываемых им кругах английского общества подагра была, повидимому *чем то* крайне обычным.

Так что подозрение, не имеем ли мы тут дело с тем, что называется “ложной корреляцией” у меня сильно *возрасло*.

Письмо № 2

19 января 78.

Глубокоуважаемый Коллега!

Начну с того, что Вас обидело в моем первом письме. Повидимому, мне следовало избежать всякой иронии, говоря о ненужности некоторых “пассажей” в вашем *проэкте* обращения в высокие инстанции. Но цель моя была вполне серьезная: предостеречь Вас от ошибки. Излишнее идеологическое усердие в подобных документах производит на наши руководящие круги совсем обратное действие: вызывает недоверие.

Но о перспективах тех или иных обращений в “верхи” несколько позднее. А сначала мне хотелось бы выступать в положении вашего *помошника* в поисках истины.

1. Я не вижу никакой необходимости поручать моим сотрудникам проверку ваших картотек и т.п. Будем исходить из того, что они составлялись добросовестно.

Но любой статистик обратил бы ваше внимание на опасность того, что называется “ложной корреляцией”. Вам в любой публикации следует заранее предупредить такие возражения, а не “приходить в отчаяние” от моих придирок. Я не предлагал всерьез начинать исследование распространенности подагры в русском дворянстве. Но, например, в применении к различным кругам английского общества такие исследования, вероятно, уже давно произведены. Выступать же публично без обсуждения

таких вопросов методологии статистического подхода к делу Вам не следовало бы.

Меня заинтересовали данные о профессорах Мичиганского университета. Но и здесь сразу возникает подозрение на ложную корреляцию через возраст. Любопытно, что более свойственное молодежи “преобладание исследовательских интересов” дает как раз наименьшую корреляцию с мочевой кислотой. Но я подозреваю, что американские исследователи сами предусмотрели подобное возражение и как-то его отвели.

Замечу, впрочем, что в целом в роли этой злополучной мочевой кислоты с действием подобным кофеину Вы меня убедили. Для меня было новостью, что вопрос был так широко освещен в литературе до Вас. Появление обзора на русском языке о корреляции между подагричностью и одаренностью и стимулирующем действии мочевой кислоты, например, в журнале “Природа”, конечно было бы очень желательно.

2. Мне кажется, что любой обзор корреляций одаренности с психозами должен касаться не только маниакально-депрессивного психоза, но и шизофрении. Вы пишете, что среди художников и литераторов примеров много. Не относится ли к ним и **(зачернено Архивом)**? Посмотрите, хотя бы, на портреты, приложенные к собранию сочинений.

Даю некоторые данные по математикам. **(зачернено Архивом)**. Одаренных настоящих шизофреников и шизоидов в младшем поколении пока перечислять не буду, но их много.

Среди математиков двадцатого века за пределами нашей страны в первую очередь назову несомненного шизоида – основателя математического интуиционизма и тополога – Броуэра. Заслуживали бы внимания Пуанкаре и Гильберт. Любопытно, что Броуэр и **(зачернено Архивом)** открывают длинный список представителей математической логики. Это уже деталь, но мне кажется определенно не случайная.

Вообще же о талантах и гениях-шизофрениках, наверно, есть тоже большая литература. Относите ли вы к ним **(зачернено Архивом)**?

Естественно, что таланты шизофреников для своей реализации требуют длительных ремиссий. Течение болезни имеет циклический характер. Насколько я знаю, такое течение шизофрении не дает оснований смешивать ее с маниакально-депрессивным психозом, которому циклическое течение приписывается по преимуществу.

Замечу мимоходом, что в “роде Достоевского” несомненными шизофрениками и шизоидами были Ивановы. Мнение Волоцкого, что шизоидные черты *на ряду* с преобладающими “эпилептоидными” были свойственны и самому Достоевскому, не кажется мне столь уже нелепым.

С концепцией “эпилептоидов” я встречался только у Волоцкого и в предисловии П. М. Зиновьева к книге Волоцкого. Получила ли она широкое признание, я не знаю.

Но во всяком случае появление на русском языке хорошего обзора о корреляциях одаренности с психозами было бы желательно.

3. Я собираюсь отправить запрос о результатах программ выделения талантов по тестам и их дальнейшей поддержки в США главе американских статистиков – Нейману. К сожалению, переписка идет медленно, так что ответ жду еще не скоро. Благодарю за присылку копии [копий] из журнала АМЕРИКА. Они меня не убедили в том, что пресловутая 60-миллионная программа заняла такое центральное положение в деятельности по выдвижению талантов в США, как это Вам представляется. Любопытно, что Вы в ответ требуете десятков миллиардов.

Вот пока все, что я могу предложить в помощь вашим разысканиям.

В последнем письме Вы еще усиливаете свои страшные прогнозы (СССР через 6 – 7 лет выйдет из ранга великой державы!). Думаю, что это фантастика. Я хорошо знаю недостатки нашей системы и даже опасности их усиления (см. последнее постановление о школе[14]), но на счастье наши конкуренты, в частности, главный конкурент – США, имеют свои слабости. Свои оценки перспектив и наблюдения, на которых эти оценки основаны, могу рассказать при свидании. Сейчас же сформулирую некоторые свои установки, которые от этого свидания вряд ли могут измениться.

А) Я уже писал, что объединение в одном документе ссылок на разыскания о психозах, мочевой кислоте и т.п. с предложениями по дошкольному и школьному воспитанию считаю определенно неудачным.

Б) Предложения о дошкольном воспитании с обоснованием важности его индивидуального характера должны исходить в первую очередь от психологов. Может быть, было бы возможно кооперироваться, например, с Занковым[15] и его сотрудниками. Но аргументация от генетики здесь тоже могла бы играть некоторую роль. Было бы очень существенно опираться на достижения социалистических стран средней[16] Европы, которые, повидимому, обогнали нас.

В) Тесты полезно пропагандировать. Но я не вижу у Вас никакой конкретной программы продвижения талантов, основанной именно на тестах. Идеалом, конечно, является просто открытые для всех занятия по интересам, где отбор осуществляется просто тем, что более ленивые сами разбегутся. И во многих направлениях мы не так далеки от этого идеала. Там же, где в самом деле неизбежен конкурс с оценкой по баллам, тесты полезны, но должны играть подчиненную роль. Например, при приеме в вузы: проверка по тесту для отсеивания явно *негодны*, серьезная письменная работа и в заключение устный экзамен – собеседование. Поэтому, вся Ваша концепция всеобъемлющего “тестирования” и подготовки особых специалистов “тестологов” мне представляется ошибочной. К примеру, тесты по математике, конечно, лучше составят хорошие

математики, познакомившиеся немного с техникой составления тестов, чем особые “тестологи”!

Д) Предложения по сокращению размеров классов и по специализированной работе со старшими школьниками, конечно, очень важны. Но думаю, что их надо продвигать самостоятельно. Ссылки на генетику здесь скорее могут помешать. Подробности тоже при личной встрече.

Мне самому разговоры с Вами будут интересны, но мне казалось полезным заранее Вас разочаровать, поставив определенные рамки тому, в чем мы сходимся. В вопросах, в которых я сам имею *какой то*, хоть и не очень большой, вес (старшие школьники) я от поддержки с моей стороны ваших всеобъемлющих предложений не предвидел бы большой пользы. Скорее, наоборот, я уменьшил бы свои возможности *кое что* полезное делать. Ваш

Подпись

К письму Архив приложил конверт от него (штамп 23 января 78). Адрес В. Эфроимсона: Москва, проспект Вернадского до 99, кв. 2. Обратный адрес А. Н. Колмогорова: Москва В 234, зона Л, кв. 10

Примечания

Буквой Э мы обозначили ссылки на работу Эфроимсона *Предпосылки гениальности* (*Человек*, № 2 – 6, 1997; № 1, 1998), текст которой без пагинации мы нашли в интернете

1. Ларусс (Larousse): энциклопедический словарь. Его первое многотомное издание относилось к событиям XIX века. Эфроимсон (и Колмогоров) видимо имел в виду десятитомное издание 1960 – 1964 гг. с дополнительным томом 1968 г. Поведение Жанны д′Арк определялось синдромом Морриса (врождённое нарушение полового развития). Э. В сочинении Эфроимсона *Гениальность и генетика* (см. ниже) подробно рассматриваются синдромы и подагрическое стимулирование, ср. Прим. 5 и 6.

2. Пункт 3 не был выделен так, как все остальные пункты. И вот отличие гения от таланта: гений создаёт то, что должен, талант – то, что может (Э, без указания источника).

3. Маниакально-депрессивный психоз: в маниакальной фазе ускоряется мысленный процесс. В тексте своих писем Эфроимсон упоминает также шизоидов и эпилептоидов. Шизоид: погружение во внутренний мир, преобладание абстрактного мышления. Эпилептоид: взрывчатость, неряшливость.

4. Метод статистических сопоставлений с некоторой частотой: мы не нашли ни метода, ни критерия, подходящего к указанному в тексте названию; не подходит ни критерий сигма-квадрат, ни критерий Манна – Уитни – Уилкоксона.

5. Вот Некрасов (*Кому на Руси жить хорошо*, часть 1, л. 4) про подагру. Дворовый человек о себе: *Оставь мне, господи, болезнь мою почётную, по ней я дворянин*. Чтобы заболеть ей, шампанское и другие вина *лет тридцать надо пить*. Эфроимсон подробно описал, мы бы сказали, как подагрики оказались чуть ли не главной движущей силой истории общества. В частности, он упомянул Бориса Годунова как выдающегося государственного деятеля, ни в коем случае не виновным в убийстве царевича Дмитрия, что было известно историкам, побоявшимся выступить против клеветы. В XIX веке подагру считали результатом обжорства, пьянства и всяких излишеств. Э

6. Мочевая кислота структурно очень схожа с кофеином, и подагрическая стимуляция мозга может повысить его деятельность до уровня таланта и гениальности. Э, частично со ссылкой на источник 1955 г.

7. В *Предпосылках* … Эфроимсон не упоминал Никольского, а у Линкольна, Андерсона (и де Голля) счёл наличие синдрома Марфана (форма гигантизма). Колмогоров (заглавие пункта 7) упомянул четыре механизма. Эфроимсон назвал четыре условия, определяемые социумом и необходимые, но не достаточные для появления гения. В первую очередь, как он также считает, гении появляются *при взломе кастовых, классовых и иных ограничений*.

Вот свидетельство Новикова (1997, с. 72) о сумасшедшей теории А. Т. Фоменко, который сдвинул хронологию цивилизации на полтора тысячелетия:

Новая теория, кажется, сильно понравилась 75-летнему … С. М. Никольскому, который представил его работу в печать.

О моральном духе, который царил в Академии, можно судить по тому, что Фоменко вскочил в самую верхушку управления наукой страны.

8. Официально профессионального спорта в Советском Союзе не было, но фактически спортсмены высокого уровня жили как профессионалы.

9. Точное название *съезда*: Международный конгресс по математическому образованию 1976 г. Он был проведён (видимо, как и предыдущие) под эгидой Международного математического союза.

10. Колмогоров по меньшей мере свободно читал английскую математическую литературу.

11. Цитируя другого автора, Э указывает, что КИ – важнейшая мера, предупреждающая затвердение классов в касты. Разумеется, совсем не просто составить тест, и не исключены случайные ошибки (испытуемый возможно лучше ответил бы на другие вопросы). В *Педагогической генетике* (см. ниже) Эфроимсон поясняет, что КИ был запрещён (о чём Колмогоров также упоминает), поскольку не так нужны были умные, как преданные власти кадры. Далее, он замечает, что анализировать тесты могут только обученные специалисты, в первую очередь психологи.

12. Классы делились на группы для уроков по иностранному языку, если школьники группы изучали разные (два) языка.

13. Мы отыскали только Марину Валериановну Кречмар, однако в тексте Колмогорова речь идёт о мужчине (*Кречмаром*)

14. Постановление ЦК КПСС и Совета Министров от 22 декабря 1977 г. Оно предусматривало усиление идеологического направления школьного образования. Ни математика, ни естественные науки, ни иностранные языки не были упомянуты.

15. Психолог Леонид Владимирович Занков. Он умер 27 ноября 1977 г., но Колмогоров, очевидно, ещё не знал об этом.

16. Более распространённый термин: Центральная Европа.

Приложение

Р. Э. Фишер

Что за человек Лысенко?

R. A. Fisher (1948), What sort of man is Lysenko?
Coll. Works, vol. 5. Adelaide, 1974, pp. 61 – 64

В течение некоторого времени учёные, проживающие вне России, определённо желали узнать, каким же человеком мог быть Лысенко. Стало известно, что под воздействием его выпадов многие русские генетики, включая самых заслуженных, были убиты[1]. Но мнения о том, как следует к нему относиться, разделились. Вот три очевидных возможностей.

1. Он может быть учёным с совершенно особыми взглядами. Лишь тщеславие и самонадеянность понуждают его навязывать эти взгляды своим соотечественникам. Либо

2. Он невежественный мужик, искренне заботящийся о процветании российского сельского хозяйства. Он легко раздражается трудами более образованных биологов, поскольку затрудняется понимать их, равно как и их отдалённостью от немедленных практических приложений. Либо

3. Он честолюбивый политик того типа, который вероятно станет преобладать в системе, открыто руководимой застывшей идеологией. Он надеется использовать идеологические догмы, которым подчиняются его коллеги[2], как рычаги для собственного продвижения в партии и государстве.

Памфлет, содержащий выступление Лысенко в июле или августе на сессии ВАСХНИЛ, содержит материал для его классификации. Ознакомившись с его доводами, я не сомневаюсь, что, вопреки многим, которые склонялись считать его просто научным маньяком или просто запутавшимся мужланом, его разум вряд ли соответствует этому пояснению. Я хотел бы процитировать некоторые повлиявшие на меня выдержки, притом что они помогают понять его специальный жаргон[3]. Вот одно высказывание:

[Менделисты-морганисты заявляют, что нельзя управлять наследственностью изменениями условий жизни организмов, и что мичуринское направление неоламаркистское, т. е., по их мнению, также антинаучно и ошибочно. Напротив, положения Ламарка верны и научны.]

Представляется, что автор весьма озабочен тем, чтобы фанатично установить свои доводы, и полагает, что этого можно добиться неприкрашенным и категорическим утверждением[4].

Единственный определённый отчёт об эксперименте, который был нацелен на проверку научного факта, находится в заключительных замечаниях Лысенко. Он слишком обширен, чтобы воспроизводить его, а относится он к утверждению о том, что наследственность разновидности помидоров была изменена прививкой. Для научного спора этот отчёт весьма эффективен, если признать правоту этого утверждения. Но Лысенко не

представляет себе, что слушатели не обязаны верить ему на слово.

Прививать помидоры нетрудно, Если утверждаемое действие действительно произошло, каждый смог всего лишь бы за год удостовериться в этом. Более того, если это нововведение имело практическое значение, которое Лысенко всегда так упорно пропагандирует как главное условие научной работы, – то как он должен был бы стремиться к тому, чтобы растениеводы воспользовались его открытием, которое, казалось бы, непосредственно обеспечивало переделку наших растений. Но этот человек думает лишь о своём спорном высказывании.

В докладе имеются мерзкие утверждения, в которых президент ВАСХНИЛ, видимо, скрежещет зубами.

[Морганисты-менделисты безосновательно, и часто клеветнически, утверждают, что я, президент ВАСХНИЛ, поддерживаю мичуринскую традицию, чтобы подавлять противоречащее ему. Меня следует упрекнуть в противоположном. Мы, мичуринцы, ещё не сумели воспользоваться прекрасной возможностью, которая была создана партией и правительством, чтобы вскрыть метафизику морганизма, взятую у вредной зарубежной биологии. В Академию было избрано большое число мичуринцев, чтобы заниматься этим.]

Это предостережение было вскоре усилено:

[Положение изменилось ввиду интереса партии и правительства и лично товарища Сталина. Много мичуринцев было избрано в нашу академию.]

Ну, если товарищ Сталин лично этого желает, то желать чего-то другого было бы политическим вероломством, т. е. самым ужасным преступлением. [Далее Лысенко указывает на беспечность академика П. М. Жуковского, который слишком смело пожаловался на пренебрежение генетикой в докторских диссертациях.]

[Молодые учёные поняли, что морганизм чужд взглядам советских людей.]

Представляется, что Лысенко постепенно почувствовал, что его доводы и предполагаемые экспериментальные доказательства неубедительны и стал всё более открыто запугивать:

[Ленин и Сталин обнаружили Мичурина, и его учение сделали достоянием советских людей. Партия, правительство, и лично Сталин спасли это учение для биологии и интересуются его развитием.]

В России, видимо, всё ещё сохранились искры интеллектуальной свободы, хоть весьма слабые и скрытные.

[Принципы морганизма ложны, и поэтому те, кто поддерживает их, скрывает свои взгляды.]

Великого Инквизитора, очевидно, нельзя обмануть подобной скрытой ересью, и он готов вытоптать последнюю искру.

Нет, в свете этой речи я не верю, что наградой триумфальной карьере Лысенко является продвижение научного познания или благосостояние бедных крестьян. Награда, за которую он так

жадно цепляется, это власть, власть для себя, власть, чтобы запугивать и убивать[5].

Примечания

1. Загублен был даже великий учёный Н. И. Вавилов, см. основной текст этого документа.

2. Им подчинялось всё общество (а *несознательные*, вынуждено). *Честолюбивые политики* начали преобладать в верхах быть может уже в конце 1920-х годов.

3. Фишер имел в виду августовскую 1948 г. сессию Всесоюзной академии сельскохозяйственных наук им. Ленина (ВАСХНИЛ) и доклад Лысенко *О положении в биологической науке*. Этот доклад (переведенный в 1949 г. на английский, немецкий и, возможно, на некоторые другие языки) легко отыскать в интернете, и мы приводим выдержки из него вслед за Фишером, но в сокращении.

4. Таков был стиль *слуг народа* и их высокопоставленных прихлебателей: желаемое утверждалось либо без указания каких-либо доводов, либо подтверждалось смехотворными соображениями. Вот пример (Мария Смит (1961, с. 294), заслуженная троглодитка и член-корреспондент АН):

Жизненность экономических учений Маркса и Ленина именно и состоит в глубочайшем проникновении в сущность законов, управляющих экономическим развитием человеческого общества.

Маркс в лучшем случае установил принципы экономики, но никто так и не смог применить их, про Ленина и говорить не приходится, Сталин же в то время не котировался.

5. Нет, Лысенко был лишь пешкой на доске истинного Великого Инквизитора, а точнее – тараном в его лапах. И время для использования тарана он выбрал удачное: в 1947 г. началась холодная война, и требовалось разорвать международные связи, в том числе в генетике.

Вот правдоподобное мнение Арношта (Эрнста) Кольмана (1982, с. 214):

Я восторгался энтузиазмом, с которым он развивал свои концепции. Но если Лысенко вначале искренне верил в свою правоту и с величайшим жаром отстаивал её, невольно перегибая, то […] *получив власть и почувствовав свою силу, не стал брезговать административными, насильственными методами борьбы со своими идейными противниками, и* […] *не сам ли он неоднократно приложил руку, чтобы сжить их со света, а также, чтобы подправлять эксперименты*. […]

Библиография

Гнеденко Б. В. (1950), Теория вероятностей и познание внешнего мира. *Успехи математич. наук*, т. 5, № 1 (35), с. 3 – 23.

Кольман А. (Э). (1982), *Мы не должны были так жить*. Нью Йорк.

Новиков С. П. (1997), Математики и история. *Природа*, № 2, с. 70 – 74.

Смит М. (1961), *Очерки истории буржуазной политической экономии*. М.

Шейнин О. Б. (2006), Статистика и идеология в СССР. *Российская и европейская экономическая мысль …, 2005*. СПБ, 2006, с. 97 – 119. Ред. И. И. Елисеева.

XII

Э. Фельс

Оскар Андерсон, 1887 – 1960

Eberhard Fels, Oskar Anderson, 1887 – 1960.
Econometrica, vol. 29, 1961, pp. 74 – 79

Оскар Андерсон[1], член-основатель Эконометрического общества, почётный профессор статистики[2] Мюнхенского университета, почётный доктор нескольких университетов, умер 12 февраля 1960 г.

Прямой потомок *континентальной* школы статистики Лексиса Чупрова – Борткевича и разносторонний экономист, Андерсон был и теоретически, и на практике энергичным пионером эконометрического метода. До конца жизни он оставался неоспоримым главой небольшой группы лиц в Западной Германии, воодушевлённых желанием развивать экономику в сочетании с математикой и статистикой.

Андерсон был автором более 150 публикаций[3] на немецком, английском, русском и болгарском языках. Были в них и сухие трактаты, и энергичные полемические сочинения, в основном составленные с характерным многоязыковым колоритом и привкусом русского синтаксиса. Они приводили в отчаяние мелочных редакторов и восхищали сочувствующих читателей. Учитывая ту атмосферу, которая измеряет достоинство учёного почти только по числу его публикаций, следует подчеркнуть, что наследие Андерсона, хоть и примечательно, рисует неполную картину охвата и глубины его учёности.

Трагедия поражала его сильно и повторно. Дочь погибла в тот период, когда Андерсон с семьёй оставался беженцем, сын – немного позже, а второй сын погиб на войне. И мало, досадно мало было у Андерсона того спокойствия, по которому тоскует мыслитель. Можно было быстренько сварганить ещё один научный мемуар вместо того, чтобы добросовестно посвящать время студентам, или, не вполне в духе времени, изучать литературу, но его чувство долга оскорбилось бы.

Стандартам хорошего учителя, установленным нашими педагогическими факультетами, он не соответствовал. Его лекции были скверно упорядочены, почти в том же духе, в котором говорят о романах Достоевского. Новенькие студенты страшились его внушительной дедовской фигуры: он был поразительно похож на более красивого маршала Булганина. Но ко времени своего выпуска студенты, даже безнадёжные в смысле статистики, обычно начинали любить его. Тот, кто присутствовал на его семинарах, был обречён считать подобные мероприятия довольно бесцветными и скучными.

Андерсон родился в Минске 2 августа 1887 г. у этнических немецких родителей. Его отец стал позже профессором финско-

угорских языков Казанского университета. И там, в Казани, в 1906 г., Андерсон окончил гимназию с золотой медалью, проучился несколько семестров математике, и поступил на экономический факультет Петербургского политехнического института.

Он стал выдающимся студентом Чупрова, покровительство которого почтительно признавал всю свою жизнь и в большом, и в малом[4]. И нет сомнения в том, что скорее не для того, чтобы признали его самого[5]. Он был бы страшно рад, будь его бывший учитель восстановлен в правах учёного в своей родной стране[6].

С 1912 по 1917 г. Андерсон преподавал в коммерческой школе в Петербурге, но в 1915 г. выехал в Туркестан на полевые работы и провёл одно из первых опытных выборочных обследований.

В 1917 г. он работал экономистом-исследователем крупного кооперативного общества на юге России, затем, в 1918 г., занимался теоретической и прикладной статистикой в Киевском коммерческом институте и одновременно занимал административную должность в Демографическом институте Академии наук в Киеве.

Позднее, по не совсем ясным причинам, семья Андерсона в спешке покинула Россию. Будучи студентом, он придерживался довольно левых взглядов, и существует непроверенный рассказ о том, что посланники Ленина предложили ему очень высокую должность в управлении экономикой. Можно спокойно предположить, что положение тех, кто превосходил его по должности, и его коллег, а не его самого, стало политически невыносимым, и его убеждённая личная преданность вероятно оказалась для него решающей[7].

В 1921 г., после задержки в Константинополе, Андерсон стал директором средней школы в Будапеште. В 1924 г. Коммерческий институт в Варне предложил ему преподавательскую должность. Он согласился и до 1934 г. читал там лекции по теоретической статистике и многим другим темам. В 1933 г. стипендия Рокфеллера позволила ему посетить Германию и Англию, а результатом поездки оказалась его книга[8]. С середины 1930-х годов он также был консультантом Лиги Наций и глубоко исследовал циклы деловой активности (Anderson 1931) и добился того, что Shumpeter (1954, с. 1104) позднее назвал эту статью *работой, выделявшейся отличным мастерством*.

С 1935 г. Андерсон был директором Института статистики и экономических исследований Софийского университета, и последующие годы оказались примечательно плодотворными[9].

В 1940 г. правительство Болгарии послало его в Германию, уже тогда бывшую в состоянии войны, для изучения системы нормирования. В 1942 г. он принял приглашение на работу в Кильском университете, который изучал экономику Восточной Европы. Новая работа неизбежно повлекла за собой политические неприятности, но он смог оставаться вне всяких партийных связей.

В 1947 г. Андерсон согласился возглавить кафедру статистики в Мюнхенском университете. Стало известно, что он назвал себя *потухшим вулканом*. Но, уже не будучи здоровым, он выдерживал громадную педагогическую нагрузку, всё ещё составлял оригинальные статьи, являлся одним из редакторов журнала *Mitteilungsblätter f. mathematische Statistik* (позднее, *Metrika*) и закончил свой второй немецкий учебник, а по существу скорее личный энциклопедический обзор (Anderson 1954a), который за три года выдержал столько же существенно изменяемых изданий [и был издан в четвёртый раз в 1962 г.].

Перед смертью он, почти единолично, добился того, чтобы обучение статистике в её международном понимании не затормозилось в (Западной) Германии в трясине безразличия и анти-математической неприязни тех, которые не преодолели отживающих свой век споров о методах[10].

После себя он оставил одарённых студентов, которые гордятся тем, что учились у него, а некоторые из них добились признания и ответственных педагогических должностей, особенно Ганс Келлерер (Мюнхен), Генрих Штреккер (Тюбинген) и его собственный сын Оскар (Мангейм)[11].

При всей своей дедовской любезности и тёплой преданности друзьям Андерсон был *странным* и временами довольно драчливым. Если на него нападали, он мог дать сильную сдачу[12]. Он оставался открытым со всех сторон, принимал всех, приходящих к нему, не делал ничего нерешительно и не говорил ничего неясного.

С одной стороны, Андерсону приходилось проповедовать то, что было так очевидно эконометрикам: без математики статистические методы не смогут существенно помочь и никакие теории нельзя будет хотя бы чётко очертить. С другой стороны, он не мог принимать изящнейшие понятия статистики, подобные, скажем, теории меры с дополнительными условиями [о законах распределения]. *Прикладная* означала для него *нечто действительное, притом немедленно, осуществимое*. Он также явно сомневался в некоторых тенденциях эконометрики, и даже презирал полнейшую внимательность к погрешностям выборок без или почти без всякой заботы о классификации и распространении ошибок и наблюдениях (specification, observation and propagated errors). На фразу *примем, что* … он инстинктивно резко возражал: *давайте не будем* …

Что же вероятно сохранится из его оригинальных сочинений, что занимает прочное место в истории нашей области знания? Это должны решить равные ему по положению[13], последователи же обязаны признать себя близорукими. Но я попытаюсь сказать хотя бы следующее.

Прикладное выборочное обследование в Туркестане и систематическое применение выборочных методов в большом масштабе в Болгарии в 1920-е годы уже достаточно для того, чтобы обеспечить ему безопасное место в истории нашей науки[14]. На Западе Андерсен впервые и насовсем стал известен видимо методом последовательных конечных разностей, который он

разработал независимо от Госсета (Anderson 1994; 1932; 1926 – 1927). Как и в других случаях, чувство меры воспрепятствовало ему преувеличивать его значение. Студенты могли выдерживать у него экзамен, не имея ясного представления об этом методе. Ныне наш арсенал исследований временных рядов *при наличии экономических данных* как будто так хорошо укомплектован, что этот метод слишком часто отвергается с лёгким сердцем, см., например, Valvanis (1959, с. 180), вместо того, чтобы относиться к нему с сомнениями самого Андерсона (1954a/1957, с. 178 – 180).

После происходящего восстановления интереса к количественной теории денег, см., например, Friedman (1956), особенно тягостно, что ранним исследованием Андерсона этой теории, см., например, Anderson (1931), полностью пренебрегают. А ведь оно представляло собой неплохое теоретическое изучение в духе Фишера, грамотно объединённое с разумной оценкой болгарских данных. Его статистические методы возможно устарели, но много ли было действительно эконометрических исследований до 1930 г., которые включали бы искусную заботу о доверительных пределах и пр.?

Имя Андерсона останется неразрывно связанным и с его критикой в поздние 1920-е годы злополучного гарвардского барометра (Anderson 1929), которая всё ещё восхищает его бывших соотечественников (Карпенко 1957, с. 315) [см. Прим. 7].

Введенное Андерсоном понятие *социально-статистической вероятности*, см., например, Anderson (1947; 1949c), о котором некоторые авторы отозвались положительно, вероятно непрочно, но он и не считал себя специалистом в этой области, потому что его терпимость и интерес охватывали всё пространство от Фишера, Кейнса, Колмогорова и Джеффриса (которого он изучил особенно хорошо) до Рейхенбаха и Карнапа.

Его раздражала небрежность при исследовании погрешностей или вообще пренебрежение им, см., например, Anderson (1954a/1957, с. 80 и след.; 1954b). Его отношение к проблемам статистической теории и практике индексов, см., например, Anderson (1949d; 1952), нельзя понять без должной оценки его внимания к погрешностям всякого вида. Их исследование обычно (но не им самим) перекладывали на трактаты по численному анализу. В этой области Андерсон был особенно полезен широчайшим пониманием происхождения данных и фактическими застывшими методами вычислений.

В устных обсуждениях он проявлялся ещё сильнее, чем в опубликованных работах как внушительный знаток и проницательный разоблачитель всего [ошибочного], относящегося к теории индексов.

Находясь в стадии *потухшего вулкана*, он всё более интересовался методами непараметрических критериев и опубликовал соответствующие примечательные сочинения (Anderson 1955; 1956). Он несомненно продолжил бы подобные исследования, но возраст, заболевания и другие настоятельные обязанности в конце концов предотвратили их. Смерть явилась

для него другом и избавителем. После долгого пути и подвигов её безвременность показалась бы ему самому безвкусной и высокопарной. Но страшно подумать, что произошло бы с немецкой научной статистикой, умри он, скажем, на 15 лет раньше.

Примечания

1. Второй инициал, Н. (Николаевич) Андерсон указывал в своих ранних работах, но, кажется, ни разу позднее не использовал. Э. Ф.

2. В соответствии с англо-американской традицией Андерсон был бы профессором *экономики*, но, насколько мне известно, в западногерманских университетах нет экономических факультетов. Э. Ф.

3. Список публикаций Андерсона см. в третьем издании его книги (1954a/1957), а также в некрологе [xiii]. Э. Ф.

4. К примеру, возможно, что Андерсон сохранил (сомнительное) отличие между номографическими и идеографическими науками из уважения к Чупрову (1909/1959, с. 37). Э. Ф.

Не сомнительное, а антинаучное. Чупров бездумно повторил утверждение немецких горе-философов. Нет, и не может быть никаких наук, которые только описывают факты. Историк, например, обязан пояснить, почему наполеоновские войска вторглись в Россию, и почему именно в 1812 г. О. Ш.

5. Подобное признание см., например, у Карпенко (1957, с. 298, 315, 317). Э. Ф.

Позднее, да и редкое признание. Неудобно было обсуждать крупного учёного из *Западной* Германии, да и основное направление Андерсона, статистика для социальных наук, не было нужно: для социальных наук вполне было достаточно марксизма-ленинизма. Наконец, Андерсон (1959) хоть и неявно осудил сталинский террор. О. Ш.

6. Ср. мнение Карпенко (Прим. 5) и, к примеру, Лифшица (1958, с. 183). (Мы сослались на статью Лифшица из более известного источника. О. Ш.) Э. Ф.

После смерти Чупрова его памяти были посвящены заседания в Москве и Ленинграде, и материалы ленинградского заседания были опубликованы. Но появился лишь один некролог, да и то в малоизвестной газете (а несколько советских статистиков опубликовали некрологи за рубежом). В печати Чупрова (наряду с другими статистиками, даже с Зюссмильхом) назвали теоретиком буржуазной статистики. Он был *реабилитирован* примерно в 1958 г. См. Шейнин (1990/2010, с. 202 – 203). О. Ш.

7. Вот эпизод, о котором сообщил Оскар Андерсон младший и который типичен для характера Андерсона. Будучи ещё в Болгарии, он написал весьма критическую и подробную рукопись о *длинных волнах* [в экономике] Н. Д. Кондратьева. Рукопись уже должна была набираться, но Андерсон узнал, что Кондратьев попал в политическую немилость и отозвал свою рукопись, чтобы не усугублять положения Кондратьева (которое не имело никакого отношения к его теории длинных волн). Рукопись затерялась где-то в Болгарии. Э. Ф.

Немилость! Кондратьев (1927) опубликовал статью, которую признали вредительской. Его арестовали в 1931 г. и расстреляли в 1938 г. См. о нём Шейнин (1990/2010, § 5.1). Ещё в 1923 г. Кондратьев предсказал кризис капиталистической системы и его не-смертельный характер, хоть и ошибся при указании его начала (Белянова и др. 1988). *Гарвардский барометр* (о чём, правда, лишь в 1929 г., написал Андерсон) оказался негодным: экстраполяция состояния экономики по экономическим показателям без исследования экономических процессов несостоятельна. О. Ш.

8. Книга была необычной попыткой построить после-фишеровскую статистику из кирпичей школьных познаний и оказалась довольно неудачной. Андерсон приукрашенно представлял себе преобладание обучения математике в немецких школах. Позднее, когда студенты-статистики стали начинать курс с изучения серьёзной математики, эта книга снова оказалась малопригодной. Впрочем, она была рекомендована в Швеции, по крайней мере до 1952 г., в качестве обязательной для изучения. Это, как мы вспоминаем, было указано в

студенческом университетском каталоге (в Стокгольме?). И ту же книгу Карпенко (1957, с. 317) вновь похвалил как описание учения Чупрова. Э. Ф.

9. Борьба *исторической* школы Макса Вебера и *систематической* школы Георга Зиммеля [xiii, с. 655]. О. Ш.

10. Со слов Штреккера нам известно, что карьера Оскара Андерсона младшего была прервана серьёзным заболеванием.

11. В качестве директора института он отредактировал около 50 монографий, по объёму доходивших до книг. Э. Ф.

12. Вот впечатляющие примеры: Андерсон (1949a; 1950). Э. Ф.

13. Мы отсылаем читателей к ещё не опубликованным некрологам [xiii] и Tintner (1961). Имея в виду мнения этих авторов, я, как бывший студент Андерсона, сосредоточился на его личности. Э. Ф.

14. См. Андерсон (1949b). Э. Ф.

Безопасное, но скромное место. Ещё до Андерсона выборочные обследования проводили многие статистики (You Poh Seng 1951). О. Ш.

Библиография автора

О. Н. Андерсон

1935, *Einführung in die mathematische Statistik*. Wien.

1938, *Struktur und Konjunktur der bulgarischen Volkswirtschaft*. Jena.

1954a, *Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften*. Würzburg, 1957, третье издание; Würzburg, 1962, четвёртое издание.

Наше добавление:

1963, *Ausgewählte Shriften*, Bde 1 – 2. Tübingen.

1914, Elimination of spurious correlation due to position in time or space. *Biometrika*, vol. 10, pp. 269 – 279.

1926 – 1927 , Über die Anwendung der Differenzenmethode – Variate difference method – bei Reihenausgleichungen, Stabilitätsuntersuchungen und Korrelationsmessungen, Там же, vol. 18, pp. 293 – 320; vol. 19, pp. 53 – 86.

1929, Zur Problematik der empirisch – statistischen Konjunkturforschung; kritische Betrachtungen der Harvard-Methoden. *Veröff. d. Frankfurter Ges. f. Konjunkturforschung*, No. 3, pp. 1 – 39.

1931, *Ist die Quantitätstheorie statistisch nachweisbar? Z. f. Nationalökonomie*, Bd. 2, pp. 523 – 578.

1932, Über ein neues Verfahren bei Anwendung der 'Variate difference' Methode. *Biometrika*, vol. 15, pp. 139 – 149.

1947, Zum Problem der Wahrscheinlichkeit a posteriori in der Statistik. *Schweiz. Z. f. Volkswirtschaft u. Statistik*, Bd. 83, pp. 489 – 518.

1949a, Der statistische Unterricht an deutschen Universitäten und Hochschulen. *Allg. stat. Arch.*, Bd. 33, pp. 71 – 83.

1949b, *Über die repräsentative Methode und deren Anwendung bei der Aufarbeitung der Ergebnisse der landwirtschaftlichen Betriebszählung vom 31.2.1926*. München. Перевод с болгарского.

1949c, Die Begründung des Gesetzes der großen Zahlen und die Umkehrung des Theorems von Bernoulli. *Dialectica*, Bd. 3, pp. 65 – 77.

1949d, Mehr Vorsicht mit Indexzahlen! *Allg. stat. Arch.*, Bd. 33, pp. 472 – 479.

1950, Und dennoch mehr Vorsicht mit Indexzahlen. Там же, Bd. 34, pp. 37 – 47.

1952, Wieder eine Indexverkettung? *Mitteilungsblatt f. math. Statistik*, Bd. 4, pp. 32 – 47.

1954b, Über den Umgang mit systematischen statistischen Fehlern. *Statistische Vierteljahresschrift*, Bd. 7, pp. 38 – 44.

1955, Eine nicht parametrische […] Ableitung der Streuung […] der Multiplen […] und Partiellen […] Korrelationskoeffizienten […] *Mitteilungsblatt f. math. Statistik*, Bd. 7, pp. 85 – 112.

1956, Verteilungsfrei […] Testverfahren in den Sozialwissenschaften. *Allg. stat. Arch.*, Bd. 40, pp. 117 – 127.

Карпенко Б. И. (1957), Жизнь и деятельность А. А. Чупрова. *Уч. зап. по статистике*, т. 3, с. 282 – 317.

Лифшиц Ф. Д. (1958), К вопросу об оценке работ А. А. Чупрова и С. Д. Пуассона. *Вопросы статистики*, № 4, с. 70 – 78.

Чупров А. А. (1909), *Очерки по теории статистики*. М., 1959.

Friedman M., редактор (1956), *Studies in the Quantitative Theory of Money*. Chicago.

Schumpeter J. A. (1954), *History of Economic Analysis*. London.

Tintner G. (1961), The statistical work of Oskar Anderson. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 56, pp. 273 – 280.

Valvanis S. (1959), *Econometrics: Introduction to Maximum Likelihood Methods.* New York.

Библиография переводчика

Белянова Е., Комлев С. (1988), Документ эпохи. *Мировая экономика и международные отношения*, № 9, с. 61 – 63.

Кондратьев Н. Д. (1927), Критические замечания о планировании народного хозяйства. *Плановое хозяйство*, № 4, с. 1 – 33.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1990), *А. А.Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. Берлин, 2010.

--- (2008), Bortkiewicz' alleged discovery: the law of small numbers. *Hist. Scientiarum*, vol. 18, pp. 36 – 48.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический обзор.* Берлин. **S, G,** 11.

Anderson O. (1926, болг.), Zum Gedächtnis an Professor A. A. Tschuprov (junior). Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 1, pp. 28 – 38). **S, G,** 25.

--- (1932), Ladislaus von Bortkiewicz. Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 2, pp. 530 – 538). **S, G,** 25.

--- (1946, нем.), Автобиографические заметки. Машинопись, 4 с. Archiv, Ludwig-Maximilian-Univ. München, II – 734. **S, G,** 20.

--- (1959), Mathematik für marxistisch-leninistische Volkswirte. *Jahrbuch f. Nationalökonomie u. Statistik*, 3. Folge, Bd. 171, pp. 293 – 299.

You Poh Seng (1951), Historical survey of the development of sampling theories and practice. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A114, pp. 214 – 231. Перепечатка: Kendall Sir Maurice, Plackett R. L., редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 440 – 457. **S, G,** 51.

XIII

Герман Волд

Оскар Андерсон, 1887 – 1960

Herman Wold, Oskar Anderson, 1887 – 1960.
Annals of mathematical statistics, vol. 32, 1961, pp. 651 – 660

Родился 2 августа 1887 г. в Минске, умер 12 февраля 1960 г. в Мюнхене. Эти даты охватывают судьбу, наполненную драмой и оттенками самой его жизни, и научной карьеры. Ход внешних событий в жизни Андерсона отражают бури и агонии Европы, разорванной войнами и революциями. Его научная работа, неизменно отмеченная личным проникновением, достаточно серьёзна, чтобы оставаться надолго интересной, частично совместно с эпохальным развитием статистики в первых десятилетиях XX в., а частично независимо от него.

Некоторые усилия Андерсона опередили своё время, и на их направление ещё не было обращено должного внимания. Так, его упор на анализ причин и следствий не-экспериментальных данных напоминает нам, что этот важный раздел прикладной статистики развит намного меньше описательной статистики или анализа экспериментальных данных. При оценке наследия Андерсона это обстоятельство крайне важно.

По этническому происхождению Андерсон был прибалтийским немцем. Мы следим за ним с его школьных лет в Казани, где его отец был университетским профессором финско-угорских языков. В 1906 г. он окончил гимназию с золотой медалью, в течение года изучал математику в Казанском университете, но в 1907 г. поступил на экономический факультет известного Петербургского политехнического института и пять лет изучал экономику. Его интересы лежали в обширной области, которая соединяет экономику и статистику, и в эти формирующие годы он разрабатывал две основные темы: исследование временных рядов и выборочные обследования.

В 1911 г., будучи учеником Чупрова, он представил дипломную работу о корреляционном анализе данных временных рядов. Летом 1915 г. Андерсон занимался в научной экспедиции полевым выборочным экономико-техническим обследованием оросительной системы в Ферганском оазисе Туркестана.

В 1912 – 1917 гг. Андерсон был учителем в коммерческом училище в Петербурге/Петрограде, а во время революции и после неё переезжал с места на место сначала в России, а затем, покинув страну как беженец, был учителем и исследователем. Работая статистиком в крупном кооперативном центре на Украине, он отредактировал несколько монографий об экономическом положении южной России. В 1918 г. Андерсон подготовился к хабилитации[1] по математико-статистическим методам в Киевском коммерческом институте и в то же время

работал в Демографическом институте Украинской академии наук.

В 1921 г. он попал в Будапешт через Константинополь, основал там школу и руководил ей. В 1924 г. он стал членом Верховного статистического совета Болгарии, в той стране, в которой почувствовал крепкую почву под ногами. В 1924 – 1934 гг. он преподавал статистику и несколько экономических дисциплин в Коммерческом институте в Варне (с 1929 г. как профессор экономики и статистики).

Последовал период напряжённой деятельности. Он занимался глубокими эконометрическими исследованиями и в 1932 г. становится одним из основателей эконометрического общества. В 1933 г. он поехал в Германию и Англию по стипендии Рокфеллера, после чего вышла в свет его книга (1935). С 1935 г. он – директор Статистического института экономических исследований при государственном Софийском университете. В то время институт выпустил примерно 50 монографий и книг об экономическом положении страны. В нескольких качествах, в том числе как статистический эксперт Лиги Наций, он выпускает много статей и памятных записок о статистических методах.

В 1940 г. правительство Болгарии послало его в Германию, чтобы изучить систему нормирования, а в 1942 г. Кильский университет пригласил его на должность профессора статистики. Кроме того, он возглавил отделение Восточных исследований Кильского института мировой экономики, а в 1947 г. Андерсон стал профессором статистики в Мюнхенском университете[2].

Опасности и тяготы были заложены в судьбе Андерсона во время обеих мировых войн. Покидая Россию, он потерял дочь, а вскоре умер его сын. Второй сын, будучи парашютистом, погиб на войне. Андерсон был потрясён, но не раздавлен. Характерно для его моральной чистоты было то, что он не позволил политике вмешиваться в его научную работу, а его преданность в личном общении была выше похвал. Известны соответствующие типичные случаи, начиная примерно с 1920 г., равно как и относящиеся к периоду нацизма в Германии.

Преобладающими чертами научного творчества Андерсона были напряжённый труд и сильная вера в [существенную] роль статистического метода в социально-экономической сфере. Так, он, *во-первых*, много опубликовал: всего примерно 150 публикаций, учитывая небольшие заметки и рецензии. Приложенная здесь библиография является выборочной, в основном из составленных им списков, см. [5] и третье издание его книги (1954a).

Далее, ему было присуще высокое стремление. В теоретических исследованиях он существенно развил новые подходы, а его прикладные труды отмечены страстным желанием полностью использовать наилучшие методы. В этом отношении типичным было систематическое употребление случайных выборок на съёмках в Туркестане в 1915 г., а затем в Болгарии (1929d).

Лучше всего из его теоретических сочинений известен метод последовательных конечных разностей, который он и Госсет независимо открыли в 1914 г[3]. Коротко говоря, при изучении корреляции между членами совокупности (intercorrelation), interregression[4] и т. д. множества временных рядов он исследовал не сами ряды, а их последовательные разности во времени. При этом обычно предполагают, что данный временной ряд x_t можно записать в виде

$$x_t = P(t) + \varepsilon_t,\ t = 0, \pm1, \pm2, \ldots \qquad (1)$$

Здесь P – полином от t в конечной степени, а остаток ε_t – последовательность независимых и одинаково распределённых случайных переменных.

В третьих, во многих статьях Андерсона чувствуется сильный полемический задор. Его любимая тема – применение индексов и злоупотребление ими (1937; 1950c; 1952). В 1920-е годы существенной была его критика Гарвардского делового барометра (1929b). Основным доводом Андерсона было то, что основой *барометра* был временной ряд, т. е., что подход был неосновательным и слишком механическим[5]. Наконец, *в четвёртых*, я упомяну педагогическую работу Андерсона. Его статистическое *кредо* выражено в двух учебниках (1935; 1954a): серьёзная ответственность статистика состоит в том, чтобы добыть точные данные и исследовать их надёжными методами. В Мюнхене, в последнем периоде его жизни, проблемы преподавания стали основой его интересов (1949d; 1956a). Главным образом благодаря его почину и усилиям после второй мировой войны [Западная] Германия сумела восстановить и развивать обучение статистике в социально-экономических науках.

Я полагаю, что основная мощь научной продукции Андерсона состояла в систематическом сочетании теории и приложений. Лишь в сравнительно небольшой мере его значимость определяется отдельными сочинениями, как, например, методом последовательных конечных разностей или от его результатов 1950-х годов по непараметрическим методам (1953a; 1955b; 1956b).

Самым плодотворным были для него начало и середина 1930-х годов, вершиной же этого периода была, видимо, отмечена его статьёй о количественной теории денег (1931a), Он впервые подвергнул эту теорию статистическому испытанию на основе данных, доставляемых временными рядами. Статья весьма интересна с точки зрения истории вопроса, но и потому, что его чёткое обсуждение остаточных членов и их свойств осветило постепенную эволюцию методов регрессии.

Андерсон выписал основное соотношение двумя способами

$$M_i = KP_i + \eta_i;\ P_i = (1/K)M_i - (\eta_i/K). \qquad (2a, b)$$

Здесь M_i – деньги в обращении в i-й период времени, K – постоянная P_i – индекс цен и η_i – погрешность, которую Андерсон называет нарушением (Störung) и считает её случайной переменной.

Соотношение (2b) статистически оценивается регрессией P по M. В своём ключевом утверждении (с. 538 – 541) Андерсон постулирует, что ожидание η_i равно нулю и что уравнение (2b) *тотчас же следует* из (2a). Это последнее предположение означает, что Андерсон относился к погрешностям как к ошибкам измерений, *ошибкам в переменных*, а не как к *ошибкам в уравнениях*, что позволило бы ему двояко истолковать их происхождение, как вызванное неучтёнными причинными связями и как обладающими нулевыми ожиданиями, поскольку они являются отклонениями от условного ожидания переменной в левой части.

Более точно, остаточные погрешности нельзя истолковать как ошибку какого-либо уравнения, (2a) или (2b), поскольку ни условные ожидания, ни теоретические регрессии не обратимы как эти уравнения. Это стало хорошо известно уже в начале разработки теории корреляции [8].

Таким образом, мы видим из уравнений (2), что модельное построение Андерсона начало явно воспринимать расхождения между теорией и наблюдениями как случайные переменные. Впрочем, статистические выводы из этого были поняты лишь частично.

Трудно перенести, что Андерсон очень близко подошёл к явной формулировке проблемы о том, влияет ли M на P или P на M, т. е. к различию в направлении причинной связи. Равным образом трудно перенести, что лишь несколько лет позже Working [9] отыскал статистический способ различия этих гипотез. Впрочем, примерно 25 лет этот способ оставался незамеченным[6].

В прикладной работе нелегко сочетать теорию и наблюдения, и Андерсон хорошо представлял себе эту трудность. В духе подобных настроений он неизменно предупреждал, что слишком утончённые статистические методы бесполезны, если не применяются к надёжным наблюдениям. В том же духе было и его критическое отношение к современной тенденции развития статистической теории ради неё самой. Его насмешки были особенно остры, когда речь шла о каком-либо высокопарном результате эконометрии. Здесь его сомнения, обоснованные или нет, были частично интуитивными.

В 1920-е и ранние 1930-е годы эконометрия претерпевала коренные изменения, и время ещё не подошло для должного обращения с некоторыми возникшими проблемами. Положение достаточно хорошо иллюстрируется работой Андерсона над методом последовательных конечных разностей.

Предположения об остатке в (1) часто недостаточны и возможности для строгой обработки более реалистичных предположений (например, автокорреляции остатков) не появлялись до 1933 г., когда Колмогоров [10] усилил

математическую основу теории вероятностей и тем самым заложил основу теории стохастических процессов.

Но важнее по отношению к общему развитию прикладной статистики был упор Андерсона на методы корреляции и регрессии для анализа причинных связей. В соответствии с общей тенденцией эконометрии он постепенно перешёл от корреляции к регрессии, что ясно заметно в его учебниках (1935; 1954a). Аналогично, его ранние работы (1929c; 1931b) содержат полуправду в соответствии с известным выражением *корреляция не совпадает с причинностью* (?).

Позднее он понял, что регрессионный анализ является важным инструментом для эмпирического суждения о причинных соотношениях. Его обращение с основными уравнениями не совсем ясно и интуитивно, и в то время в какой-то мере так оно и должно было быть.

Уравнения (2) показывают, что строители моделей начали явно принимать в расчёт остаточные погрешности. Переход от точных соотношений к возмущённым было коренным обобщением модели[7], и таковым же было последующее новое истолкование точных прогнозов как стохастических прогнозов в терминах условных ожиданий. Основные последствия этого обобщения могли быть поняты и развиты только постепенно. Здесь имеется прямая связь между положением с уравнениями (2a – 2b) и основными проблемами о *системах уравнений*, которые позже оживлённо обсуждались в эконометрии[8]. Например, если мы рассматриваем теоретическую авторегрессию

$$y_t = \alpha\eta_{t-1} + \varepsilon_t,\ E(\eta_t|\eta_{t-1}) = \alpha\eta_{t-1},\ t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \qquad (3)$$

то при весьма общих условиях α можно последовательно оценивать регрессией y_t по y_{t-1} по методу наименьших квадратов и кроме того

$$y_t = \alpha^2\eta_{t-2} + \varepsilon^*_t \text{ при } E(\eta_t|\eta_{t-2}) = \alpha^2\eta_{t-1},\ \varepsilon^*_t = \varepsilon_t + \alpha\varepsilon_{t-1}. \quad (4)$$

Строгий вывод (4) требует применения нескольких общих теорем об условных ожиданиях и стохастических процессах, которые впервые установил Колмогоров [10].

В свои самые активные годы Андерсон был одним из вождей эконометрии и потому пионером в широком секторе прикладной статистики, в анализе причинных связей на основе не-экспериментальных данных. Это произошло в том же периоде, скажем, в 1915 – 1940 гг., в котором эпохально развились другие секторы статистики. Главными действующими лицами были Фишер и Нейман. Это развитие определило *современную статистику*, как она называется в просторечии. Она слишком хорошо известна, чтобы останавливаться на ней.

Но я хочу подчеркнуть, что мощные методы *современной статистики* в основном предназначены трём широким секторам прикладной статистики: 1 и 2) Описанию и анализу причинных

связей на основе экспериментальных данных; 3) Описанию (выборочным методом) на основе не-экспериментальных данных.

Четвёртый сектор, анализ причинных связей не-экспериментальных данных, т. е. та область, в которой строитель моделей сталкивается с более трудными проблемами уточнения стохастической структуры моделей, равно как и с их статистической обработкой, – этот сектор длительное время не замечался профессиональными статистиками[9].

Это сразу же заметно при сравнении учебников Андерсона с их упором на четвёртый сектор, с учебниками *современной статистики* с их упором на три остальных сектора. Примерно за последние десять лет четвёртый сектор постепенно вышел вперёд, но всё ещё сравнительно недоразвит.

Мы описали Андерсона как пионера в трудной и важной области статистики, или быть может как предшественника, потому что эта область ещё не созрела для систематического развития[10]. Но это обстоятельство только увеличивает значимость его работы, и таков же результат воздействия остальных обстоятельств более ограниченной природы. Одним из них была анти-теоретическая природа статистической науки в Германии в начале XX в. После трудов Лексиса в социальной статистике и статистике вообще, работы Беккера, Кнаппа и Цейнера в демографии, Paasche и Ласперейса в экономике, Эрнста Генриха Вебера и Эббингхауза в психологии, – после расцвета статистики в XIX в. столь быстро наступивший застой в её развитии остаётся какой-то тайной.

Социально-экономические науки в Германии оказались кроме того ареной бесплодной борьбы двух направлений. Типичным примером этой арены служит социология, в которой *историческая* школа во главе с Максом Вебером боролась с *систематической*, которую возглавлял Георг Зиммель.

Я имею в виду, что эти враждующие лагеря почти не строили моделей, тогда как на международной сцене в то же время их построение уже стало средством непрерывного прогресса в экономике и эконометрии[11]. Представляется, что вклад Андерсона в построение моделей был снижен схваткой указанных направлений. Но зародыш существовал, и даже если ростки смешивались с какими-нибудь сорняками, с общей статистической точки зрения можно заметить, что затронутые принципы и методы были применимы не только в эконометрии, но и во всей области построения не-экспериментальных моделей.

Эти-то ростки оказываются самыми ценными и важными в творчестве Андерсона, и я хочу отдать личную дань вдохновляющему влиянию этого направления его трудов. Научное положение Андерсона было отмечено несколькими знаками почёта. Он, в частности, был

Почётным доктором Венского университета и Института экономики в Мангейме

Почётным членом Королевского и Немецкого статистических обществ

Членом-учредителем эконометрического общества
Членом Международного статистического института, Американской статистической ассоциации и Института математической статистики

Андерсон был благороден и по своему творчеству, и по внешнему виду. Его высокая, статная и полноватая фигура была заметна на нескольких научных собраниях после второй мировой войны. Мне особенно дорога память о Скандинавской неделе в Мюнхенском университете в июле 1958 г., когда я имел честь встретить его в его собственной среде, в институте, который он основал[12], на семинаре окончивших университет и среди большой группы его студентов

Примечания

1. Академическая квалификация, следующая после доктора философии и дающая право на занятие профессорской должности в университете. О. Ш.

2. Мы позаимствовали материал его учеников и упоминаем некрологи [1] – [4], в которых даны необходимые ссылки и приводятся подробности. Я благодарен профессорам О. Андерсону младшему, Фельсу, Гунцерту, Келлереру, Загорову и Штреккеру [эти фамилии расположены по английскому (латинскому) алфавиту], которые прочли рукопись этой статьи и комментировали её, особенно в смысле оценивания трудов Андерсона, в котором мои взгляды более независимы. Г. В.

3. Стьюдент [6] первым представил и применил этот метод, но Андерсон (1914) первым применил ожидания для того, чтобы разумно объяснить его. См. также его статью (1929c, с. 53). Новым было применение последовательных разностей; первые разности применялись и ранее в регрессионном анализе. О дальнейших разработках см. [7]. Г. В.

4. Перевода этого термина мы не нашли, см., однако, перевод упомянутого родственного термина. О. Ш.

5. См. [xii, Прим. 7]. О. Ш.

6. См. подробное обсуждение в [16]. Г. В.

7. В геодезии, при обработке избыточных измерений остаточные погрешности неизбежно вводились ещё в XVIII в. О. Ш.

8. Специально заметим двойственность систем причинной зависимости [11] и взаимозависимых систем [12]. Обзор и разработку с современной точки зрения см. [14] – [16]. Г. В.

9. Более подробно об этом доводе см. [13]. Г. В.

10. О статьях Карла Пирсона, который затронул эту тему, см. [vii, § 2]. О. Ш.

11. В начале XX в. эконометрии ещё не было О. Ш.

12. Какой же институт основал Андерсон? О. Ш.

Библиография

Источники по биографиям и библиографиям

[1] **H. Kellerer,** Zum Tode von Oskar Anderson. *Allg. stat. Archive*, Bd. 44, 1960, pp. 71 – 74.

[2] **H. Strecker,** Im Gedenken an Oskar Anderson. *Schweiz. Z. f. Volkswirtschaft u. Statistik*, Bd. 96, 1960, pp. 238 – 241.

[3] = [xii].

[4] **S. Sagoroff,** Nachruf für Oskar Anderson. *Metrika*, t. 2, 1960, pp. 89 – 94.

[5] **Cappelli, редактор,** Oskar Anderson. Bibliografie con brevi cenni biografici. *Biblioteca di statistica*, t. 2, 1959, pp. 28 – 31.

Наше добавление:

1963, *Ausgewählte Shriften*, Bde 1 – 2. Tübingen.

Дополнительные источники

[6] **“Student”**, Elimination of spurious correlation due to position in time or space. *Biometrika*, vol. 10, 1914, pp. 179 – 180.

[7] **G. Tintner,** *The Variate Difference Method*. Bloomington, Ind., 1940.

[8] **K. Pearson,** On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *London, Edinb. and Dublin Phil. Mag*., ser. 6, vol. 2, 1901, pp. 559 – 572.

[9] **H. Working,** Price relations between May and new-crop wheat futures at Chicago since 1885. *Wheat Studies*, vol. 10, 1934, pp. 183 – 230.

[10] **А. Н. Колмогоров,** *Основные понятия теории вероятностей*. М., 1933, 1974. Впервые опубликовано на немецком языке в 1933 г.

[11] **J. Tinbergen,** Econometric business cycle research. *Rev. of Econ. Studies*, vol. 7, 1940, pp. 73 – 90.

[12] **T. C. Koopmans, редактор,** *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*. New York, 1950.

[13] **H. Wold,** Casual inference from observational data. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A119, 1956, pp. 28 – 61.

[14] **H. Wold,** Ends and means in econometric model building. В книге *Probability and Statistics. The Harald Cramér Volume*. Редактор U. Grenander, pp. 354 – 434. New York, 1959.

[15] **H. Wold,** A generalization of causal chain models. *Econometrica*, vol. 28, 1960, pp. 443 – 463.

[16] **H. Wold,** Unbiased predictors. *Proc. Fourth Berkeley Symp. on Probability and Statistics.* Berkeley, 1961. В печати.

Наше добавление:

Strecker H, Strecker Rosemarie (2001), Oskar Anderson. В книге C. C. Heyde, E. Seneta, редакторы, *Statisticians of the Centuries*. New York, pp. 377 – 381.

Oskar Anderson. Избранная библиография

Мы добавили ссылки на *Избранные сочинения* (1963) Андерсона, указывая номер тома и номера страниц, например (1, 1 – 11). Мы не всегда смогли отыскать названий болгарских статей Андерсона и даже названий соответствующих болгарских изданий, и привели их в переводе.

1914, Nochmals über *The elimination of spurious correlation due to position in time or space*. *Biometrika*, vol. 10, pp. 269 – 279 (1, 1 – 11).

1923, Über ein neues Verfahren bei Anwendung der *Variate Difference* Methode. Там же, vol. 15, pp. 134 – 149 (1, 12 – 27).

1925, О методе последовательных конечных разностей. В книге *Сборник статей, посвящённых П. Б. Струве*. Прага, 1925, с. 9 – 27.

1926a, болг., Лекции о науке финансов. Висшето търговско училище Варна. Литография.

1926b, В паметъ на професор А. А. Чупров (млади) (1, 28 – 38).

1927a, Über die Anwendung der Differenzenmethode (variate-difference method) bei Reihenausgleichungen, Stabilitätsuntersuchungen und Korrelationsmessungen. *Biometrika*, vol. 18, pp. 293 – 320; vol. 19, pp. 53 – 86 (1, 39 – 100).

1927b, К методологии статистического изучения конъюнктуры. *Русск. экономич.сб*., кн. 11, 1927, с. 60 – 90.

1927c, On the logic of the decomposition of statistical series into separate components. *J. Roy. Stat. Soc*., vol. 90, pp. 548 – 569 (1, 101 – 122).

1928a, болг., О применении выборочного метода при планировании и обследованиях Центральной статистической комиссии. Доклад.

1928b, болг. О выборочном методе в статистике. *Ж. Болг. экономич. общ.*, т. 27, с. 239 – 254.

1929a, болг., Планирование выборочного обследования и его анализ на основе статистической формы J. Доклад Верховному статистическому совету.

1929b, Zur Problematik der empirisch-statistischen Konjunkturforschung. Kritische Betrachtung der Harvard-Methoden. *Veröff. Frankfurter Ges. f. Konjunkturforschung*, Bd. 1 (1, 123 – 165)

1929c, Die Korrelationsrechnung in der Konjunkturforschung. Там же, Bd. 4 (1, 166 – 301).

1929d, болг., Über die repräsentative Methode und deren Anwendung bei der Aufarbeitung der Ergebnisse der bulgarischen landwirtschaftlichen Betriebszählung vom 31.12.1926 (1, 302 – 376). Перевод автора.

1930, Theory of probability and economic research (1, 377 – 405). Текст доклада был переведен с немецкого в искажённом и ошибочном виде (редакция, со слов автора). Этот доклад не отражён в исходной библиографии Волда, который, однако, привёл данные о русском докладе автора:

Теория вероятностей в экономических исследованиях. *Тр. Пятого съезда Русских академических организаций за границей*. София, 1930.

1931a, Ist die Qantitätstheorie statistisch nachweisbar? *Z. f. Nationalökonomie*, Bd. 2, pp. 523 – 578 (1, 415 – 470).

1931b, болг. и франц., Corrélation et causalité. (2, 471 – 529). Опубликовано на нем. яз.

1931c, Ladislaus v. Bortkiewicz. *Z. f. Nationalökonomie*, Bd. 3, pp. 242 – 250 (2, 530 – 538). В *Избр. тр.* Андерсона указан 1932 г.

1932, болг, Лекции по статистике. Висшето търговско училище Варна.

1933, болг., Обсуждение финансовой реформы. *Ж. Объединения народн. банков*, т. 12, с. 1 – 18.

1934, Statistics: Statistical method. *Enc. of the Social Sciences*. Редактор G. R. A. Seligman. Vol. 14, pp. 366 – 371 (2, 539 – 544).

1935a, болг. и англ., Statistical Institute for Economic Research, Organization and aims. *Трудове на статистическия институт за стопански проучвания при Софийския държавен университет*, pt. 1, pp. 5 – 13.

1935b, болг. и англ., On the scissors of prices in Bulgaria. Там же, с. 28 – 41 (2, 545 – 558).

1935c, болг. и англ., Again on the problem of the scissors of prices in Bulgaria. Там же, ч. 2 – 3, с. 61 – 88 (2, 559 – 586).

1935d, *Einführung in die Mathematische Statistik*. Wien.

1936a, Provisional note on the question of the construction of an internationally comparable index of production. League of Nations. Committee of Statistical experts. Subcommittee on Indices of Industrial Production. CES (75 CES) SC Prod./14. Geneva.

1936b, болг. и англ., Some theoretical aspects of the business cycle movements in the South-East European agricultural countries (2, 587 – 603, болг. и нем.).

Волд указывает, что автор опубликовал свою статью в *Трудове на статистическия институт за стопански проучвания при Софийския държавен университет*, 1936, № 1, с. 5 – 21.

1936c, болг. и англ., The statistical technique of business cycle investigations. Там же, с. 55 – 88 (2, 604 – 627, болг. и нем.). Ср. 1927b

1937, болг. и англ., On the question of the construction of an internationally comparable index of industrial production. Там же, ч. 1, с. 121 – 131 (2, 628 – 638, болг. и нем.).

1938, *Struktur und Konjunktur der bulgarischen Volkswirtschaft*. Kieler Vorträge. Редактор A. Predöhl, No. 52.

1939a, болг., Система обращения денег в Болгарии с учётом особенностей структуры экономики страны. *Ж. Болг. экон. Общ*., т. 38, с. 3 – 25.

1939b, Les problemas fundamentales de la economia de Bulgaria. *Veritas*, Edicion Extraordinaria. Buenos Aires, pp. 235 – 237.

1941a, болг., Ножницы цен импорта и экспорта. *Болг. экономика*, т. 3, с. 79 – 82.

1941b, Saisonbedingte Indexziffer für die Lebenshaltunskosten? *Allg. stat. Archiv*, Bd. 30, pp. 263 – 269 (2, 647 – 653).

1942a, Statistik über Langlebigkeit. Там же, pp. 368 – 379 (2, 654 – 665).

1942b, Die Messung des realen Austauschverhältnisses im Außenhandel. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Bd. 55, pp. 215 – 231 (2, 666 – 682). Частично искажено цензурой (редакция, со ссылкой на автора).

1945, Die UdSSR als Getreideproduzent. Eine statistische Untersuchung […] zu Beginn der Krieges. Kiel, 1945. Рукопись. Bibl. Inst. f. Weltwirtschaft, Kiel.

1947, Zum Problem der Wahrscheinlichkeit a posteriori in der Statistik. *Schweiz. Z. f. Volkswirtschaft u. Statistik*, Bd. 83, pp. 489 – 518 (2, 683 – 714).

1948, Zur Frage der Umkehrung des Theorems von Bernoulli. Eine Erwiderung. Там же, Bd. 84, pp. 178 – 180 (2, 715 – 717).

1949a, Zur Frage der Umkehrung des Theorems von Bernoulli. Ein Schlusswort. Там же, Bd. 85, p. 70 (2, p. 718).

1949b, Theorie der Glücksspiele und ökonomisches Verhalten. Рецензия на книгу John von Neumann, Oskar Morgenstern (1947), *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton, 1947. Там же, pp. 46 – 53 (2, 719 – 726). Немецкое название рецензии не соответствует содержанию книги.

1949c, Die Begründung des Gesetzes der großen Zahlen und die Umkehrung des Theorems von Bernoulli. *Dialectica*, vol 3, pp. 65 – 77 (2, 727 – 739).

1949d, Der statistische Unterricht an deutschen Universitäten und Hochschulen. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 33, pp. 71 – 83.

1949e, Mehr Vorsicht mit Indexzahlen. Там же, pp. 472 – 479 (2, 740 – 747).

1949f, Um Aufklärung wird gebeten. Zum Problem des Wärmetodes. *Mitteilungsbl. f. math. Statistik*, Bd. 1, pp. 131 – 139.

1949/50a, Die Grundprobleme der Stichprobenmethode. Там же, pp. 37 – 52, 81 – 89; Bd. 2, pp. 1 – 16 (2, 748 – 789).

1949/50b, Über die Neuberechnung von Indexzahlen der Lebenshaltungskosten in Deutschland. Mit Nachwort. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Bd. 62, pp. 175 – 197; Bd. 65, pp. 310 – 312 (2, 790 – 815).

1950a, Nochmals zum Problem des Wärmetodes. *Mitteilungsbl. f. math. Statistik*, Bd. 2, pp. 1 – 16.

1950b, Einige Bemerkungen zum Aufsatz von Dr. Arnold Schwarz. Там же, Bd. 34, pp. 10 – 15 (2, 830 – 835). Номер тома не соответствует номерам других томов, 1950a и 1952.

1950c, Und dennoch mehr Vorsicht mit Indexzahlen. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 34, pp. 37 – 47 (2, 816 – 826).

1950d, Ein Schlusswort zur Diskussion über die Unsicherheitsspanne bei der Berechnung der Indexziffern der Lebenshaltungskosten und des Reallohns. Там же, pp. 224 – 226 (2, 827 – 829).

1951a, Über den Genauigkeitsgrad wirtschaftsstatistischer Daten. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Bd. 67, pp. 8* – 15* (2, 836 – 843).

1951b, Zur Axiomatik der Wahrscheinlichkeitslehre. В книге *Festschrift f. W. Britzelmayr*. Freiburg i. Br. – München (2, 844 – 847).

1952, Wieder eine Indexverkettung? *Mitteilungsbl. f. math. Statistik*, Bd. 4, pp. 32 – 47 (2, 848 – 863)

1953a, Ein exakter nicht parametrischer Test der sogen. Null-Hypothese im Falle von Autokorrelation und Korrelation. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 34, No. 2, pp. 130 – 143 (2, 864 – 877).

1953b, Moderne Methoden der statistischen Kausalforschung in den Sozialwissenschaften. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 37, pp. 289 – 300 (2, 878 – 889).

1954a, *Probleme der statistischen Methodenlehre*. Würzburg. Третье издание, 1957.

1954b, Über den Umgang mit systematischen statistischen Fehlern. *Stat. Vierteljahresschrift*, Bd. 7, pp. 38 – 44 (2, 890 – 896).

1955a, Bibliographie der seit 1928 in Buchform erschienenen deutschsprachigen Veröffentlichungen über theoretische Statistik und ihre Anwendungsgebiete. *Einzelschriften d. Deutschen stat. Ges.* No. 7. München.

1955b, Eine nicht parametrische […] Ableitung der Streuung […] des multiplen […] und partiellen […] Korrelationskoeffizienten im Falle der sogen. Null-Hypothese, sowie der dieser Hypothese entsprechenden mittleren quadratischen Abweichungen […] der Regressionskoeffizienten. *Mitteilungsbl. f. math. Statistik und ihre Anwendungsgebieten*, Bd. 7, pp. 85 – 112 (2, 897 – 924).

1955c, Wann ist der Korrelationsindex von Fechner gesichert (significant)? Там же, pp. 166 – 167 (2, 925 – 926).

1956a, Der derzeitige statistische Unterricht an den Hochschulen der Bundesrepublik Deutschland. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 40, pp. 45 – 57.

1956b, Verteilungsfreie […] Testverfahren in den Sozialwissenschaften. Там же, pp. 117 – 127 (2, 927 – 937).

1957a, Statistik: Theorie; Mathematische Statistik. *Handwörterbuch der Sozialwissenschaften*, Bd. 10, pp. 46 – 52 (2, 945 – 951).

1957b, Induktive Logik und statistische Methode. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 41, pp. 235 – 241 (2, 938 – 944).

1961, Das Als Ob in der statistischen Methodenlehre. В книге *Studi in Onore de Corrado Gini*, t. 1. Istituto di Statistica, Univ. Roma (2, 952 – 960).

XIV

О. Б. Шейнин

Андерсон Оскар Иоганн Виктор Николаевич

O. B. Sheynin, Anderson.
Dict. Scient. Biogr., vol. 1, 1970, pp. 154 – 155

Андерсон родился в Минске 2 августа 1887 г. и умер в Мюнхене 12 февраля 1960 г., математик и статистик.

В 1907 г., проучившись один семестр на математическом факультете Казанского университета, Андерсон поступил на экономический факультет Петербургского политехнического института. Он окончил этот институт в 1912 г. как кандидат экономических наук. В своей диссертации он разработал метод последовательных конечных разностей и опубликовал его в 1914 г. в *Биометрике* почти одновременно с появлением аналогичной работы Госсета (Стьюдента).

Андерсон был учеником и ассистентом Чупрова, и даже в период чрезмерного увлечения методами Карла Пирсона считал себя представителем континентального направления статистики (Лексис, Борткевич, Чупров). С 1912 по 1920 г., т. е. до своего бегства из России, Андерсон преподавал в коммерческих училищах Петербурга и Киева и занимался исследовательской работой. В 1915 г. он участвовал в выборочном изучении сельского хозяйства в Туркестане и был пионером в этой области, а в 1918 г. работал в Демографическом институте Киевской академии наук.

Четыре года Андерсон провёл в Венгрии, занимаясь преподавательской и научной работой, далее, в 1924 – 1929 гг., был в Коммерческом училище Варны экстраординарным, а с 1929 г. ординарным профессором статистики и экономической географии. Затем он стал членом Верховного научного совета Центрального управления статистики и с 1935 г., директором статистического института экономических исследований Софийского университета.

В основном Андерсон занимался приложением статистики к экономике и в 1938 г. опубликовал обзор общего состояния болгарской экономики. Последующие экономико-статистические исследования в Болгарии неизменно проводились в духе его традиций, и в этом смысле он основал в ней свою школу.

Андерсон стал известен и на международной арене. В 1936 г. он читал лекции в Лондонской школе экономики; он был консультантом Лиги Наций по статистике, членом-учредителем Эконометрического общества, почётным членом Королевского и западно-германского статистических обществ, членом Международного статистического института и Американской статистической ассоциации.

В 1942 г. Андерсон стал профессором Кильского университета, а с 1947 г. и до конца жизни – заведующим кафедрой статистики

Мюнхенского университета и признанным главой западногерманских статистиков. В результате его педагогической деятельности поднялся уровень статистической подготовки студентов-экономистов.

Помимо разработки метода последовательных конечных разностей Андерсон исследовал количественную теорию денег и, со статистической точки зрения, теорию индексов. Он не усматривал существенных преимуществ в приложении классической математики к экономике и отстаивал применение математической статистики. Кроме того, он считал, что применение статистики отличает современную экономику от той, которая основывалась на теориях Робинзона Крузо и *хомо экономикус*.

Андерсон особенно сильно верил, что статистика, основанная на законе больших чисел и исключении случайных изменений, является единственно возможной заменой экспериментированию, которое в экономике невозможно. Разумно оценивая трудности экономики как науки, он возражал против приложения *утончённых* статистических методов и допущения предварительных условий о законах распределений. Эти мысли подвели его к непараметрическим методам и необходимости анализа причин и следствий в экономике.

Библиография

Андерсон опубликовал около ста сочинений, – книг, статей, отчётов национальным и международным обществам, рецензий и некрологов, – в основном на немецком и болгарском языках. Три книги создают достаточно точное общее представление о его трудах:

Einführung in die mathematische Statistik. Wien, 1935.

Struktur und Konjunktur der bulgarischen Volkswirtschaft. Jena, 1938.

Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften, 1954. Würzburg, 1962, четвёртое издание.

Они были предназначены для широкого круга читателей, не прошедших университетского курса математики, но они менее известны за пределами немецкого сообщества. Кроме них, основные 63 сочинения Андерсона (болгарские статьи переведены на немецкий) собраны в его *Избранных трудах*

Ausgewählte Shriften, Bde 1 – 2. Tübingen, 1963.

В томе 1 приведена биография Андерсона, в которой указано около 15 его некрологов, а в томе 2 перечислены остальные 32 сочинения, но существуют по крайней мере два, не вошедших в этот список. См. также

Capelli, редактор (1959), Bibliografie con brevi cenni biografici. *Biblioteca di Statistica*, t. 2, pt.1.

Kürschners deutscher Gelehrten-Kalender. Berlin, 1961.

Из некрологов мы упомянем

Fels [xii]. Его же некролог в Kruskal W., Tanur J. M., редакторы (1978), *Intern. Enc. Stat.*, vols 1 – 2. New York, pp. 1 – 3. Впервые опубликовано в 1968 г.

Tintner G. (1961), The statistical work of Oskar Anderson. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 56, pp. 273 – 280.

Wold [xiii]

Статьи на русском языке

Внешняя торговля Украины в 1918 г. Киев, 1919

О методе последовательных конечных разностей. В книге *Сборник статей, посвящённых П. Б. Струве*. Прага, 1925, с. 9 – 27.

К методологии статистического изучения конъюнктуры. *Русск. экономич.сб*., кн. 11, 1927, с. 60 – 90.

Теория вероятностей в экономических исследованиях. *Тр. Пятого съезда Русских академических организаций за границей*. София, 1930.