Седьмая хрестоматия
по истории теории вероятностей и статистики

Составитель и переводчик

О. Б. Шейнин

Берлин, 2010

Текст размещён в Интернете
www.sheynin.de

Содержание

От составителя 4

I. Ф. Биир и др., Линия вдоль меридиана в VIII в. и т. д., 1961 12
II. М. Ж. А. Н. Кондорсе, Флемстид, 1777 (1847), 31
III. Дж. Брадлей, Письмо … о новом обнаруженном движении неподвижных звёзд, 1728 (1832), 34
IV. Дж. Брадлей, Письмо … о видимом движении, подмеченном у некоторых неподвижных звёзд, 1750 (1832), 44
V. О. Б. Шейнин, Труды Р. И. Бошковича по теории вероятностей, 1973, 55
VI. Дж. Б. Эри, Речь … при награждении почётной медалью Ото фон Струве, 1850, 66
VII. Дж. Л. Кулидж, Роберт Эдрейн и начала американской математики, 1926, 73
VIII. С. Ньюком, О статистических соотношениях между параллаксами и собственным движением звёзд, 1902, 90
IX. А. С. Эддингтон, Якобус Корнелис Каптейн, 1923, 99
X. М. Ж. А. Н. Кондорсе, Похвальное слово Гюйгенсу, 1847 (год первоначальной публикации не указан), 114
XI. Р. Вольф, Якоб Бернулли из Базеля, 1654 – 1705, 1858, 125
XII. Норденмарк, Пер Вильгельм Варгентин, 1717 – 1783, 1929, 151
XIII. Ф. Ж. Дубль, О применении статистики в медицинской практике, 1837, 160
XIV. К. Пирсон, Историческая заметка о происхождении нормальной кривой, 1924, 167
XV. Б. Х. (Г.?) Кемп, Карл Пиросн и математическая статистика, 1933, 173
XVI. Х. (Г.?) Р. Хюлм, Л. С. Т. Симмс, Закон ошибок и сочетание наблюдений, 1939, 180
XVII. Х. (Г.?) Р. Хюлм, Статистическая теория ошибок, 1940, 187
XVIII. А. Ангстрём, Статистика и метеорология, 1929, 201
XIX. Т. Андерссон, Статистика и страхование, 1929, 207
XX. А. Торберг, Статистика и профсоюзное движение, 1929, 212
XXI. И. Фишер, Статистика на службе экономики, 1933, 214
XXII. Г. Крамер, Работа Р. фон Мизеса в теории вероятностей и статистике, 1953, 228
XXIII. О. Б. Шейнин, Энциклопедия статистической науки, рецензия, не опубликована, 234

От составителя

Мы продолжаем переводить отдельные статьи, интересные для многих читателей. Здесь мы собрали материалы, относящиеся к астрономии (например, о Каптейне), но в основном из области практической астрономии и геодезии (определение фигуры Земли), а также к статистике, в основном к её приложениям и к вероятностной теории ошибок, которую мы считаем применением статистики (или статистического метода) к обработке материалов наблюдения.

Ниже мы приводим наши общие соображения о большинстве отдельных статей. Содержащиеся в них библиографические ссылки включены в соответствующие пристатейные библиографии.

[i] Исследование шести авторов весьма интересно, поскольку знакомит с выдающимся достижением древних китайских учёных. Авторы подробно изучили астрономическую часть китайского градусного измерения, но не попытались оценить точность результатов и совершенно ничего не сказали о соответствующих линейных измерениях, а в § 8 заявили, что это было невозможно. Действительно, в отчёте о градусном измерении (§ 4, не вошло в перевод) китайские источники о них умолчали, однако авторы просмотрели немало китайских книг, и даже если в них не было ничего подходящего, то безусловно существовали китайские книги, посвящённые землеустройству.

Далее, авторы подчёркивают, что китайцы предвосхитили введение метрической системы мер, но не учитывают того, что эта система, основанная, правда, на метре, есть совокупность единиц физических величин, о чём они сами упоминают в § 1. Наконец, библиографические описания во многих случаях неполны, а дополнить их часто было слишком трудно. Заметим, что условный знак градуса географической координаты много раз был ошибочно заменён вопросительным знаком, например $45^{?}16'$. Нам не удалось отыскать русских названий многих упомянутых городов, и мы не посмели транскрибировать фамилии ни основных исполнителей градусного измерения, ни многих других учёных и пр.

[ii] Кондорсе ничего по существу не сказал ни о результатах наблюдений Флемстида, ни о его сложных отношениях с Ньютоном, см. Шейнин (1973, с. 109 – 110). Вот вывод комментатора (Baily 1835, с. 376), которого мы подробно цитировали:

Он, видимо, не брал среднего из нескольких наблюдений. […] *Если редуцировалось более одного наблюдения*, […] *он обычно выбирал то, которое представлялось ему* […] *самым удовлетворительным* […]. *И он не редуцировал всех наблюдений или вообще ничего похожего на их все.* […] *Многие вычисленные результаты* […] *не были включены ни в один из его рукописных каталогов.*

Другие авторы (письмо Флемстида 1669 г., см. Rigaud 1841, с. 78) сообщают, что он никогда не спешил публиковать свои результаты и стремился улучшать их новыми наблюдениями.

[iii, iv] Гиппократ, Тихо и Брадлей справедливо считаются наблюдателями высшего класса. Здесь мы особо отметим предусмотрительность и настойчивость Брадлея, проявленные им [iv]: подметив необычные движения звёзд, он длительное время продолжал свои наблюдения, притом уделял должное внимание работе своего инструмента, пока не смог уверенно объяснить их. Новый этап в подобном отношении к процессу наблюдений связан с именами Гаусса и Бесселя и вызван он был существенными успехами в конструировании инструментов и развитием теории сочетания наблюдений. По существу же они придерживались подхода Брадлея.

Брадлей [iii] безуспешно пытался измерить параллакс звёзд (это удалось только Бесселю), но сумел обнаружить аберрацию света и подметить какое-то дополнительное движение звёзд. Затем он потратил много лет для исследования этого второго явления и смог объяснить его нутацией земной оси. Оба термина (аберрация, нутация) были известны в английском языке и раньше, но *аберрацию* ввёл в астрономию именно Брадлей, хотя только во втором мемуаре.

В нём же приведены его примечательные рассуждения о роли наблюдения в науке и (в конце мемуара) замечание о том, что он не всегда применял среднеее арифметическое. Действительно, астрономы не придерживались жёстких правил, что легко устанавливается по сочинениям Ньюкома (Sheynin 2002, §§ 5.1 – 5.2).

Интересно свидетельство Брадлея [iii, в самом конце] о том, что не все тогдашние учёные признали, что свет распространяется с конечной скоростью.

[vi] Для истории теории ошибок доклад Эри интересен тем, что обсуждает выявление систематических влияний. Действительно, начиная с Гершеля движение Солнца определялось как систематическая составляющая видимых движений звёзд, и сам Гершель (1783/1912, с. 120) прекрасно описал суть этой задачи:

В той мере, в какой это будет соответствовать известным фактам, мы должны […] *выделить то, что является общим для всех звёзд* […] *в качестве единственного действительного движения Солнечной системы и приписать собственному движению каждой отдельной звезды только отклонения от общего закона, которому звёзды видимо следуют.*

[We ought […] to resolve that which is common to all the stars […] into a single real motion of the solar system, as far as that will answer the known facts, and only to attribute to the proper motion of each particular star the deviations from the general law the stars seem to follow.]

Впрочем, намного раньше Гершеля так же поступил Галилей. Он выделил среднее перемещение солнечных пятен по диску Солнца и приписал его вращению Солнца около своей оси.

Мы исключили раздел доклада, в котором описаны методы исследования О. Струве, поскольку он представляет специальный интерес. Заметим лишь, что Струве (и в выпущенных нами параграфах, и в § 18 – 19) использовал средние значения, выведенные для звёзд данной величины. Уже в 1849 г. Петерс (Шейнин 1984, с. 177) указал, что при этом предполагается равенство расстояний всех таких звёзд. Много позже, Каптейн (1909, с. 310) чётко заявил, что понятие среднего расстояния звёзд данной величины не имело смысла. Тем не менее, указанное обстоятельство не помешало Струве вывести значение коэффициента общей прецессии, 50″.235 (см. § 18 – 19, с заведомо избыточным числом значащих цифр), лишь незначительно отличающееся от современного значения, 50″.3.

Эри разбил свой текст на куски весьма неравной длины, отделив их друг от друга интервалами; мы пронумеровали эти куски и отказались от интервалов. Библиографические указания автора были достаточны для его аудитории, нам же пришлось немало потрудиться, чтобы составить Библиографию, в которой всё-таки имеются дефекты.

[vii] Творчество Эдрейна интересно и само по себе (быть может и с точки зрения механики, ср. Прим. 28), и как результат, достигнутый в начале истории его новой страны, см. вывод автора в самом конце его статьи.

[ix] Значимость творчества Каптейна можно дополнительно оценить по отрывкам из его корреспонденции, см. Приложение к статье, а также по нашей прежней работе (Шейнин 1984, § 9.2). Вот одна выдержка, содержащаяся там (Каптейн 1906а, с. 397):

Так же, как физик […] *не может следить за движением каждой молекулы* [газа]*, но в состоянии вывести важные заключения, как только определит среднюю скорость всех молекул и частоту уклонений отдельных скоростей от этого среднего, так и* […] *наши надежды должны состоять в установлении средних и частот.*

Каптейн мог бы сказать: *не может*, да и *не должен* следить.

Особо заметим (см. указанное Приложение), что Ньюком, который больше всего известен уточнением астрономических констант, т. е. обработкой громадного материала главных обсерваторий мира, высоко ценил Каптейна. Его же статья [viii] опирается на результаты Каптейна.

[x] Мы включили эту статью, потому что некоторые детали жизни и трудов Гюйгенса быть может описаны в ней более подробно или даже впервые, но обязаны добавить, что написана она отвратительно. Единственным частичным оправданием Кондорсе является то, что ему, как непременному секретарю Парижской академии наук, пришлось составлять биографии слишком многих учёных, притом самых разных специальностей. Вот основные непонятные места.

В § 3: описание циклоидального маятника; в **§ 4:** отказ от него; совпадение дуг некоторой кривой и окружности; **в конце § 5:** движение потока жидкости; метафизика Локка; **в § 8:**

беспомощное описание трактата Гюйгенса 1657 г.; **в § 9:** описание задачи 1693 г.; необходимость отыскания новых методов; в **§ 10:** квадратура гиперболы; **в §11:** хороший пример общих, не очень нужных и совершенно бездоказательных рассуждений автора.

[xi] Очерк Вольфа интересен подробностями, о которых, возможно, трудно узнать из других источников. Но, как обычно, он крайне небрежен в своих библиографических ссылках, которые мы смогли лишь частично уточнить. Его известное замечание о совершенно особой талантливости рода Бернулли наводит на мысль о весьма возможной талантливости женщин Бернулли, талант которых не проявился лишь ввиду их особого, *женского*, образования.

Вольф поверхностно описал появление закона больших чисел у Якоба Бернулли, не сказав ничего о его философских рассуждениях и об отмеченной им (и, правда, переоценённой им) возможности статистически оценивать неизвестную и даже несуществующую вероятность. Не совсем чётко и также без указания на отличие между этим законом и его обращённой формой эту возможность можно заметить у Лапласа (1812/1886, с. 287) и всё это было известно Бейесу, см. Шейнин (2010).

[xii] Биография Варгентина бледна, а его научные результаты описаны малоудовлетворительно. Они не исследованы, не сравнены с последующими достижениями. О Варгентине см. также содержательную заметку Lindroth (1976).

Уже Гюйгенс (Sheynin 1977, § 4.2.3), опубликовано лишь в 1895 г., вычислял ожидаемый срок, после которого вымрет заданная группа людей, Варгентин же лишь заявил о возможности этого. В § 2 автор указал, что Варгентин был избран во Французскую академию наук, фактически же в Парижскую, притом одним из восьми её иностранных членов. Несколько авторов ещё до него обсуждало влияние погоды и климата на человека (Sheynin 1982, § 5). Pearson (1978, с. 400 – 401), не указав, правда, источника, заметил вывод Варгентина о том, что замужние женщины живут дольше незамужних.

Ценность статьи заключается в многочисленных цитатах из сочинений Варгентина и перепечаток нескольких его таблиц (лишь понятие о которых мы привели). Poggendorff (1863) составил список сочинений Варгентина, опубликованных почти исключительно на латинском или шведском языках.

[xiii] Автор резко возражает против применения количественного метода в медицине, притом, по распространенному в то время заблуждению, отождествляет его со статистикой. В явном виде количественный метод (Sheynin 1982, §§ 4.1 – 4.2) появился в 1825 г. и оставался в моде несколько десятилетий. Его суть состояла в сборе статистических данных (особо – в медицине) и их применении почти без привлечения вероятностных рассуждений. Его пользы, по крайней мере как первоначальной стадии статистических исследований, нельзя отрицать, но верно и то, что теории он не подменяет. Об ошибочности противопоставления этого метода и индукции см. § 4.2.6 указанной статьи.

Невозможность применения статистического метода в медицине была скоро опровергнута, см., например, § 7.3.2, там же, вообще же он оказался важнейшей составной частью эпидемиологии (§ 7) и общественной гигиены (в большой степени предшественнице экологии, см. § 5) и в конце первой половины XIX в. он вторгся в хирургию (§ 6). Более того, само появление медицины было связано с первыми качественными представлениями о статистическом методе (римский врач II в; Celsus 1935, с. 19):

Внимательные люди замечали, что именно в общем (!) подходило, и стали назначать то же самое своим пациентам. Так возникло искусство медицины.

Непонятно, почему автор, всерьёз изучавший историю медицины, забыл про статистическое изучение вариоляции оспы Даниилом Бернулли, а его примеры (§ 4) о роженицах и вспотевших мужчинах неубедительны: ничего хорошего нельзя было ожидать в них. Неизмеримо важнее была рекомендация Галена (1946, § 15, с. 112 и 113), который чётко указал на индивидуальность реакции пациентов на лечение и рекомендовал по существу статистически изучать методы лечения.

[xv] Автор приводит малоизвестные факты из жизни и стиля работы Пирсона, и в этом ценность его статьи. Он, однако, не посмел или не захотел критиковать своего героя (даже в какой-то степени оправдывал его), хотя континентальные статистики крайне отрицательно относились к его сочинениям.

Автор также не сказал ни слова о Фишере, хотя к 1933 г. он опубликовал более 60 статей, а его отношения с Пирсоном были во всяком случае натянутыми.

[xvi] В конце § 2 авторы определяют одну из своих задач как установление плотности распределения для данного ряда наблюдений, но они её не решили и не смогли бы решить. Зная эту плотность, действительно можно было бы назначать соответствующие веса отдельным наблюдениям. Кроме того, в их исследовании нет ни слова о воздействии систематических ошибок.

Вообще же статья доказывает, что классическую теорию ошибок Гаусса – Гельмерта следовало всерьёз обновить, и, будучи геодезистом, а не только математиком, мы можем добавить, что даже намного позже, вплоть до конца 1950х годов, в отечественной теории ошибок господствовала старая школа. Усилия отдельных учёных (В. Н. Зимовнов, Ю. В. Кемниц) только начинали изменять положение. См. также наши конкретные примечания.

[xvii] Заглавие статьи неудачно; автор имел в виду *теория ошибок с точки зрения статистики*, а сама статья методически неудачна. Обязательно надо было отправляться с указания основных результатов Гаусса. Далее, автор напрасно ввёл несколько равнозначных терминов (средняя квадратическая ошибка, среднее квадратическое отклонение, стандартная ошибка); разъяснил термин *медиана*, но не *мода* и не *статистику* в смысле функции выборочных значений измеренной величины; допустил небрежные выражения, которые мы сопроводили краткими пояснениями в самом тексте. О сомнительном понимании автором термина *средняя квадратическая ошибка* см. Прим. 1.

Конец нашего предисловия к предыдущей статье естественно относится и к этой статье.

[xviii] Статья Ангстрёма поверхностна. Он касается взаимоотношения теории и практики (обработки данных) в метеорологии, но вряд ли сообщает что-то новое. Кроме того, он приводит несколько примеров метеорологических исследований, снова без существенного анализа, притом сомнительным образом характеризует возможность статистической обработки данных. Скудость литературы по его теме, – вот единственное оправдание статьи. Мы сами (1984) описали более ранний период приложения статистического метода в метеорологии, и, в частности, противоположные походы к её проблемам: Ламарк надеялся отыскать законы этой науки, Гумбольдт же полагался на измерения и их обработку.

[xix] Статья Андерссона интересна, поскольку он приводит сведения и о мнениях скандинавских статистиков, и об отношении к математике у статистиков некоторых стран. Отсутствуют, однако, не только ссылки, но и указания соответствующих периодов времени, нет данных о ряде стран, не говоря уж о России; незнание русского языка считалось (и считается) само собой разумеющимся. Но самое неприятное, это полное пренебрежение длительным периодом в истории страхования, когда государства продавали пожизненные ренты почти без всякого учёта возраста страхующихся, а частные общества попросту грабили своих клиентов, либо не обращая внимания на таблицы смертности, либо пользуясь заведомо ошибочными таблицами (Шейнин 1977, § 2.3).

Приведём отсутствующие сведения об актуариях в России (*Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона*, полутом 1, 1890, с. 312; БСЭ, 1-е издание, т. 2, 1926, с. 66, подпись Б. Я., – возможно, Б. С. Ястремский). Термин *актуариус* ввел Пётр I, однако в XVI – XVII вв. в России появились подьячие, – писцы и регистраторы, которые впоследствии (когда именно?) начали именоваться актуариями, а затем (снова: когда именно?) ими стали судебные писцы. В современном значении актуарий – это специалист по технике страхования жизни.

БСЭ приводит также программу экзамена на титул актуария лондонского Общества актуариев и сообщает сведения об актуариате в России в 1911 – 1916 гг. Из последующих изданий БСЭ статья *актуарий* исчезла.

[xx] В своей краткой заметке автор сумел чётко описать теоретическую сторону своей темы, практическая же часть осталась за её рамками. Он не указал ни одной даты, не назвал ни одного профсоюза и не сообщил ни о каких реальных результатах, достигнутых профсоюзами при помощи статистических данных. О чрезвычайной трудности сравнения статистик сетовал ещё Кетле и в 1846 г. даже заявил, что различные страны довольны тем, что сравнение невозможно, см. Sheynin O. B. (1986), Quetelet as a statistician. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 36, pp. 281 – 325 (§ 2.3).

[xxi] Доклад Фишера, конечно же, интересен, поскольку он описывает положение экономики в период становления эконометрии. Ему, однако, присущи крупные недостатки и притом он слишком многословен. Среди представителей нового направления в экономике следовало назвать М. И. Туган-Барановского и Н. Д. Кондратьева, который, как известно, предсказал наступавший кризис 1929 г., хоть и ошибся в его дате. Мы добавим также Е. Е. Слуцкого (1910), работа которого оставалась неизвестной.

Отношение Фишера к методологии непонятно: он пренебрежительно отозвался о ней в первых же строчках, а в конце § 9 даже заявил, что её следует отправить на свалку, но в то же время весь его доклад по существу посвящён методологии экономики. Роль описаний в науке Фишер разъяснил неверно: важнейший труд по классификации биологических видов он (конец § 6) посчитал элементарным, а историческую науку счёл описанием (§ 6), как будто историки не стремятся осмыслить историю. Вообще описание, сопровождаемое некоторой классификацией, составляет первый этап статистических исследований. Другой пример описания по Фишеру, – статистический закон Энгеля (§ 10), который он не признаёт таковым, хотя подобные законы не могут не допускать исключения, и противоречащий пример Фишера безоснователен.

А открытие Кеплера (начало § 11)? Ведь не мог Кеплер, к примеру, статистически придти к точному эллипсу, и он появился только после допущения небольших, провда, погрешностей в наблюдениях (в статистике). Объяснение эллипса, на котором настаивает Фишер как признака закона, смог привести только Ньютон. Количественные описания без вероятностного анализа составляли так называемый количественный метод, который появился в 1825 г. как соперник статистики и оставался в моде несколько десятилетий, ср. наше предисловие к [xiii].

Наконец, непонятно, как Фишер (конец § 5) мог заявить, что роль математики и статистики в экономике лишь второстепенна. Что же тогда останется от эконометрики? И разве Даниил Бернулли в 1738 г., введя, правда, простейшее, дифференциальное уравнение, не оказался предтечей теории предельной полезности? И не он ли в 1766 г., при помощи другого дифференциального уравнения исследовал оспенные эпидемии, которые имели прямое отношение к экономике?

Позволим себе привести высказывание Бэкона (1620/2004, кн. 1,§ 95, с. 153) о методологии науки:

Те, которые имели дело с наукой, были либо эмпириками, либо догматиками. Первые, как муравьи, лишь собирали материал и *использовали его. Рационалисты, подобно паукам, плетут паутину из своих собственных внутренностей, но пчела придерживается среднего пути: она собирает материал с цветов* […], *но её особый дар состоит в том, что она преобразует собранное и переваривает его. Истинное дело философа отличается не намного …*

[xxii] К описанию трудов Мизеса следует добавить, что его частотную теорию теории вероятностей сильно критиковал Хинчин (1961), а Успенский и др. (1990, § 1.3.4) заявили, что идеи Мизеса не удаётся включить в определение случайности. Добавим, что Мизес оставил ныне опубликованную рукопись (Шейнин 2003) о положении математики в нацистской Германии.

Некоторый интерес представляют воспоминания дочери Хильды Гайрингер, жены Мизеса:

Я помню разговоры, в которых встречались имена Гумбеля […] и Колмогорова, который упоминался как специалист, придерживавшийся иных взглядов, но бывший другом.

Я полагаю весьма вероятным, что имела место некоторая переписка [с Колмогоровым, видимо после выезда Мизеса из Германии]. *Много лет моя мама хранила его почтовую открытку с красной тройкой, вероятно с новогодним поздравлением.*

(M. Ticza, два частных сообщения 2004 г.).

I

А. Биир, No Ping-Yü, Lu Gwei-Djen,
Дж. Ниидем, Пуллибленк, Томпсон

Линия вдоль меридиана в VIII веке: цепь гномонов, которую проложил I-Hsin, и предыстория метрической системы мер

A. Beer, Ho Ping-Yü, Lu Gwei-Djen,
J. Needham, E. G. Pulleyblank, G. I. Thompson,
An 8-th century meridian line: I-Hsing's chain of gnomons
and the pre-history of the metric system.
Vistas in Astronomy, vol. 4, 1961, pp. 3 – 28

Резюме

Мы изучаем один из самых примечательных примеров организованного полевого исследования в раннем Средневековье, – измерение дуги меридиана буддийским монахом I-Hsing и официальным астрономом Nankung Yüeh в 725 г. В центральной цепи из четырёх станций в Восточном Китае на измеренных расстояниях друг от друга, протянувшихся примерно на 200*км*, были проведены систематические наблюдения. Они, видимо, состояли в измерении тени Солнца во время солнцестояний и равноденствий, а также высот полюса. Кроме того, наблюдения были выполнены на цепи пяти других станций на общем расстоянии 2500*км* от Индокитая до южной границы Монголии и аналогичные наблюдения были проведены на самой северной отдельной станции возле озера Байкал, что сделало возможным рассматривать дугу длиной не менее 3800*км*.

Определение отношения единицы длины (*ли*) к градусу [меридиана], что составляло одну из целей съемки, установило официальную единицу методом, предвосхитившим метрическую систему, появившуюся тысячу лет позже. Тот факт, что I-Hsing, Nankung Yüeh и их коллеги приняли это соотношение за константу, может наводить на мысль, что некоторые из них имели в виду сферическую форму Земли. Это соответствовало некоторым древним школам китайской космологии, но не обычно принятой точке зрения древних учёных того времени.

Ли, а именно *нормальное короткое ли династии Тан*, которое эти астрономы желали выразить в единицах градуса [меридиана], видимо, было в том периоде одной из двух обычных единиц расстояния. Поразительно, что I-Hsing, как надо полагать, имел примечательно точные тригонометрические таблицы. Статья заканчивается исследованием астрономической стандартизации *ли* иезуитом Антуаном Томасом в 1702 г. по желанию императора Khang-Hsi почти на столетие раньше аналогичной стандартизации метра в Европе.

1. Введение

Основная значимость введения метрической системы состояла в том, что это было первой великой попыткой определить земные единицы постоянным космическим количеством. Научные лексикографы [составители словарей] говорят, что введение этой системы было вызвано необходимостью, требуемой развитием научной мысли, неизменных и в то же время подходящим образом относящихся друг к другу единиц физических мер. Они подразумевают, что эта необходимость не была удовлетворена вплоть до последнего десятилетия XVIII века, что может быть достаточно точно для Европы, но, как будет сказано здесь в заключительном параграфе, ввести такую неизменную единицу попытались в Китае в первое десятилетие того века.

Кроме того, как и в случае многих предприятий после Возрождения, существовали и более ранние исторические корни этой космически-земной связи. Уже в VIII в. в Китае была сделана крупная попытка установить её. Идея выражения земной единицы длины в астрономических единицах была гигантским скачком. Что она вообще могла придти в голову учёным, объясняется тем, что длина тени Солнца, отбрасываемая 8-футовым гномоном в момент летнего солнцестояния на широте Yang-chhêng, столицы *центра Центральной Земли*, была очень удобна (около 1.5 *фута*).

С древних лет использовался *шаблон тени гномона* (*thu kuei*), стандартная линейка из фаянса, терракоты или нефрита, длиной в тень Солнца при солнцестоянии. Она была использована для установления точной даты ежегодного солнцестояния (Needham 1954, т . 3, с. 286 и далее)[1]. Издавна было принято, что длина тени вырастает на один дюйм каждую тысячу *ли* к северу от *Центра Земли* в Yang-chhêng и убывала настолько же к югу. После окончания периода Хань (III в.) измерения, проведенные на юге вплоть до Индокитая, вскоре опровергли эту оценку, однако до времен династии Тан в VIII в. не было сделано систематической попытки покрыть большую область по широте.

Подобные попытки имели целью сочетать длины земных и небесных измерений установлением количества *ли*, соответствовавших изменению высоты Полярной на 1 градус (определяющей географическую широту точки наблюдения), т. е. по существу точно определять длину *ли* в единицах окружности земного шара. Дуга меридиана была подготовлена для этой цели позднее дуги Эратосфена (около – 200) и до астрономов халифа аль-Мамуна (примерно 827) и её подробное исследование является целью данной статьи.

2. Первое предположение исследования

В раннем VII в. Liu Chhuo осознал ошибочность утверждения о том, что изменение длины солнечной тени на 1 дюйм соответствует изменению расстояния на 1000*ли* и написал императору [недостаточно определённая ссылка на китайский источник; три вставки сделаны авторами]:

Мы просим Ваше Величество назначить водных механиков и математиков для выбора плоской равнины в Хэнани и Hopeh, которую можно было бы измерить на протяжении нескольких сотен ли, а также истинную линию север – юг, для определения времени по водяным часам, [установления гномонов] на плоской местности, [выравнивая их] по отвесу, слежения за сменой сезонов, солнцестояний и равноденствий и измерения тени от Солнца [в различных местах] в тот же самый день. По разностям длин этих теней станет известным расстояние в ли и таким образом ни Небеса, ни Земля не смогут скрывать свои формы и небесные тела не воспрепятствует нам узнать их меру.

Император династии Суй не принял этого совета.

3. Экспедиции, которые возглавили I-Hsing и Nankung Yüeh

Однако, в правление следующей династии, Тан, в 721 – 725 гг., требуемые экспедиции были организованы под руководством Императорского астронома Nankung Yüeh и буддийского монаха I-Hsing, одного из наиболее выдающихся математиков и астрономов своего времени (Needham с. 202 и 292 и след.) [указаны и подробно описаны также несколько китайских источников].

Эти источники сообщают, что было установлено по меньшей мере 11 станций, на которых были одновременно измерены длины теней при помощи одинаковых 8-футовых гномонов. Широты станций отличались друг от друга от 17°.4 (в Lin-i, Indrapura в Champa, главном городе Lin-i State, недалеко от нынешнего Hué) до 40° с. ш. (в Wei-chou, старинном городе возле современного Ling-chhiu у Великой китайской стены в северном Шаньси и почти на той же широте, что и Пекин.

Было даже ещё одно место, ещё севернее, в стране Thieh-lo (Tölös) орды тюркских кочевников вблизи озера Байкал. Не вполне ясно, однако, произведены ли были там в действительности наблюдения при I-Hsing. Приведенные числа были, видимо, экстраполированы.

Утверждение, что все станции I-Hsing были примерно на линии север – юг, следует несколько уточнить, см. § 8. Большинство было расположено на великих китайских равнинах севернее и южнее Хуанхэ, последняя же упомянутая – на северной границе собственно Китая, и две – на далеком юге, в Индокитае.

Особо интересна станция № 5 (Табл. 1). Yang-chhêng было многие столетия местом центральной императорской обсерватории Китая. Хоть и не входившая в измеренную центральную цепь, она единственная, на которой всё ещё сохранился один из первоначальных гномонов I-Hsing и Nankung Yüeh. […] Известно, что он был построен императорским астрономом Nankung Yüeh в соответствии с императорским указом 723 г. […]

Позднее, около 1270 г., Kuo Shou-Ching, императорский астроном династии Юань, измерил тень в Yang-chhêng гномоном высотой 40 футов и измерительным устройством (measuring-scale) длиной примерно 120 футов. На том месте всё ещё сохраняется в прежнем виде массивная башня (tower) и это устройство, изготовленное по его методам во времена династии мин (Needham, с. 296 и след.).

4. Перевод [китайских] источников

……………………………………………………………………

5. Результаты

Результатом было установление земного расстояния, соответствующего соотношению 351*ли* 80 *пу*/градус [пояснение см. ниже], и разности в длинах тени весьма близкой к 4 дюймам на каждые 1000*ли*, т . е. вчетверо больше, чем было принято *учёными прошлых времён*. Дополнительные подробности указал Gaubil (1732), который (с. 78) также заметил, что буддийский монах Y-Hang (!), измерив высоты полюса и определив величину *ли* в градусах широты, достоин *бесконечной благодарности*.

Длина центрального ряда станций составляла что-то порядка 150 – 215*км*, а весь ряд – до 2500*км*, но если включить самую северную станцию, то не менее 3800*км*. Этот труд поэтому наверняка должен считаться наиболее примечательным полевым исследованием, проведенным в любом месте в раннем Средневековье. Даже если расстояния между самыми отдалёнными станциями не были измерены, нет сомнения, что наблюдения длины тени Солнца систематически проводились на них. Главные наблюдатели, Ta-Hsiang и Yuan-Thai (вероятно монахи, подготовленные самим I-Hsing) отвечали также за особую экспедицию для картографирования южных созвездий вплоть до 20° южного полюса мира (Needham с. 274).

Через пять столетий, в 1221 г., съёмки I-Hsing завершил сторонник даосизма Chhiu Chhang-Chhun и его партия. Они измерили тень Солнца гномонами во время летнего солнцестояния на берегу реки Керулен в северной Монголии (около 48° с. ш.) во время путешествия к Чингисхану в Самарканд, см. Li Chih-Chhang в переводе Waley (1931, с. 66).

Видимо можно считать установленным (Табл. 4), что I-Hsing непосредственно измерил в поле расстояния только между четырьмя станциями и выразил результаты в единицах, которые назвал *ли*. Для этой величины имеются два значения:

Таблица 2. Ли династии Тан

Длинное ли династии Тан (фут = 0.2957*м*, 6 футов = 1*пу*, 300*пу* = 1*ли*) 532*м*, 1.88*ли* = 1*км*; 208*ли*/градус

Нормальное короткое ли династии Тан (фут = 0.2456*м*, 6 футов = 1*пу*, 300*пу* = 1*ли*) соответственно 442, 2.26, 250

Значения *ли* в метрах хорошо соответствуют тем, которые вывел Mori Shikazo [указан источник 1940 г. на японском языке] по дошедшим до нас складным *ли* (footrules) династии Тан. В эпоху Тан и раньше буддийские паломники видимо применяли очень низкое значение *ли* вплоть до 193*м*, имевшие некоторое отношение к индийскому yojana, см. Vost (1903, с. 65), Fleet (1906, с. 1011; 1912, с. 229 и 462) и Weller (1920, с. 225).

Записанные расстояния [между упомянутыми четырьмя станциями] составляли (1*ли* = 300*пу*)

3 – 4: *198ли 179пу;* ***4 – 6:*** *167ли 281пу;* ***6 – 7:*** *160ли 110пу*
В сочетании с Табл. 1 мы получаем Табл. 3.

По этим данным можно определить отношение между длиной дуги меридиана в 1° и *ли*:

$$1° = 526.9/1.5 = 351.267\,ли = 351\,ли\ \ 80\,пу.$$

Это и было основным результатом I-Hsing. Вот что сообщил Chu Kho-Chen [ссылка на китайский источник 1951 г.]:

Nankung Yüeh, императорский астроном, выбрал ровное место в Хэнане и измерил расстояния, применив водяной уровень и верёвки. Он начал с Hua-chou на севере Хуанхэ, прошёл Pien-chou и Hsü-chou и достиг Yü-chou. Измерив четыре широты в Pai-ma, Khai-fêng,Fu-khou и Shang-tshai, он заключил, что один градус вдоль меридиана равен 351ли 80 пу; во время династии Тан 300 пу = 1 ли.

Существенное несоответствие значения *ли*/градус между первой парой и остальными двумя [расстояниями в *ли* в Табл. 3] привели к предположению (d'Anville 1761, с. 487), что уклонялось только расстояние между первой парой станций. Не имея доступа к другим китайским источникам, он приписал уклонение опечатке в тексте Gaubil (198.6 вместо 168.6), однако не только отдельное значение, но все три, т. е. расстояния 3 – 7, также несомненно указаны в текстах.

Для сравнения *ли* интересующей нас съёмки с другими единицами нет иных возможностей, но можно сослаться на наше знание различных *ли* династии Тан из других источников. Расстояние 3 – 4 указано в географических справочниках этой династии [ссылка на древнекитайский источник] равным 210*ли*, и согласие с измеренным во время съёмки значением 198.6 уже наводит на мысль, что было использовано нормальное короткое *ли*, и этот вывод можно подкрепить другими расстояниями в этих справочниках.

6. Измерение расстояний

Мы теперь покажем, что все другие расстояния между более отдалёнными станциями, указанные на Рис. 4, на самом деле были не измерены, а вычислены по соотношению 1° = 351*ли* 80*пу* = 351.267*ли*, и указанными в тексте высотами полюса *p* (Табл. 1), см. Табл. 4.

Беглое знакомство с масштабом знаменитой карты Yü Chi Thu (Needham с. 547), высеченной на камне в 1137 г., подсказывает, что позднее соотношение 1° = 351*ли* могло быть использовано для указания некоторых больших расстояний в картографии династии Сун, см. Табл. 5.

Короткие расстояния были без сомнения взяты из тех же источников, которые упомянуты в справочниках, см. Thung Tien и Yuan-Ho Chün Hsien Chih, и измерены в коротких *ли* династии Тан. Так,

Chhang-an – Lo-yang = 835*ли* = 8 + squares[2];

Chhang-an – Khai-fêng = 1280*ли* = 13 squares

Расстояние вдоль меридиана от Khai-fêng до Пекина вероятно тоже было оценкой, исходящей из измерений на местности. При 250*ли*/градус, т. е. в соответствии с нормальным коротким *ли* династии Тан, это расстояние должно было быть чуть короче 12.5 squares, однако расстояния, если они не соответствовали направлениям С – Ю или В – З, вычислялись, складывая промежуточные расстояния; обычно они преувеличены (например, при спрямлении [длины] Янцзы в провинции Shantung). Нет никаких доказательств того, что расстояния между Khai-fêng и Wu-chhang, а также между Khai-fêng и Kuang-chou не были выведены подобным сложением, однако хорошее соответствие с соотношением 1° = 351*ли* подсказывает это. В противном случае они были бы вероятно ещё более преувеличены[3].

7. Редуцирование наблюдений длины тени

Мы теперь исследуем записанные астрономические данные, чтобы выяснить, были ли все они только наблюдениями или некоторые из них были вычислены по наблюдениям. Кроме того, мы попытаемся оценить точность по внутренней сходимости наблюдений и вычислений.

Из Рис. 5 следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = h/s, \qquad (1)$$

а поскольку при летнем солнцестоянии углы

NAE = NAZ + ZAS + SAE = 90°,

то мы выводим соотношение между α_S, т. е. высотой Солнца при летнем солнцестоянии, и географической широтой φ станции:

$$\varphi = (90° + \varepsilon) - \alpha_S. \qquad (2)$$

Аналогично, при зимнем солнцестоянии

$$\varphi = (90° - \varepsilon) - \alpha_W, \qquad (3)$$

а при равноденствиях

$$\varphi = 90° - \alpha_E, \qquad (4)$$

где $\operatorname{tg}\alpha_W = h/s_W$ и $\operatorname{tg}\alpha_E = h/s_E$, s_W и s_E – длины теней при зимнем солнцестоянии и равноденствиях соответственно. Углы α и φ, полученные из отношений h/s, выражены, конечно, в европейских градусах и не зависят от того, что h и s первоначально были выражены в китайских футах[4].

Прежде всего мы исследуем длины теней на внутреннюю сходимость. По уравнениям (2, 3 и 4) мы можем исключить φ и определить соотношения

$$\alpha_S + \alpha_W = 2\alpha_E,\ \alpha_S - \alpha_E = \varepsilon,\ \alpha_S - \alpha_W = 2\varepsilon. \qquad (5, 6, 7)$$

В Табл. 6 приведены значения этих α в соответствии с Табл. 1, а в колонках 6 – 8 – величины, полученные из уравнений 5 – 7 соответственно.

Интереснее всего в этой таблице колонка № 6, поскольку в ней приведены только данные, указанные в тексте. По уравнению (5) мы имеем

$(\alpha_S + \alpha_W)/2 - \alpha_E = 0,$

и это соотношение выполняется почти точно; если не считать уклоняющуюся станцию № 9, наибольшее расхождение оказывается равным 4′, а среднее – 1′.5. Достигнутая точность сверхъестественна.

Легко видеть, что вычисленные длины теней, выписанные с тремя значащими цифрами, действительно точны в третьем знаке, т. е. до 0.1 дюйма или почти до 1/1000. Прежде всего, это явно исключает возможность того, что все длины теней представляют собой измеренные величины. Методы наблюдений просто не смогли бы быть настолько точными (см. в § 8 обсуждение полутени). Таким образом, длины теней при зимнем солнцестоянии и большинство теней при равноденствиях были вычислены в точности как и более длинные расстояния на местности.

Во-вторых, нельзя представить себе геометрическую конструкцию [гномона?][5] подобной точности. Чтобы получить столь небольшие деления, т. е. примерно в 2′, они должны были бы отстоять друг от друга, скажем, на 1*см*, а потому радиус круга должен был бы превосходить 17*м* или помещение по крайней мере величиной в обширный дворцовый зал. Подобные залы, конечно же, были в то время в Китае, но это не повышает вероятности того, что совершенно плоская поверхность и устройство для отсчитывания требуемой точности были действительно технически возможны. Такой выдающийся прибор наверняка должен был бы быть упомянут в наших текстах, но они об этом умалчивают, и мы также не встретили ни одного утверждения в подходящих китайских сочинениях, которое можно было бы истолковать как соответствующую ссылку.

Поэтому вряд ли можно сомневаться, что эти длины теней представляют результаты вычислений, основанных на одной-единственной серии наблюдений. Подобные вычисления потребовали бы существования таблицы тангенсов или равносильной им таблицы синусов, которые должны были бы быть точны до 1/500 с интервалом порядка 5′ (десятая доля *ту*). Что такая точность была возможной в VIII веке, является несколько неожиданным заключением, и мы полагаем, что это должно быть специально отмечено.

Наши тексты несомненно явно указывают на применение вспомогательных диаграмм, хотя возможно, что неразумно было бы понимать слово *thu*[6] слишком узко или только в геометрическом смысле, потому что оно также возможно подразумевает таблицы. Но существуют ли какие-либо иные свидетельства в пользу того, что китайские астрономы того периода имели хотя бы зародыш тригонометрических таблиц?

Очень интересно, что это уже утверждалось в качестве весьма вероятного на совершенно иных основаниях. Греческая астрономия не знала тригонометрических функций как таковых, но Гиппарх (примерно в году – 130) составил таблицу хорд, затем

Птолемей примерно в 140 г. привёл её в более совершенном виде, см., например, Smith (1925, т. 2, с. 604 и след.) и van der Waerden (1954, с. 206 и след., 271 и след.). Основные шаги в развитии сферической тригонометрии сделал, однако, Менелай из Александрии примерно в 100 г., который первым сформулировал *правило шести величин*[7].

Но именно в Индии тригонометрия приобрела современный вид. Понятие о синусе и обращённом синусе [versα = 1 – cosα] впервые встречается в *Пулисе-сиддханте* вскоре после 400 г. (Sarton т. 1, с. 387). Ариабхата примерно в 510 г. первым назвал эту функцию и составил таблицу синусов на каждый градус. Его современник Варахамихира в *Пауче-сиддхантике* (примерно 505 г., единственный теперь источник первоначального текста знаменитой *Сурьи-сиддханты*) привёл формулы, которые на современном языке содержат синус и косинус.

Затем труды индийцев были переняты арабами и перенесены в Европу (Mieli, с. 83 и 108), см. сводку в Needham (с. 108). Кроме того, индийские монахи или математики-любители на службе в китайском императорском Бюро астрономии[8] распространили новую ветвь математики далее на Восток (Needham с. 202 и след.). На всём протяжении VII и VIII вв. три клана индийских специалистов Chhüthan (Gautama), Chiayeh (Kasyapa) и Chümolo (Kumara) жили в китайской столице.

Намного более значимым представителем был Chüthan Hsi-Ta, астроном и математик, в расцвете сил как раз когда I-Hsing и Nankung Yüeh занимались своей дугой меридиана. В 729 г. он закончил *Khai-Yuan Chan Ching* (Руководство по астрономии и астрологии периода Khai-Yuan), которое и сегодня представляет важнейшую дошедшую до нас сокровищницу старинных китайских астрономических высказываний и отрывков. Некоторые части этого сочинения были, однако, готовы уже в 718 г., особо гл. 104, – перевод на китайский *Navagraha* (Девять сторонников) календарной системы VI в. Варахамихиры под названием *Chiu Chih*. Здесь впервые символ нуля появился в китайском тексте (в древнекитайском математическом обозначении всегда употреблялся пробел), однако более непосредственно относящимся к нашей теме новшеством была также содержащаяся там таблица синусов. Yabuuchi (1954, с. 585), который недавно обратил наше внимание на этот примечательный факт, воспроизвёл её. Она – типично индийская, поскольку интервалы табулирования были равны 3°45′, т. е. значению, которое выводится последовательным делением пополам угла в 60°, косинус которого, как было известно, равнялся ½. Весьма вероятно, что эта таблица вовсе не была первой, известной в Китае, потому что по крайней мере с 600 г. там распространялись книги под такими названиями как *Po-lo-mên Thien-Wên Ching* (Руководство по браминской астрономии). Это известно по библиографии официальной истории династии Суй.

Вывод из всего этого состоит в том, что весьма вероятно, что I-Hsing и Nankung Yüeh имели в своём распоряжении достаточно точные тригонометрические таблицы, которые позволяли им вычислять исследуемые нами числа. Что они использовали их таким образом быть может указывает на естественную склонность к новым, точным и интересным методам[9]. Ниже мы вернёмся к тому, как они могли по-видимому так полно заменить массив реальных наблюдений.

Из наших данных может быть выведен другой интересный результат, а именно значение наклонения эклиптики, которое I-Hsing использовал в вычислениях. Оно следует из уравнений (6) и (7), и отдельные значения этой величины, определённые таким образом, введены в Табл. 6 в колонках 6 и 7. Общее среднее для станций №№ 1 – 8 там равно $\varepsilon = 23° 40'$. По современным данным экстраполированное значение было бы равно 23° 36′, что менее всех отдельных значений. Очень интересно, что среднее почти равно 24*ту*, и действительно, в *Chiu Thang Shu* (Старая история династии Тан), в отрывке (с. 5b) непосредственно перед отчётом об измерении дуги меридиана, утверждается, что это значение во времена I-Hsing считалось верным и оно точно соответствует значению, которое в предыдущем столетии привёл его великий предшественник Li Shun-Fêng (620 – 680) (Needham, с. 289). Таким образом, в раннем периоде Тан оно было всеобще принятым.

Измерение теней на станциях 2 и 8 (Табл. 1) заслуживает особого замечания, потому что только на них длины некоторых теней во время равноденствия могли действительно быть наблюдёнными и мы можем оценить точность измерений. В Табл. 6 значения тени при равноденствии, использованные для вывода α_E, взяты из комментария в *Chiu Thang Shu*; если бы эти значения были приняты из самого текста, появились бы разности в 0.5 и 0°.8 соответственно, того же порядка, что и разность между вычисленной широтой и современной географической широтой, т. е. 0°.33, см. конец § 8.

8. Редукция широтных данных

Здесь мы обсудим широты станций наблюдения, выведенные по данным Табл. 6. Про отдельные станции мы скажем следующее.

№ 1. Tung Tso-Pin и др. (1939, с. 48) обсуждают расположение станции возле озера Байкал.

№ 2. Её расположение описано там же, с. 36, как расположенное северо-восточнее нынешнего района Wei-chou в провинции Chahar (39°.8 с. ш., 114°.5 в. д.).

№ 3. Расположение станций №№ 3, 4, 6 и 7 особенно важно, потому что их центральная цепь обосновала наши последующие выводы. Расположения, указанные этим станциям в VIII в., не обязательно те же, что современных одноимённых станций. Представляется, однако, что за исключением № 3 их положение изменилось только на 1 или 2*км*. В VIII в. эта станция была на южном берегу Янцзы, но река изменила своё русло и современное Hua-chou намного севернее её. *Encyclopaedia of Chinese Geographical Names* указывает, что прежняя станция была примерно на 20*ли* восточнее современной, чья долгота равна

114°.6. Поскольку мы можем принять, что на современном китайском языке *ли* (если оно не сопровождается термином *kung*) равно полукилометру, то верная долгота равна 114°.71.

№ 5. Это старинная Центральная астрономическая обсерватория. Tung Tso-Pin и др. (1939, с. 28) приводят её тогдашние координаты: 34°26′ с. ш., 113°2′ в. д., а Yabuuchi [сообщаются неполные выходные данные японского источника] указывает 34°.63 и 113°.00.

№ 9. Она находится в Индокитае. Её восточная долгота не может превышать 106°.

№ 10. В Индокитае; долгота, скажем, 106° ± 1°.

Мы теперь составляем по данным Табл. 7 среднее из данных колонки 6, т. е. среднюю разность между зарегистрированной высотой полюса и соответствующим значением, выведенным по тени во время летнего солнцестояния. Мы получаем – 0°. 07 или без учёта знака 0°.08. Порядок величин очевидно тот же, что был найден в Табл. 6 для внутренней согласованности трех различных типов длин тени, указанных в тексте. Мы поэтому заключаем, что зарегистрированные высоты полюса, как и более длинные расстояния на местности и большинство длин теней, должны были быть вычислены. Мы, конечно, замечаем, что на станциях №№ 1 и 2 расхождения довольно значительны, но в таких случаях высота полюса даётся только с округлением до ближайшего градуса, и это оставляет только одну станцию, № 4, с большим уклонением.

Интересуясь теперь географическим положением станций наблюдения в соответствии с их расположением на современных картах, мы образуем средние значения колонки 7 в Табл. 7 для основных станций 2 – 8, т. е. среднюю разность между широтой, вычисленной по длине тени во время летнего солнцестояния, и широтой на карте. Она равна – 0°.31 или 0°.33 без учёта знака. Этот результат видимо указывает, что фактически станции были в среднем несколько южнее географически установленных мест (в шести случаях из семи). При средней северной широте 35° уклонение в 0°.31 соответствует 28*км*.

И всё же почти все уклонения имеют один и тот же знак, что наверняка означает быть может систематическую ошибку в методе наблюдения из-за неверного обычая определять конец тени. Конец каждой тени неясен ввиду конечного диаметра Солнца, что приводит к постепенному, а не резкому падению яркости. Для того, чтобы формулы, которыми мы пользуемся, были верными, необходимо считать концом тени среднюю точку этой полутени (т. е. неопределённости в конце тени), так чтобы наблюдения действительно соответствовали центру диска Солнца.

С другой стороны, если I-Hsing отмечал конец самой чёрной части тени, систематическая ошибка достигнет в его [?] широтах – 0°.25 (радиус Солнца). Даже это соображение оставляет без объяснения – 0°.06, – хоть небольшое, но всё же систематическое уклонение. Однако, появление границы [тени] сильно зависит от геометрической формы верха гномона и состояния атмосферы, равно как и от субъективного суждения наблюдателя. Представляется, что наблюдатели упустили самое дальнее, наиболее слабое продолжение тени и измеряли её до какой-либо точки где-то внутри неё и тем самым вводили ложное южное уклонение; не следует забывать, что 0°.06 соответствует менее, чем 0.1 дюйма.

Через пять столетий эти затруднения стали хорошо поняты, и в 1279 г. Kuo Shou-Ching разработал специальное устройство с точечным отверстием, *определитель тени*, для установки изображения поперечины, расположенной на верху его 40-футового гномона. Лаплас (Needham, с. 299) считал, что соответствующие наблюдений XIII в. были одними из самых точных, когда-либо сделанных измерений тени Солнца при солнцестоянии. Kuo Shou-Ching также одновременно производил ряд наблюдений высоты полюса, намного более продолжительные, чем в съемке VIII в. Его данные содержатся в *Yuan Shih* (История династии Юань), гл. 48, с. 126 и след. и было бы интересно исследовать их аналогичным образом.

Можно спросить, какова надёжность чисел, которые мы изучали. Естественно, следует избегать по мере возможности сомнений в точности самого текста, но нельзя не поражаться, что в Табл. 7 данные станций 3 – 5 в колонках 3 и 4 исключительно хорошо согласуются с колонкой 5 для станций 4 – 6. Нельзя не задаться вопросом о возможности неверного чтения этих колонок в архивах Бюро астрономии и календаря писарями Бюро историографии при составлении официальной истории династии Тан. Разумеется, это оставило бы нас без данных по станции № 3 с набором чисел, соответствующих какой-то станции, промежуточной между №№ 6 и 7. В любом случае подобные примеры путаницы в текстах вовсе не являются неизвестными[10]. Но тот факт, что тексты, дошедшие до нас, относятся ко времени, столь близкому к наблюдениям (см. § 3. [выпущено из перевода]), как можно считать, понижает вероятность подобной путаницы.

Здесь нам следует вернуться к станции № 5. Выше мы видели, что на ней в течение многих веков располагалась Центральныая обсерватория Китая. Её наверняка обслуживали опытные астрономы, и нам следует ожидать, что наблюдения там были качественными. Действительно, колонка 7 Табл. 7 показывает, что наблюдения широты хорошо согласуются с географическим положением [обсерватории] на современных картах. Различие составляет – 0°.23, третье наименьшее из всех. После учёта 0°.25 за радиус Солнца, см. выше, согласие становится совершенным. Можно также заметить, что для этой станции, см. примечания к Табл. 1, имеется два полных набора наблюдений [?].

В основном наше внимание естественно сосредоточивается на центральной цепи станций I-Hsing №№ 3, 4, 6, 7, и примечания к Табл. 7 указывают, что в соответствии с принятым отождествлением I-Hsing не добился вполне прямолинейной дуги меридиана: его станции №№ 3 и 4 не находятся на меридиане станций №№ 6 и 7. Поэтому для соответствия действительным расстояниям, измеренным в поле вдоль меридиана, разности высот полюса должны быть исправлены.

Вот, к примеру, станция № 3, для которой уклонения в Табл. 7 являются наибольшими. При широте 34°.8 различие долгот в 0°.1 влечёт за собой различие в 0°.082 по широте. В соответствии с положением этой станции, указанным в начале § 8, восточное уклонение Hua-chou равно 0°.31 [?] по долготе или в 0°.25 для расстояния до точки, в которой перпендикуляр к меридиану пересекает его. Таким образом, мы получим прямоугольный треугольник, вторым катетом которого является угловое расстояние от этой точки до станции № 4, т. е. 0°.28. Гипотенуза, или *эквивалент разности широт*, которой соответствует измеренному расстоянию, равна 198.60*ли* и теорема Пифагора указывает для неё 0°.38.

Эти числа мы приводим лишь для примера, ибо считаем их не более, чем пробными, которыми нельзя исправлять первоначальные данные, сведенные в Табл. 3. Значение 351*ли*/градус, выведенное по трём центральным парам станций, согласуется с соответствующими округлёнными значениями широт, полученными с точностью 0°.1 по теням во время летнего солнцестояния.

Было предположено, что I-Hsing применял не нормальное короткое *ли* династии Тан, а какое-то особое *ли* в качестве основы своей астрономической и геодезической системы. Причиной этого мнения послужило столь большое отличие его окончательного результата, 351*ли*/градус, от значения, выраженного в указанных выше единицах, 250*ли*/градус, см. Табл. 2. Теперь, когда мы можем в какой-то степени судить о качестве его наблюдений, это различие нельзя считать серьёзным. Как раз в пределах вероятной погрешности было бы считать, что всё уклонение соответствует ошибкам широт, выведенным для станций №№ 3 и 7. Судя только по разности между его наблюдёнными значениями и современным географическим широтам, для которых мы можем принять среднее 0°.33 для одной станции (см. выше), вся измеренная дуга 3 – 7 возможно распространялась на 2°.3, а не на 1°.5, см. Табл. 3, что приведёт к 230*ли*/градус, т. е. находится в пределах [возможного] для [нормального] короткого *ли* династии Тан.

У нас, конечно же, нет возможности судить о точности измеренных расстояний. В частности, мы вспоминаем, что измеренная линия не совпадала в точности с линией меридиана, так что уклонение станций №№ 3 и 7 к востоку или западу имело порядок 40*км*. Учитывая сказанное выше, мы не предполагаем ни продолжать обсуждение, ни подчёркивать, что нормальное короткое *ли* династии Тан видимо было единицей, которую принимал I-Hsing. Без оценки наименьшей возможной ошибки, см. выше, можно было бы сильнее склоняться принять предположение о других возможных единицах.

Можно, к примеру, сослаться на указ 721 г., в соответствии с которым для астрономии, медицины и всякого рода императорского имущества [?] должна применяться *небольшая* *мера*, а *длинная мера* – во всех иных случаях, официальных или личных (Wu Chhêng-Lo, 1-е издание с. 387, 2-е издание с. 253). I-Hsing мог бы получить *ли* длиной примерно 300*ли*, приняв старинный китайский Chou фут в 0.198*м*., и совсем не маловероятно, что линейки, градуированные в этой единице, были известны в его время, а подобный возврат *к прежним царям* был бы вполне в китайском вкусе.

Wu Chhêng-Lo (с. 96 1-го издания и с. 61 2-го издания) также указывает, что при династии Тан и после неё (618 – 907 гг.) в ходу был *пу* длиной всего в 5 футов. Обычно считалось, что *ли* равно 360 этих *пу*, но нам известно, что в системе I-Hsing их было только 300[11]. Такова была старая система Chou. Действительно, соотношение *ли*/градус у I-Hsing, выраженное в современных единицах, равно 356.2*ли*/градус при футе в 0.174*м*, шести футах (chhih) на *пу* или 0.206*м*, считая 5 chhih (футов) в *пу*. Но более вероятно мнение Tung Tso-Pin [и др.] (1939, с. 43), которые утверждают, что Nanking (!) Yüeh и I-Hsing имели в виду применять фут Khai-Yuan (0.2456*м*).

9. Обсуждение

Какова же значимость, которую можно придать значению 351*ли* 80 *пу*/градус в текстах династии Тан? Нет сомнения, что оно было выведено только по высоте полюса, вычисленной для четырёх центральных станций №№ 3, 4, 6 и 7. Мы видели, что расстояния внешних станций были вычислены по этому значению и, видимо, использованы позднейшими картографами. Но, хотя это число появляется в текстах как главный результат всего исследования, оно должно было быть весьма неточным, поскольку основывалось на такой короткой линии меридиана длиной около 200*км* с соответствующей крупной относительной ошибкой.

Позднее были получены лучшие приближения. Gaubil (1732, с. 97) сообщает, что в период династии Сун (1001 г.) дуга в 3° принималась эквивалентной 1000*ли* или 1° = 333*ли*[12], что несколько ближе к верному результату 250*ли* (§ 5). Пытался ли I-Hsing вывести из своих измерений значение для окружности сферической Земли? Ответить невозможно. Объявленной целью его экспедиции была проверка старинного утверждения о том, что длина тени Солнца изменяется на 1 дюйм на расстоянии 1000*ли* в направлении Север – Юг. Наблюдения в Li-i и An-nan в V в. явно поставили это утверждение под вопрос. I-Hsing и его сотрудники установили истинное соотношение между расстоянием и изменением высоты полюса.

Возможно, что при этом ему помогло знание индийских и даже греческих астрономических достижений, хоть в его заметках и нет ничего, чуждого китайской астрономии. Тексты не содержат никаких записей о каких-либо его вычислениях размеров сферической Земли по данным наблюдений, но некоторые китайские космологические школы с древних времён предполагали, что Земля сферична (Needham, с. 216 и след, 498 и след.).

Это должно было быть хорошо известно ему, даже если его современник Chhüthan Hsi-Ta в то же время не занимался бы сбором громадной коллекции старинных и различных средневековых астрономических сочинений. Более того, его знакомство с индийской и греческой астрономией, полученное им как выдающимся буддийским учёным, вполне могло сообщить ему сведения о предшествовавших оценках окружности Земли. Нет поэтому причины, почему бы I-Hsing колебался использовать подобным образом данные, собранные его наблюдателями. Кроме того, трудно представить противное, ибо он имел в качестве константы отношение *ли*/градус и обладал по крайней мере задней мыслью об искривленной поверхности Земли.

И всё же весьма интересно, что после окончания отчёта о самой съёмке в *Chiu Thang Shu* (Старая история династии Тан) приводится (с. 8b и след.) космологическое обсуждение, пытающееся примирить результаты с гипотезой плоской Земли. Используя данные I-Hsing, в довольно устаревшей форме вычисляется величина вселенной на основе некоторых старинных космологических идей. В конце автор (с. 9b) заключает:

Но, после рассмотрения этого подобным образом, какое значение для развития человеческой морали имеют мелочные рассужденияWang Chhung и Ko Hung?[13]

Итак, если сам I-Hsing имел какое-нибудь представление о сферической Земле, он непременно держал его при себе и сообщил о нём своим ближайшим ученикам, таким как Ta-Hsiang и Yuan-Thai. Вряд ли имеются основания считать, что подобные представления были бы пресечены как уклоняющиеся от незыблемого учения конфуцианскими учёными того времени. На самом деле как раз тогда конфуцианская ортодоксальность была особенно слаба. То, что результаты I-Hsing опровергли убеждение *учёных былых времён* (hsien ju), ни в коей мере не замалчивалось, а скорее, напротив, подчёркивалось. В конце концов *ju* было в ходу лишь у конфуцианцев, хоть оно часто употреблялось в более широком смысле. Более того, *Chou Li* (Запись институтов династии Chou), книга, которая лелеяла опровергнутое учение, всё ещё считалась канонической и серьёзные разногласия о её достоверности возникли лишь много позже. На самом деле следует сказать, что во время I-Hsing все интересующиеся учёные придерживались сравнительно просвещённого мнения о том, что старинные убеждения о вселенной [?] должны уступить место исправленным научным наблюдениям.

10. Оценка

Подходя к завершению нашего исследования, мы вспоминаем, что анализ набора чисел, записанных в текстах династии Тан, постепенно выявлял ряд довольно неожиданных открытий. Во-первых, можно показать, что расстояния на местности между более отдалёнными станциями были не измерены, а оценены экстраполяцией на основе результата, полученного для короткой центральной линии. Во-вторых, оказалось, что все записанные тени во время зимнего солнцестояния и подавляющее большинство теней во время равноденствий были значениями не измеренными, а вычисленными по теням при летнем солнцестоянии. В третьих, можно доказать, что и записи высоты полюса были подобными же.

В свою очередь, другие соображения приводят к заключению, что наличие графических методов, достаточно хороших для вычислений [для замены их] было бы крайне маловероятным, так что вычислители должны были иметь таблицы тригонометрических функций. Никакие из этих выводов не противоречат исторической вероятности.

Из этих примечательных фактов легко заключить, что в ходе съёмки было произведено крайне мало фактических наблюдений любого рода, и что в Китае VIII в. теория непреодолимо подавляла практику. Но это суждение было бы поверхностным и даже вводило бы в заблуждение. Наши тексты прямо указывают, что экспедиции действительно были проведены и работали тщательно. В 724 г. *Комиссары по измерению теней* предписали провести наблюдения в Chiao-chou (в современном Индокитае) и по крайней мере в 11 других местах, протянувшихся примерно на 2500*км*. В следующем году была подготовлена центральная линия станций и собраны наблюдения [на них]. Лишь через два или три года комиссары вернулись в столицу и совещались с I-Hsing по поводу полученных разнообразных результатов[14].

Действительно, на первый взгляд очень странно, что окончательные числа, которые I-Hsing представил императорскому двору и таким образом предопределил, что они станут известными нам, должны были быть в основном вычисленными, а не измеренными. Но это наверняка означает, что в то время считалось более изящным указать множество *идеальных значений*, вычисленных самыми современными математическими методами с использованием синусов и косинусов. Сегодня наши умы настолько привыкли к статистическим методам, что нам трудно представить то время, когда их не понимали.

По всей вероятности I-Hsing полагал весьма нежелательным принять в свои окончательные таблицы массив значительно разбросанных сырых данных. Не умея статистически оценить их, он использовал эти данные лишь чтобы удостовериться, что вычисленные им значения оказались такими, какими они должны были быть и вероятно полагал, что они намного надёжнее, чем большинство наблюдений. Другими словами, он *построил подходящую кривую*. Длины теней при летнем солнцестоянии были признаны основными и составляющими единственную наблюденную часть набора вероятно потому, что I-Hsing полагал их наиболее точными.

В общем, нет причины сомневаться в том, что некоторое число длин теней, действительно измеренных при помощи специального устройства (gnomon scales) и весьма вероятно высот полюса определенных при помощи armillary sphere quadrants[15], было представлено в архивы Бюро астрономии и календаря. Мы должны радоваться, что сегодня имеем их.

Как бы ни рассматривать положение, труд I-Hsing занимает выдающееся место в предыстории метрической системы и является совершенно особым научным достижением раннего Средневековья. Поразительно, что, несмотря на его признание такими авторами XVIII в. как Gaubil и d'Anville, он оставался одним из самых менее всего известных.

11. Эпилог

Тысячу лет позднее, к последним годам XVII в., отношения Востока и Запада, уже издавна начавшие сильно укрепляться, привели к распространению науки Возрождения в Китае ввиду деятельности иезуитской миссии. Именно выдающийся миссионер принял предложение императора Khang-Hsi соотнести измерения расстояний на местности с космическими стандартами, что предвосхитило французскую революцию почти на столетие. Им был Антуан Томас (1644 – 1709), бельгиец из Намюра, который прибыл в Китай в 1685 г. и стал вице-директором Бюро астрономии. Там он начал планировать великую картографическую съёмку империи (Needham, с. 585), которая завершилась в 1717 г. Одной из её предпосылок было решение определить точное значение *ли*, оцениваемое в пределах от менее 200 до более 250 на градус [меридиана]. Идея, созревшая у Khang-Hsi и Ан То (Томаса) и состояла в этом.

Окончательные решения были приняты в декабре 1698 г., а фактическая работа на линии меридиана началась в 1702 г[16]. Наблюдения были выполнены с примечательной точностью; гномоны были построены на обоих концах линии на равнинах возле Pa-shih южнее Пекина, и 1° широты определен равным 195*ли* 6*пу* в стандарте того времени. Им служил пятифутовый железный жезл, хранившийся в императорском дворце и представлявший *геометрический шаг*. Поскольку император желал подогнать *ли* к градусу в круглых числах, было решено принять значение 200*ли*, что означало уменьшение стандартного фута в отношении 40/39, и в одном градусе оказалось 72 000 стандартных шагов, 1200 в минуте и 20 в секунде дуги. Это значение *ли*, равное 0.555*км*, было близко к ныне применяемому[17].

Тем самым *ли* было установлено астрономически примерно за 90 лет до метра, ибо лишь в 1791 г. комитет Французской академии[18] в своём знаменитом отчёте предложил принять метр, равный 1/10 000 000 части четверти меридиана Земли на уровне моря[19]. Снова условия в Китае позволили проводить научные наблюдения большого объёма и основанные на них рациональные общественные действия несколько раньше, чем Европа стала готова последовать этому примеру.

Рис. 1. Китайский текст отчёта об экспедиции I-Hsing; источник: *Hsin Thang Shu* (Новая история династии Тан)

Рис. 2. Гномон Nankung Yüeh на станции обсерватории; источник: Tung Tso-Pin et al (1939)

Рис. 3. Чертёж гномона Nankung Yüeh; тот же источник
Рис. 4. Расстояния между станциями I-Hsing в *ли* и *пу*
Таблица 1. Сводка данных
Примечания. Вычисленные, наблюдённые и вероятно наблюдённые значения
Все остальные значения видимо вычислены
Мы не сохранили отличия, указывавшие числа из других источников, многие из которых авторы считают ошибочными
Особое примечание относительно первого числа на станции № 1: оно основано на предположении о том, что разность высот полюса между станциями №№ 5 и 1 равна той же разности для станций №№ 5 и 10, т. е. 17.4 *ту*. Следовательно, высота полюса [станции № 1] будет равна 34.7 + 17.4 = 52.1 *ту*. Число 52 очевидно получено округлением до градуса. Длины теней [на станции № 1] соответствуют высоте полюса 51.7*ту*.
Таблица 3. Отношение *ли*/градус
Колонки: **1.** Пары станций. **2.** Разность высот полюса по колонке 3 Табл. 1. **3.** Расстояния в *ли*. **4.** Соответствующее отношение *ли*/градус
Таблица 4. Расстояния, вычисленные по отношению 351.267*ли*/градус
Колонки: **1.** Номер станции. **2.** Высота полюса в *ту*. **3.** Разности высот полюса. **4.** Вычисленные расстояния. **5.** Расстояния по *Chiu Thang Shu* (Старая история династии Тан)
Примечание к последнему числу в 5-й колонке: Мы видели, что расстояние между станциями №№ 10 и 1 было тем же, 17°.4, что наводит на мысль о том, что разность широт (17°.3) была принята за широту станции № 10 (17°.4, потому что 6112 = 17.4·351.267, а 17.3·351.267 = 6077). Расстояние до станции № 1 это независимая оценка, принятая со времени правления Chên-Kuan (627 – 649).
Таблица 5. Расстояния между некоторыми пунктами, вычисленные по отношению 351*ли*/градус при картографировании в эпоху Сун.
Колонки: **1.** Пары пунктов. **2.** Количество квадратов карты [в которых находятся соответствующие расстояния]. **3.** Разность по широте. **4.** Расстояния в *ли* по карте. **5.** То же, по указанному отношению. Знаки плюс и минус означают *с избытком, недостатком*.
Рис. 5. Тени гномона.
Строки примечания: **1.** Наблюдатель. **2.** Его горизонт. **3.** Его зенит. **4.** Экватор. **5.** Северный полюс. **6.** Наклонение эклиптики. **7.** Направление на Солнце при летнем солнцестоянии. **8.** Высота гномона. **9.** Длина тени при летнем солнцестоянии.
Таблица 6. Высоты Солнца
Колонки: **1 и 2:** Номер и название станций. Обозначения остальных колонок указаны в тексте.
Таблица 7. Высоты полюса
Колонки: **1 и 2.** Номер и название станций. **3.** Широта по Табл. 1, она же – высота полюса в китайских градусах (*ту*) [в Табл. 1 такого уточнения не было]. **4.** То же, вычисленная по длине тени при летнем солнцестоянии, в китайских градусах. **5.** То же, по

атласу Ting Wên-Chiang 1934 г., в китайских градусах. **6 и 7.** Разности (3) – (4) и (4) – (5). **8.** Северная широта по тому же атласу в европейских градусах. **9.** Восточная долгота по тому же атласу в европейских градусах.

Примечания

1. Ниже, наши ссылки на этот источник даны без указания года и тома. О. Ш.

2. Square – квадрат. Авторы видимо имеют в виду, что (в данном случае) линия, соединяющая указанные пункты, разместилась в восьми квадратах карты (точнее, в восьми с небольшим). Можно догадаться, что сторона квадрата примерно равнялась 100*ли*. О. Ш.

3. Это неясно. О. Ш.

4. Для самых южных станций №№ 9 и 10 $s_9 = -0.33$ и $s_{10} = -0.91$, а значения α_S превышают 90°. Авторы

5. Это неясно. О. Ш.

6. Это неясно, поскольку значение слова *thu* непонятно. О. Ш.

7. Видимо, формула, связывающая все шесть элементов сферического треугольника и называемая по-разному, по имени нескольких авторов. О. Ш.

8. В дальнейшем авторы иногда называют это учреждение Бюро астрономии и календаря. О. Ш.

9. Уже понятно, что мнение Needham (с. 203) о примечательно малом влиянии индийских учёных на ход китайской астрономии, всё ещё верное в широком смысле, должно быть несколько подправлено. Экваториальный дом [дом – двенадцатая часть эклиптики, термин астрологии], оставался без изменения, круг продолжал содержать 365¼ градусов, индийская тригонометрия не была воспринята, символ нуля проспал ещё четыреста лет и, естественно, греческий *зодиак* был как и раньше похоронен в причудливых транслитерациях. Авторы

10. Ср. ошибки в списках комет (Ma Tuan-Lin, см. Ho Ping-Yü в *Vistas in Astronomy*, vol. 5, 1961, p. 117) и средневековые искажения в *Mo Ching* (Needham, 1956, т. 2, с. 171). Авторы

11. Это неявно, но чётко следует в его диаграммах расстояний. На Рис. 4 (3 – 4) + (4 – 6) + (6 – 7) = 526*ли* 270*пу*, следовательно [после сравнения с данными Табл. 3] 1*ли* = 300*пу*. Авторы

12. Это объясняет предположение d'Anville (конец § 5) об ошибке в тексте Gaubil (351 будто бы ошибочно вписано вместо 331), но во всех текстах указано 351. Авторы

13. Древние космологи I и IV вв. соответственно. Быть может нам следовало останавливаться на различии мнений у императорского астронома Nanking Yüeh и предпочитаемого императором буддийского монаха и астронома I-Hsing. Через год после смерти последнего, в 728 г., была опубликована его календарная система *Ta Yen Li*, но в 733 г. её атаковал Chhüthan Chuan (другой представитель клана Chhüthan), который заявил, что она являлась лишь воспроизведением календаря *Navagraha*, переведенного Chhütthan Hsi-Ta в 718 г. Nankung Yüeh поддерживал это обвинение. Авторы

14. Период их работы был ограничен смертью I-Hsing в 727 г. Авторы

15. Нам только известны по отдельности армиллярная сфера и квадрант. О. Ш.

16. Полное описание и перевод (H. Bosmans) см. Needham ([1962], т. 4, часть 1). [Таким образом, авторы сослались на будущий том. О. Ш.]

См. также ссылки в статье Needham (1955) о китайских астрономических наблюдениях и его же книгу (1958). Авторы

17. Видно, что это значение *ли* почти совпадает с длинным *ли* династии Тан, см. Табл. 2. В своей карте Азии d'Anville (1761) принял 195*ли*/градус. Авторы

18. Ныне Парижская академия наук. О. Ш.

19. В этом контексте следует указать, что здесь, как всегда, возникает вопрос о передаче. Работа иезуитов, конечно, была известна во Франции, где о ней сообщали авторы книг, например d'Anville. Но ни он, ни Gaubil не понял работу Томаса, предположив, что император Khang-Hsi произвольно выбрал 200*ли*/градус не имея в виду ввести астрономическое определение. Авторы

Библиография

D'Anville J. B. B. (1761), Mémoire sue le li mésure itinéraire des Chinois. *Mém. de Litt. tirés des Registres de l'Acad. Roy. des Inscr. et Belles-Lettres*, t. 28.

Fleet J. F. (1906), The Yojana and the li. *J. Roy. Asiatic Soc.*, vol. 38. Ibidem, 1912.

Gaubil A. (1732), Histoire abrégée de l'astronomie Chinoise, t. 2.

Ho Ping-Yü (1961), Paper in *Vistas in Astronomy*, vol. 5.

Miele A. (?), La science Arabe.

Needham J. (1954), *Science and Civilization in China*, vol. 3. Cambridge.

--- (1955), Paper in *Vistas in Astronomy*, vol. 1, pp. 67 – 83.

--- (1958), Chinese Astronomy and the Jesuit Mission. An Encounter of Cultures. London.

Sarton G. (1927), *Introduction to the History of Science*, vol. 1. Baltimore.

Smith D. E. (1925), *History of Mathematics*, vol. 2. Boston.

Tung Tso-Pin et al (1939), [Report on Chou-Kings' Tower for the Measurement of the Shadow of the Sun.] Chhangsha. In Chinese.

Vost W. (1903), The lineal measures of Fa-Hsien and Hsüan-Chuang. *J. Roy. Asiatic Soc*.

van der Waerden B. L. (1954), *Science Awakening*. Groningen.

Waley A. (1931), The Travels of an Alchemist. London.

Weller F. (1920), Yojana und li bei Fa-hsien. *Z. deutsch. morgenländ Ges.*, Bd. 74.

Wu Chhêng-Lo (?), History of Chinese Weights and Measures. In Chinese.

Yabuuchi Kiyoshi (1954), Indian and Arabic astronomy in China. *Silver Jubilee Volume of the Zinbun Kagaku Kenkyuso*. Kyoto.

II

М. Ж. А. Н. Кондорсе

Флемстид

M. J. A. N. Condorcet, Flamsteed. *Oeuvres*, t. 2.
Paris, 1847, pp. 113 – 116
Дата первоначального издания (1777) не указана

[Джон] Флемстид родился в 1641 г. в графстве Дербишир [Англия]. Он стал известен в 1669 г. ввиду своих эфемерид на 1770 г. [?], которые он отослал в Королевское общество. В них Флемстид попытался проверить своими наблюдениями теории движения Луны своего времени равно как и каталог Тихо Браге. Он выяснил, что эти теории были весьма неточными и заметил у Тихо ошибки в координатах неподвижных звёзд, доходившие до 3 – 4′; Тихо наблюдал лишь при помощи простого диоптра.
В 1675 г. Карлу II[1] был предложен метод определения долготы на море, и он направил это предложение группе учёных, а молодого Флемстида попросили участвовать в обсуждении. Для нового метода необходимо было точно определять движение Луны и координаты звёзд, и Флемстид показал, насколько астрономы были далёки в обоих случаях от точности, требуемой для тщательного определения долгот.

В то же время он, однако, добавил, что возможно было надеяться добиться тщательности при помощи длительного ряда искусных наблюдений более совершенными инструментами, нежели используемыми в то время. И он также установил, что, достигни астрономы этой стадии, долготу можно будет определять при помощи таблиц Луны и её точных наблюдений, возможных при их сравнении с известными координатами звёзд. Карл II был поражён этими замечаниями и повелел Джонатану Муру [1617 – 1679] использовать фонды, выделенные для артиллерии, генеральным инспектором которой тот был, для строительства обсерватории. На ней Флемстид, снабжённый новыми инструментами, мог бы выполнить задачу, полагаемую столь важной для нации, которая может быть мощной только своим флотом и богатой только от своей торговли.

Мур выполнил эти повеления и именно так, как требовалось при затрате столь крупных общественных средств. Фондов оказалось недостаточно, и он добавил свои собственные средства, так что необходимые инструменты были изготовлены в соответствии с пожеланиями Флемстида.

С этого времени Флемстид счёл своей обязанностью провести всю жизнь в наблюдениях Луны и составлении каталога звёзд. И если он позволял себе некоторые отвлечения, то [лишь] для наблюдения движения планет и комет, которые с тех пор перестали считаться предсказанием смерти короля или знаком небесного гнева, а только планетами нашей системы, хоть и движущимися по более удлинённым орбитам[2].

Флемстид продолжал наблюдать почти 40 лет не ослабляя своих усилий. Таких неустанных тружеников, которые довольствуются надлежащими наблюдениями и составлением соответствующих точных каталогов, но оставляют другим заботы об установлении выводов, лица, наделённые живым воображением, склонны считать своего рода машинами. Чтобы разочароваться в столь неверном мнении, им было бы достаточно прочесть историю наблюдений Флемстида, составленную им самим.

Они увидели бы всё, что он должен был знать, – утонченное внимание и утомительное исследование возможностей добиваться необходимой степени точности наблюдений. Они поняли бы, как часто ему приходилось проницательно выбирать из наблюдений то, ошибки которого следовало опасаться меньше всего[3].

Наконец, при чтении Флемстида они заметили бы, что он мог бы добиться в астрономии более превосходных результатов, чем составление каталога звёзд, но что для его успешного завершения он действительно должен был уметь добиваться много большего. Представляется, что для сбора наблюдений нужны лишь глаза, но часто требуется и талант, чтобы овладеть искусством наблюдения, так что полезными среди наблюдателей оказываются только те, кто занимается этим скорее по своей склонности, а не по необходимости. Такие наблюдатели отличаются от учёных, занятых великолепными теориями, не тем, что они менее талантливы, а тем, что довольствуются достижением чего-то полезного, что для них сильнее желания прославиться.
Важно быть полезным и в течение краткого периода земной жизни и страданий присоединить к своему имени что-то непреходяще полезное. Долгое время Флемстид пытался определить годичный параллакс звёзд и тем самым определить их расстояния, но это ему не удалось. Многие астрономы прошлого века усердно занимались тем же, но лишь поняли, что время для успеха ещё не наступило. Это открытие, как столь много других, осталось для наших потомков[4].

Столетие опыта улучшило наше искусство вопрошать природу. После изобретения книгопечатания возврат к варварству стал абсолютно невозможным, и каждый век обогащает человеческое познание новыми открытиями и новыми инструментами для достижения этой цели. Тайны природы, ныне смущающие наши умственные способности, будут раскрыты, но появятся новые загадки. И так, шагая более или менее быстро, но уверенно, ни разу не оглянувшись, человеческий разум непрестанно идёт вперёд, и никогда не обнаруживает ни своих собственных ограничений, ни границ природы. Чем больше достигнуто, тем больше он удивляется тому, что осталось; чем дальновиднее он становится, тем обширнее представляется ему природа. Для ненасытной деятельности гения природа таким образом беспрестанно предлагает неистощимый источник открытий, удовольствий и средств против людского зла.

Флемстид умер в 1719 г.

Примечания

1. Карл II, король Англии в 1660 – 1685 гг. О. Ш.
2. Нашей системе принадлежат лишь эллиптические кометы. О. Ш.
3. Кондорсе, видимо, не знал, что со времён Кеплера стало обычным применять в таких случаях среднее арифметическое. Флемстид, правда, далеко не всегда следовал принятому порядку, см. наше предисловие. О. Ш.
4. Бессель первым успешно измерил звёздный параллакс. Да, стало возможным оценивать расстояния звёзд, но кроме того была окончательно обоснована система мира Коперника. О. Ш.

Библиография

Baily Fr. (1835), *An Account of the Revd John Flamsteed*. London.
Berry A. (1898), *Short History of Astronomy*. New York, 1961.
Flamsteed J. (1712), *Historia coelestis Britannica*, vols 1 – 2; 1725, vols 1 – 3.
--- (1729), *Atlas coelestis.*
--- 31 статья в *Phil. Trans. Roy. Soc.* (Poggendorff 1863).
Herschel Caroline (1798), *Catalogue of Stars Taken from Mr. Flamsteed's Observations.* London.
Poggendorff J. C. (1863), *Biographisch-Literarische Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften*, Bd. 1. Leipzig.
Rigaud S. P. (1841), *Correspondence of the Scientific Men of the 17th Century*, vol. 2. Oxford.
Sheynin O. (1973), Mathematical treatment of astronomical observations. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 11, pp. 97 – 126.
Thoren V. E. (1972), Flamsteed. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 11, pp. 97 – 126.

III

Дж. Брадлей

Письмо Королевскому астроному Э. Галлею с отчётом о новом обнаруженном движении неподвижных звёзд

J. Bradley, A letter to Dr. Edmund Halley, Astronomer Reg. & c., giving an account of a new-discovered motion of the fixed stars (1728). Rigauld S. P. (1832, pp. 1 – 16)

[1] Сэр, Вам было угодно выразить своё удовлетворение тем, что я имел случай рассказать Вам когда-то раньше о наблюдениях нашего покойного, достойного и изобретательного друга Семюэла Молине, которые я продолжал и повторял, чтобы определить параллакс неподвижных звёзд. Теперь я прошу разрешить мне представить Вам более определённый отчёт о них.

До того, как начать пояснение истории самих наблюдений, будет целесообразно сообщить Вам, что вначале имелось в виду проверить и подтвердить те, которые доктор Гук раннее сообщил общественности и которые, видимо, были выполнены при обстоятельствах, обещавших более высокую точность, чем можно было бы ожидать от любых иных, произведенных по тому же поводу и опубликованных. А так как его попытка в основном и привела к работе Молине, то этот последний в какой-то мере использовал тот же метод наблюдений. Он выбрал ту же звезду, а его инструмент был изготовлен почти по тем же самым принципам. Впрочем, если бы он значительно не превзошёл Гука по точности, мы могли бы до сих пор оставаться в полном неведении о параллаксе неподвижных звёзд, что Вы усмотрите по сравнению обоих экспериментов.

Точность в самом деле повысилась в основном стараниями нашего пытливого сочлена [Королевского общества] Джорджа Грехема, которому любители астрономии также немало обязаны за несколько других точных и искусно изобретённых инструментов. Необходимость в них вряд ли будет оспариваться теми, кто обладает хоть каким-то опытом астрономических наблюдений. Различия между опытами разных авторов в их попытках измерить малые углы, и особенно годичные параллаксы неподвижных звёзд, могут служить достаточным обоснованием этого для других. Подобные расхождения не должны так уж удивлять, потому что я не сомневаюсь, что инструменты, которыми они обычно пользуются, как весьма вероятно кажется, подвержены во много раз более крупным погрешностям, чем параллакс.

И поскольку таким образом успех этого эксперимента очевидно очень сильно зависит от точности инструмента, ей должно быть в первую очередь уделено внимание. Пояснение того, как это [!] было достигнуто, не является моей нынешней целью. Но если по результату наблюдений, которые я сейчас посылаю Вам, будет признано необходимым сообщить любознательным метод их изготовления, я, возможно, в дальнейшем опишу подробно не только инструмент Молине, но и мой собственный, созданный с тех пор для тех же измерений и на основе аналогичных принципов, хотя и несколько отличный по своей конструкции; причину отличий Вы узнаете ниже.

Инструмент Молине был изготовлен и подготовлен к наблюдениям примерно в конце ноября 1725 г., и 3 декабря яркая звезда в голове Дракона (которую Байер обозначил как γ) была впервые тщательно наблюдена при её прохождении вблизи зенита. Аналогичные наблюдения были сделаны 5, 11 и 12 того же месяца. Никакого существенного различия в месте звезды не было замечено, и дальнейшее повторение наблюдений в этом сезоне представлялось ненужным, поскольку в то время года никакого ощутимого изменения параллакса этой звезды нельзя было в скором времени ожидать.

[2] И поэтому в основном любопытство побудило меня (а я тогда был в Кью [ныне в составе Большого Лондона], где изготавливался инструмент) подготовиться к наблюдению этой звезды 17 декабря. Я заметил, что она в тот день прошла несколько южнее, чем раньше. Не подозревая никакой иной причины такого появления, мы вначале решили, что это произошло ввиду неуверенности наблюдений, так что либо новое, либо предыдущее не было столь точным, как мы раньше предполагали.

По этой причине мы захотели повторить наблюдения, чтобы выяснить причину расхождения. Проделав это 20 декабря, я обнаружил, что звезда прошла ещё южнее, чем раньше. Это ощутимое изменение тем более удивило нас, что оно произошло в противоположном направлении, чем было бы ввиду [неподтверждённого] годичного параллакса звезды.

Но теперь, будучи достаточно убеждён, что расхождение не могло быть полностью вызвано неточностью наблюдений, и не имея никакого понятия о том, что ещё могло бы вызвать такое видимое движение звезды, мы начали думать, что причиной могло быть какое-то изменение в материале самого инструмента. Некоторое время мы так и думали, но наконец, проверив по нескольким пробам, что инструмент очень точен, убедились, ввиду постепенного возрастания расстояния звезды от полюса, что должна была быть какая-то закономерная причина этого.

Во время каждого наблюдения мы тщательно определяли это расстояние. Примерно в начале марта 1726 г. звезда оказалась на 20″ южнее, чем в момент первого наблюдения, и представлялось, что она достигла своего предела в движении на юг, потому что в нескольких наблюдениях, произведенных примерно тогда же, никакого ощутимого различия в её положении не было обнаружено. К середине апреля звезда, как казалось, стала возвращаться на север и около начала июня она прошла на том же расстоянии от зенита, как и в декабре при первом её наблюдении.

Ввиду быстрого в то время изменения склонения звезды (оно возрастало на секунду за трое суток) было решено, что теперь она продвинется на север так же, как раньше на юг. Так оно и случилось, ибо звезда продолжала двигаться на север до следующего сентября, затем снова остановилась примерно в 20″ севернее, чем в июне и не менее 39″ севернее, чем в марте. После этого звезда вернулась к югу и в декабре, если учесть разность склонений, вызываемую предварением равноденствий, оказалась в том же положении, что и 12 месяцев назад.

Это было достаточным доказательством того, что инструмент не был причиной замеченного видимого движения звезды, но установить подходящее основание подобному изменению представлялось затруднительным. Нутация земной оси была одной из первых причин пришедших на ум, но вскоре выяснилось, что её недостаточно. Она могла вызвать изменение склонения у γ Дракона, но не соответствовала бы этому изменению у других звёзд, особенно небольшому изменению у звезды, расположенной почти на том же расстоянии от северного полюса экватора и почти противоположной γ Дракона по прямому восхождению[1].

Ибо, хоть эта звезда видимо двигалась в соответствии с тем, что было бы вызвано нутацией земной оси, изменение её склонения было примерно вдвое меньше, чем у γ Дракона за то же время (как оказалось по сравнению наблюдений обеих звёзд в те же самые дни в различные сезоны года). Это явно доказывало, что видимое движение звёзд не было вызвано истинной нутацией; будь причина в этом, изменения у обеих звёзд были бы почти теми же самыми.

Существенная закономерность наблюдений не оставляла места сомнениям, что какая-то закономерная причина вызвала это неожиданное движение, почти не зависящее ни от неопределённости [наблюдений], ни от вариаций в сезонах года. Сравнивая наблюдения друг с другом, мы обнаружили, что для обеих указанных звёзд видимое уклонение склонений от максимумов было всегда почти пропорционально обращённому синусу [$\text{vers}\alpha = 1 - \cos\alpha$] расстояния Солнца от точек равноденствия. Это наводило на мысль о том, что причина, в чём бы она ни состояла, имела какое-то отношение к положению Солнца относительно этих точек.

[3] Но, не будучи в то время в состоянии сформулировать какую-нибудь гипотезу, достаточную для объяснения всех [обнаруженных] явлений, и сильно желая исследовать всё несколько глубже, я начал подумывать о конструировании инструмента для своего места наблюдения в Wansted [в графстве Эссекс], чтобы, всегда имея его при себе, мог бы спокойнее и увереннее изучить законы этого нового движения. Кроме того, мысль о возможности подтвердить истинность наблюдений с инструментом Молине при помощи другого была немалым для меня стимулом. Но всего важнее была представлявшаяся возможность попытаться таким образом установить, как именно другие звёзды были задеты той же самой причиной, какой бы она ни была. Ибо инструмент Молине был сконструирован для наблюдения γ Дракона (чтобы, как я уже сказал раннее, проверить, обладала ли эта звезда каким-либо заметным параллаксом) таким образом, что его направление можно было изменять не более, чем на 7 или 8′. Но в Кью было всего несколько звёзд, достаточно ярких для хорошего наблюдения в пределах половины этого расстояния от зенита, и он не мог тщательно исследовать, как искомая причина влияла на звёзды, расположенные иначе относительно точек равноденствия и солнцестояния.

Эти соображения убедили меня. По мысли и под руководством того же изобретательного человека, Грехема, 19 августа 1727 года мой инструмент был подготовлен к наблюдениям. У меня не было удобного места для применения такого длинного телескопа, как принадлежавший Молине, и я удовлетворился длиной чуть больше половины того (т. е. около 12.5 футов вместо 24.25 [3.81*м* вместо 7.39*м*])[2]. Судя по уже имеющемуся опыту, такого радиуса хватило бы мне для установки инструмента достаточно точно, и с тех пор у меня не было повода изменить своё мнение.

При всех наблюдениях, произведенных до сего времени, я вполне убедился, что после тщательной установки на положение инструмента можно было без опасения надеяться с точностью до половины секунды. Поскольку место, где должен был быть подвешен (hung) мой инструмент, в некоторой степени определяло его радиус, оно также устанавливало длину дуги или лимба, на котором были нанесены деления, ибо дуга не могла быть подходящим образом продолжена так, чтобы достигать более, чем 6′.25 по каждую сторону от моего зенита. Этого действительно было достаточно, ибо предоставляло мне возможность выбрать несколько звёзд, весьма различных и по величине, и по расположению, поскольку в Британском каталоге[3] было более двухсот подходящих. Мне не было нужды так увеличивать лимб, потому что я хотел наблюдать Капеллу, единственную звезду первой величины, которая проходила так близко к моему зениту.

[4] Установив инструмент, я немедленно начал наблюдать те звёзды, которые, как мне представлялось, наиболее подходили для выяснения причины уже упомянутого движения. Слабых звёзд было достаточно, и не менее 12 я мог наблюдать круглый год, поскольку они были настолько ярки, что допускали дневные наблюдения во время наибольшего приближения к Солнцу. Я вскоре заметил, что движение, раннее обнаруженное у звёзд, наиболее удалённых к северу и к югу, когда Солнце располагалось около точек равноденствия, было истинным только у близких к колюру солнцестояний. И после нескольких месяцев наблюдений я заметил то, что тогда определил как общий закон для всех звёзд, а именно, что каждая оказывалась неподвижной или располагалась далее всего на север или юг при прохождении через мой зенит в шесть часов либо утром, либо вечером. Я также понял, что, как бы звёзды ни располагались относительно главных точек эклиптики, видимое движение каждой при прохождении моего инструмента примерно в то же время дня или ночи направлялось так же само: днём они все двигались на юг, и к северу ночью. Таким образом, каждая была севернее всего около шести вечера и южнее всего около шести часов поутру.

С тех пор я установил, что у большинства этих звёзд максимум не имеет места в точности тогда, когда они проходят через мой инструмент в те часы, но не смог в то время доказать противного. Предположив, что предыдущее действительно верно, я попытался исследовать как относятся наибольшие изменения склонения различных звёзд друг к другу, поскольку было ясно, что склонения не изменялись равным образом у всех. Поэтому я заметил по наблюдениям Молине, что γ Дракона изменила своё склонение примерно вдвое больше, чем упомянутая слабая звезда, расположенная почти напротив неё. После более тщательного исследования я установил, что наибольшие изменения склонения у этих звёзд относятся друг к другу как синусы их широт. Поэтому я заподозрил, что та же пропорциональность может иметь место между максимумами у других звёзд. Однако, наблюдение некоторых из них не вполне соответствовало этой гипотезе.

Не зная, могло ли малое обнаруженное расхождение быть вызвано неопределённостью и погрешностью наблюдений, я отложил дальнейшее исследование этой гипотезы до завершения ряда наблюдений, охватывающего все части года. После этого я смог бы определить, каким ошибкам подвержены наблюдения или насколько я могу спокойно доверять им, а также судить, не изменились ли существенно части самого инструмента. В результате этих раздумий я отставил в сторону все мысли о причине упомянутых явлений, надеясь, что смогу легче установить её, накопив должные сведения для более точного определения их сущности.

[5] После окончания года я начал исследовать и сравнивать свои наблюдения. Достаточно точно определив общие законы этих явлений, я попытался выяснить их причину. Я уже убедился, что видимое движение звёзд не было вызвано нутацией земной оси. Следующей возможной причиной было изменение направления отвеса, при помощи которого неизменно выправлялось положение инструмента, но после проверки она оказалась недостаточной. Затем я рассмотрел возможное воздействие рефракции, но снова не определил ничего удовлетворительного.

Наконец, я предположил, что все упомянутые выше явления происходят от конечной скорости распространения света и годичного движения Земли вдоль орбиты, ибо я осознал, что при распространении света за конечное время видимое место неподвижного объекта не будет одним и тем же и когда глаз находится в покое, и когда он движется в любом направлении кроме направления линии визирования, и что при ином движении глаза видимое место будет другим.

[Следует длинное рассуждение о влиянии совместного движения света и глаза.]

Для моей нынешней цели этих подробностей достаточно. […] Я намеренно исключил некоторые маловажные моменты и полагал, что Земля движется по окружности, а не вдоль эллиптической орбиты. Тем самым я избежал слишком запутанного анализа, который после всех затруднений не изменил бы ощутимо того, чем я воспользовался, особенно при рассмотрении других последствий из предыдущей гипотезы, к которым я сейчас перехожу.

[6] Предположив это, я начал определять из наблюдений истинное соотношение между скоростями света и движения Земли по орбите, допуская, что описанные выше явления действительно зависят от назначенных им причин. Но прежде я должен уведомить Вас, что во всех наблюдениях, упоминаемых ниже, я учёл изменения склонения звезды ввиду предварения равноденствий, считая, что это изменение пропорционально времени и равномерно в течение всех частей года. Я определил истинное годичное изменение склонения каждой звезды из самих наблюдений, и буду исходить здесь из них, потому что до сих пор всё, сделанное мной до сих пор, сходится на том, что звёзды вблизи колюра равноденствий ныне изменяют своё склонение на $1.5 - 2''$ в год больше, чем если бы прецессия составляла лишь $50''$, как ныне обычно считается[4].

Я также обнаружил некоторую небольшую вариацию склонения других звёзд в различные годы, которая видимо не происходит по той же причине, и особенно в звёздах вблизи колюра солнцестояний; они, напротив, изменили бы свое склонение менее, чем должно было бы быть при прецессии $50''$. Но происходят ли эти небольшие изменения от закономерной причины или вызваны какими-либо изменениями материала и т. д. моего инструмента, я ещё не могу вполне определить. И всё же я полагаю, что не будет излишним просто сообщить Вам, как я пытался учесть их, хоть в противном случае результат был бы почти тем же. Этот результат я покажу вначале по наблюдениям γ Дракона, которая в начале марта оказалась на $39''$ южнее, чем в сентябре.

Из сказанного выше будет следовать, что наибольшее изменение видимого склонения этой звезды ввиду конечной скорости распространения света будет относиться к диаметру малого круга, который звезда (как было сказано выше) видимо описывает около полюса эклиптики, как 39:40.4. Половина последнего числа есть угол ACB. Поэтому $AC = 20''.2$; AC:AB, т. е. отношение скоростей света и движения глаза (которое в этом случае можно считать равной скорости годичного движения Земли по орбите), равно 10210:1, откуда следует, что свет движется или распространяется от Солнца до Земли за 8 минут 12 секунд[5].

Хорошо известно, что Рёмер, который первым попытался объяснить видимое неравенство в моментах затмений спутников Юпитера конечной скоростью распространения света, предположил, что он затрачивает около 11 минут для прохождения от Солнца до Земли. Другие, однако, заключили, что это время примерно равно 7 минутам, так что наш результат оказывается средним из того, что было выведено в различное время из затмений спутников Юпитера.

Поскольку эти различные методы определения скорости света таким образом согласуются друг с другом, мы можем разумно заключить не только, что указанные явления вызваны назначенными им причинам, но что свет распространяется (в одной и той же среде) с той же скоростью после отражения, как и до него. Действительно, это будет следовать, если мы примем, что свет Солнца распространяется с одной и той же скоростью до отражения как и свет неподвижных звёзд[6]. И я полагаю, что вряд ли будет поставлено под сомнение, что скорость света всех неподвижных звёзд одна и та же и что их свет движется или распространяется на равные расстояния в равные промежутки времени на любых расстояниях от них.

Оба эти утверждения (как я считаю) достаточно обоснованы видимыми изменениями склонения звёзд различной яркости, ибо они не отличаются ощутимо друг от друга для звёзд, которые кажутся близкими друг к другу, хоть и весьма различны по величине. И каковы бы ни были их положения (если следовать в соответствии с предыдущей гипотезой), я вывожу ту же скорость света из наблюдений слабых звёзд пятой или шестой величины, как и второй и третьей, которые по всей вероятности расположены на весьма различных расстояниях от нас.

Упомянутая выше слабая звезда, к примеру, почти противоположная γ Дракона (т. е. 35-я звезда Жирафа или Гевелия в каталоге Флемстида), в начале марта была на 19″ севернее, чем в сентябре. Отсюда я заключаю в соответствии со своей гипотезой, что диаметр малого круга, описываемого звездой в полюсе эклиптики, будет равен 40″.2.

Последняя звезда в хвосте Большой Медведицы, второй величины (η по Байеру), примерно в середине января была на 36″ южнее, чем в июле, поэтому наибольшее изменение склонения звезды в полюсе эклиптики будет равно 40″.4, в точности тем же, как было прежде найдено из наблюдений γ Дракона.

[Следуют аналогичные заключения о нескольких других звёздах; приводятся результаты: 40.2; 40.8; 40.2; около 40″ в соответствии с ненадёжным наблюдением; и т. д.]

Я поэтому заключаю, что эта величина равна 40″.5 или (что то же), что свет движется или распространяется от Солнца до нас за 8 минут 13 секунд. Хорошее соответствие моих наблюдений побуждает меня полагать, что максимум отклонения (как я его установил) не может отличаться даже на секунду от истины и что поэтому вероятно, что время прохождения света от Солнца до нас может быть определено по этим наблюдениям в пределах 5 – 10 секунд. Мы не можем надеяться достичь подобной точности по наблюдениям спутников Юпитера.

[7] Определив таким образом наибольшее изменение склонения звезды, расположенной в полюсе эклиптики, я теперь выведу (в соответствии с предыдущей гипотезой) это изменение для одной или двух звёзд в моменты их действительного наблюдения, чтобы увидеть, как гипотеза согласуется с явлениями в течение всего года.

Было бы слишком утомительно приводить здесь все мои наблюдения, и я поэтому выберу только наиболее подходящие для моей нынешней цели и начну с γ Дракона. Она появилась севернее всего примерно 7 сентября 1727 г., как это и должно было произойти в соответствии с моей гипотезой. Табл. 1[7] показывает, насколько южнее она оказывалась в течение различных сезонов года фактически и на основании этой гипотезы.

Видно, что гипотеза соответствовала наблюдениям всего года. Небольшие расхождения с наблюдениями были, видимо, вызваны недостоверностью наблюдений ввиду (как я представляю) в основном дрожания воздуха и паров, содержащихся в нём. Действительно, оно иногда заставляет звезду плясать взад и вперёд так сильно, что трудно судить, когда она находится в точности на середине проволочки, помещённой в общем фокусе линз телескопа.

Должен признать, что согласие наблюдений и друг с другом, и с гипотезой намного лучше, чем я ожидал до сравнений. Некоторые, привычные к астрономическим наблюдениям и знающие, как трудно добиться их точности во всех отношениях, могут подумать, что оно слишком хорошее. Но если это хоть сколько-то удовлетворит их (до тех пор, пока я не смогу описать свой инструмент и способ его применения), то могу уверить их, что более чем в 70 наблюдениях γ Дракона в течение года только одно (притом отмеченное как весьма сомнительное ввиду туч) отличается от указанной гипотезы более, чем на 2″, но менее, чем на 3″.

Таковы факты, и я могу только думать, что описанные явления весьма вероятно произошли по назначенной мной причине; наблюдения γ Дракона достаточно очевидно свидетельствуют, что влияние истинной причины, какова бы она ни была, изменяется именно так, как это должно было быть в соответствии с гипотезой.

Но, чтобы не думали, что γ Дракона не столь подходяща, чтобы показать характер видимых возрастания и убывания в изменениях склонения, как звёзды, находящиеся вблизи колюра равноденствий, я также приведу сравнение гипотезы и наблюдений для η Большой Медведицы. Она была южнее всего примерно 17 января 1728 г., что соответствовало гипотезе. Табл. 2 показывает, насколько севернее она была по наблюдениям в различные времена года и ту же величину в соответствии с гипотезой.

[8] Я нахожу, что гипотеза в целом соответствует наблюдениям этой звезды так же точно, как в случае предыдущей звезды. Всего было около 50 наблюдений за год, и разности не достигли и 2″, кроме как в одном случае, отмеченном как сомнительное наблюдение ввиду дрожания воздуха и т. д., но и она не отличалась от гипотезы на 3″.

Соответствие для η Большой Медведицы тем более должно быть учтено, поскольку оно доказывает, что изменение склонения ввиду предварения равноденствий является (как я и предполагал) закономерным в течение всего года, – во всяком случае, в такой мере, что не вызывает достаточно крупного обнаруживаемого моим инструментом отличия. В то же время это соответствие доказывает вторую часть моего предположения, т. е. того, что годичные изменения склонения звёзд вблизи колюра равноденствий в наше время более значительно, чем вызывалось бы прецессией в 50″.

Действительно, эта звезда в сентябре 1728 г. была на 20″ южнее, чем в сентябре 1727 г., т. е. на 2″ больше, чем если прецессия составляла бы лишь 50″. Но в будущем я быть может смогу лучше исследовать это по моим наблюдениям звёзд возле колюра равноденствий, находящихся примерно на том же расстоянии от северного полюса экватора и почти противоположным по прямому восхождению.

[9] Я думаю, что нет нужды приводить Вам сравнение гипотезы и наблюдений каких-либо иных звёзд. Сходимость в предыдущих сравнениях является своего рода доказательством (будет ли признано, что я обнаружил истинную причину явлений или нет) того, что гипотеза обеспечивает по меньшей мере истинный закон изменения склонения у звёзд, отличающихся друг от друга по своим расположениям и положением относительно Солнца. А раз так, должно быть признано, что параллакс неподвижных звёзд намного меньше, чем это предполагали те, которые заявляли, что вывели его из своих наблюдений.

Думаю, что смогу рискнуть, сказав, что ни у одной из двух последних упомянутых звёзд он не доходит до 2″. По моему мнению, я заметил бы его по своим весьма многочисленным наблюдениям, особенно γ Дракона, будь он равен 1″. Действительно, наблюдения соответствовали гипотезе (без всякого учёта параллакса) почти так же хорошо, когда Солнце находилось либо в соединении, либо в противостоянии к этой звезде, так что весьма вероятно, что её параллакс меньше, чем даже 1″ и что, следовательно, она более, чем в 400 000 раз дальше от нас, чем Солнце[8].

Поскольку никакого ощутимого параллакса неподвижных звёзд не обнаружено, противники Коперника всё ещё могут возражать против вращения Земли; и (если захотят) смогут возражать ещё сильнее против моей гипотезы, которой я пытался объяснить упомянутые явления, т. е. также и против конечной скорости распространения света. Но я не думаю, что большинство нынешних астрономов и философов станет отрицать какой-либо из этих двух постулатов и потому не сомневаюсь, что они одобрят следствия, которые я вывел из них, раз они одобряются таким великим судьёй, как Вами.

Примечания

1. Прямое восхождение изменяется от 0 до 24 часов, так что выражение *противоположное*, видимо, могло бы означать разность прямых восхождений в 12 часов либо в 180°, поскольку в следующей статье автор привёл прямое восхождение в градусной мере. О. Ш.

2. Здесь и ниже мы применили десятичные дроби взамен обычных, как у автора. О. Ш.

3. Очевидно, по каталогу Флемстида (1712/1725). О. Ш.

4. Эта постоянная ныне принята равной 50″.3. О. Ш.

5. Брадлей имеет в виду приведенный им выше равнобедренный треугольник DCB и его высоту CA. DB – диаметр земной орбиты и C – звезда. В наше время мы записали бы, что AC:AB = 10210, а не 10210:1.

Далее, время для распространения света от Солнца до Земли равно $365 \cdot 24 \cdot 60 / (2\pi \cdot 10210) = 8.20$, т. е. 8 мин 12 сек. Наконец, расстоянию, превышающему астрономическую единицу в 400 000 раз, соответствует параллакс, равный 0″.5. О. Ш.

6. Следует учесть, что Юпитер, как вообще все планеты, светится отражённым светом Солнца. О. Ш.

7. Мы не воспроизводим ни эту таблицу, ни Табл. 2 (см. ниже), поскольку они достаточно объяснены в самом тексте. О. Ш.

Сведения об упомянутых лицах и Библиографию, общие для обоих мемуаров Брадлея, см. в конце второго мемуара

IV

Дж. Брадлей

Письмо графу Джорджу Макклсфильду о видимом движении, подмеченном у некоторых неподвижных звёзд

J. Bradley, A letter to the Rt. Hon. George Earl of Macclesfield, concerning an apparent motion observed in some of the fixed stars (1750). Rigauld (1832, pp. 17 – 41)

[1] Милорд, замечательная точность, с которой сейчас изготавливаются инструменты, позволила астрономам нашего времени обнаружить несколько изменений в положениях небесных тел, которые ввиду своей незначительности ускользали от внимания наших предшественников. И хотя причины подобных движений были всегда известны, философы рассматривали их влияние не столь совершенным образом, чтобы априорно установить возможные последующие явления. Таким образом, теория здесь, как и во многих других случаях, обязана практике открытием некоторых наиболее изящных выводов. Это указывает нам на великую пользу разработки нашей, равно как и любой другой ветви естественных познаний, продуманными рядами наблюдений и экспериментов.

Действительно, успехи астрономии, как всегда выяснялось, так существенно зависели от точных наблюдений, что до их производства она развивалась не иначе как медленно. Её первое существенное улучшение было обязано знаменитому Тихо Браге. Намного превосходя своих предшественников по точности наблюдения, он дал возможность прозорливому Кеплеру определить некоторые основные законы движения небесных тел[1]. Изобретение телескопа и маятниковых часов предоставило надлежащее средство для дальнейшего совершенствования астрономической практики. За этим вскоре последовали чудесные теоретические открытия, сделанные нашим великим Ньютоном.

В обоих отношениях астрономия так исключительно преуспела, что казалось, что осталось мало возможности для каких-либо существенных улучшений. На самом же деле мы видим, что дело оказалось совсем иным. По мере нашего продвижения в средствах для более тонких исследований, обычно встречаются новые обстоятельства, которые требуют нашего внимания. Темой данного письма Вашей светлости является доказательство истинности этого замечания, ибо как только я обнаружил причину и установил законы аберрации неподвижных звёзд, которая возникает от [конечной скорости] распространения света и т. д. [   ], моё внимание было вновь возбуждено другим новым явлением, а именно годичным изменениям склонения некоторых неподвижных звёзд. В то время они казались заметно более существенными, чем было бы обусловлено предварением равноденствий в 50″ в год. Величина разности, хоть и мала сама по себе, оказалась ощутимой ввиду точности моего инструмента даже на первом году моих наблюдений; в то время я не смог догадаться о причине этого более существенного изменения склонения, но попытался учесть его в своих вычислениях [iii, конец § 4 и § 6].

[2] С тех пор и до настоящего времени я по мере возможности продолжал наблюдать в Wansted, имея в виду обнаружить законы и причину этого явления, ибо покровительство моего очень доброго и достойного друга Matthew Wymondesold позволило оставить инструмент там, где он был впервые установлен. Я смог поэтому без перерыва продолжать свой намеченный ряд наблюдений в течение 20 лет, что было несколько дольше всего периода изменений, происходящих в этом явлении.

Упоминая малость уклонения, которому подвержены звёзды по так долго отыскиваемой причине, я понимаю, что могу навлечь на себя порицание некоторых лиц за трату столь многого времени в погоне за подобным быть может не существовавшим пустяком. Надеюсь, однако, что искренние любители науки должным образом учтут тот естественный пыл, который побуждает разум открывать истины, быть может оказывающиеся маловажными сами по себе, не имей они склонности указывать иные, более полезные явления.

Видимые движения небесных тел настолько сложны и подвержены влиянию таких разнообразных причин, что во многих случаях исключительно трудно указать каждой из последних её долю воздействия или чётко установить, какая часть [общего] движения вызвана одной причиной, и какая – другой. Пока внимание уделяется лишь общему влиянию всех, часто сталкиваешься с существенными неправильностями и кажущимися несообразностями, но когда мы в состоянии указать каждой причине её должное влияние, обычно воцаряются согласие и единообразие[2].

Подобные кажущиеся неправильности кроме того смешиваются с неизбежными ошибками, которым подвержены астрономические наблюдения ввиду несовершенства и наших чувств, и используемых инструментов. Это очень часто ставило в тупик тех, кто пытался исследовать явления, и пока не будут найдены средства, чтобы отделять и различать те части общего движения, которые вызваны каждой соответствующей причиной, останется невозможным достаточно хорошо убеждаться в истинности любого решения. По указанным обстоятельствам мы обычно обнаруживаем, что чем точнее применяемые инструменты и чем регулярнее ряды наших наблюдений, тем скорее нам удаётся устанавливать причину всякого нового явления.

Ибо когда мы в состоянии достаточно увериться в пределах ошибок наблюдений и как можно больше ограничить их совершенством наших инструментов, нам не нужно колебаться приписывать видимые изменения, явно выходящие за эти пределы, каким-то иным причинам. Ввиду этого астроном-практик обязан прежде всего исследовать правильность своих инструментов и увериться, что они достаточно точны для намеченного применения, или по меньшей мере он должен знать пределы их ошибок.

[3] Эта практика была недавно замечательным образом рекомендована благородным примером Вашей милости. Заботясь лишь об астрономической науке, Вы построили обсерваторию и столь полно оборудовали её такими инструментами, какие только наши лучшие мастера смогли изобрести, но Вы не стали полностью доверять их точности пока не подвергли их точнейшему повторному исследованию. Теперь Ваши инструменты вероятно стали не менее совершенными в своём роде, чем любой другой из существующих или чем человеческое мастерство способно было достигнуть.

В общем, любители астрономии не могут не признать в этом отношении свой долг перед Вашей милостью, но я чувствую себя особо обязанным, поскольку посредством Ваших, милорд, точнейших наблюдений, мне удалось установить некоторые основные элементы. В настоящее время я не смог бы в противном случае достичь этого ввиду отсутствия в Гринвичской обсерватории подходящего инструмента.

Большой стенной квадрант, установленный там для наблюдения объектов, лежащих к югу от зенита, как бы совершенен он ни был сам по себе, недостаточен для определения с должной точностью ни широты обсерватории, ни численной меры рефракции на различных высотах. Он слишком тяжёл, перемещать его трудно, а помещение, в котором он находится, слишком мало и не допускает его поворота на противоположную сторону от его нынешнего положения.

По наблюдению околополярных звёзд я поэтому не могу установить эти необходимые величины и попытался сделать это, сравнив свои наблюдения с наблюдениями Вашей милости. И до тех пор, пока этот недостаток инструмента, принадлежащего Гринвичской обсерватории, не будет устранён, мы должны оставаться обязанными Вашей милости за указание его [инструмента] истинного положения [?].

[4] Разум, стремящийся к познанию любого рода, будет всегда приятно занят тем, что может предоставить наиболее подходящее средство для его достижения. Таковым для астронома-практика являются точные и надлежаще изобретённые инструменты, и я с удовольствием вспоминаю о возможностях, которые заимел от наслаждения в поддержании знакомства и дружбы с человеком, который сделал больше всех для их улучшения. Я ведь сознаю, что если мои собственные попытки в каком-то смысле способствовали успехам астрономии, то это произошло в основном ввиду советов и помощи, оказанной мне нашим достойным сочленом [Королевского общества] Джорджем Грехемом. Его громадное мастерство и суждения в механике, соединенное с полным практическим знанием применения астрономических инструментов позволяет ему изобретать и изготовлять их наиболее совершенным образом.

Учёные из Парижской академии наук, которым мы так много обязаны за их точную оценку длины градуса [меридиана] возле северного тропика[3], уже дали миру весьма убедительные доказательства его заботы и возможностей в этих делах. То конкретное описание отдельных частей сектора, изготовленного им для них и недавно опубликованное ими, избавляет меня от обязанности подробно останавливаться на моём инструменте в Wansted. Оба инструмента изготовлены по тем же самым принципам и отличаются в своих отдельных частях в основном ввиду различия целей, для которых они были предназначены.

Мой был первоначально изготовлен только для измерения разностей зенитных расстояний звёзд в различные времена года, а определение их истинных мест не предусматривалось. Поэтому я не мог точно знать точку лимба, соответствующую истинному зениту, и соответственно нельзя было изменять её положение. Не было и нужды наносить точки на дуге с наибольшей точностью на равном расстоянии друг от друга, ибо, когда я наблюдаю какую-либо звезду, то вначале покрываю (bisect) одну и ту же точку отвесом, а затем поворачиваю винт микрометра пока звезда не появится на середине проволочки, укреплённой в общем фокусе линз телескопа. Тем самым я могу определять, как далеко звезда расположена от этой точки в момент наблюдения. Затем, сравнивая несколько её наблюдений, я могу установить какие видимые изменения произошли. Выражая меру изменения в оборотах и долях оборота винта микрометра, я пытался определить аккуратнейшим образом соответственный истинный угол и после различных испытаний вполне убедился и в правильной нарезке винта, и в точном числе секунд, соответствующих нарезке.

Но, хотя всё это могло быть проделано крайне достоверно, я был обязан принять одно допущение; некоторым быть может покажется, что оно было слишком существенным в данном исследовании, чтобы быть принятым без очевидного подтверждения фактами и экспериментами. Ибо я предполагаю, что визирная линия [трубы] телескопа неизменно сохраняла своё направление относительно делений на дуге в течение всего цикла моих наблюдений. И именно ввиду возможных возражений против такого постулата я счёл необходимым продолжить ряд своих наблюдений в течение стольких лет прежде, чем опубликовать результаты, которые я сейчас попытаюсь вывести из них.

Кто бы ни сравнивал результаты нескольких попыток, сделанных учёными из Парижской академии наук для определения точки зенита их сектора после их возвращения в Париж с севера, согласится, как я полагаю, что моё предположение не является ни неразумным, ни ненадёжным, поскольку из их наблюдений очевидно, что более чем за год линия визирования их инструмента не претерпела никакого ощутимого изменения направления, хоть он и был несколько раз перенесен и установлен заново в различных отдалённых местах, тогда как мой оставался всё время подвешенным в одном и том же месте.

Но кроме такого сильного довода в пользу вероятности истинности моего предположения, я удовлетворён тем, что оно было фактически проверено самими наблюдениями. Они явно доказывают, что звёзды в конце полного периода упоминаемых ниже уклонений, как свидетельствует инструмент, оказались в том же положении, в каком они должны были быть, если принять это допущение.

[5] Я уже заметил каким образом это явление представилось мне в конце первого года моих наблюдений; именно, оказалось , что видимые изменения склонений звёзд, расположенных около колюра равноденствий, более значительны, нежели могло произойти при прецессии в 50″ в год, т. е. среднего количества прецессии, обычно принятого в наше время астрономами. И в то же время у некоторых звёзд вблизи колюра солнцестояний проявилось влияние вполне противоположного смысла; казалось, что они изменили своё склонение меньше, чем требовалось бы при указанном значении прецессии. Я был поэтому убеждён, что все эти явления у различных звёзд нельзя объяснить просто предположением, что принял неверную оценку для прецессии точек равноденствия.

Вначале я заподозрил, что некоторые из этих малых видимых изменений мест звёзд могли произойти от изменения материала или положения частей моего сектора. Но, раздумывая о том, как прочно была прикреплена дуга с нанесенными на неё точками к пластине, на которой закреплялась проволочка, находящаяся в фокусе объектива, я не мог представить себе, что какое-либо изменение произошло в положении этой проволочки или этих точек.

Поэтому наиболее вероятной причиной появления неопределённости был подвес гири отвеса, и проволочка, которая сломалась три или четыре раза в течение первого года наблюдений. Я попытался исследовать, не могли ли указанные видимые движения быть частично вызваны изменениями использованных отвесов.

[Следует описание этого исследования.]

[6] Имея теперь достаточную причину заключить, что эти вторые неожиданные уклонения звёзд не были вызваны каким-либо несовершенством моего инструмента и установив законы аберрации, которая возникает ввиду движения света [с конечной скоростью], я посчитал целесообразным продолжить свои наблюдения тех же самых звёзд. Я надеялся, что по регулярному и более длинному ряду наблюдений в течение нескольких последующих лет смогу, наконец, выявить истинную причину подобных видимых несообразностей.

С 1727 г., после того, как мой сектор был установлен в Wansted, я в основном жил там до начала мая 1732 г., затем переехал в Оксфорд. В течение того времени я часто мог повторять свои наблюдения и обнаружил так много подробностей, относящихся к этим явлениям, что начал угадывать их истинную причину. Оказывалось, что в течение упомянутого интервала времени некоторые звёзды, находившиеся вблизи колюра солнцестояния, изменили своё склонение на 9 или 10″ меньше, а другие звёзды возле колюра равноденствий изменили своё склонение настолько же больше, чем было бы вызвано прецессией в 50″. Северный полюс экватора казалось приблизился к тем звёздам, которые подходили к меридиану вместе с Солнцем примерно во время весеннего равноденствия и зимнего солнцестояния и удалялся от тех, которые таким же образом подходили к меридиану вместе с Солнцем примерно во время осеннего равноденствия и летнего солнцестояния.

Обдумывая в начале своих наблюдений эти обстоятельства и положение восходящего узла лунной орбиты, я заподозрил, что они могли быть вызваны воздействием Луны на экваториальные части Земли, ибо в соответствии с принципами Ньютона прецессия равноденствия вызывается воздействием Солнца и Луны на эти части, а плоскость лунной орбиты в первом случае наклонена к плоскости экватора более, чем на 10 градусов больше, чем во втором. Было поэтому разумно предположить, что та часть полной годичной прецессии, которая происходит от воздействия Луны, будет изменяться от года к году, тогда как плоскость эклиптики, т. е. пути [центра] Солнца среди звёзд, почти в точности равным образом наклонена к экватору, и часть прецессии, вызванной Солнцем, может ежегодно оставаться постоянной. Из этого следовало бы, что, хотя средняя годовая прецессия, возникающая от совместного воздействия Солнца и Луны, равнялась 50″, видимая годичная прецессия могла иногда превышать это значение, а иногда быть меньше его в соответствии с различными положениями узлов лунной орбиты.

[7] В 1727 г., когда мой инструмент был впервые установлен, восходящий узел лунной орбиты был возле начала созвездия Овна, так что её орбита была максимально наклонена к экватору, а видимая годичная прецессия в соответствии с наблюдениями первого года оказалась значительнее средней. Это доказывало, что звёзды возле колюра равноденствий, чьи склонения более всего подвержены прецессии, изменили их более, чем на 1/10 больше, чем было бы вызвано прецессией в 50″. Наблюдения следующего года доказали то же самое, и за три или четыре года разность стала столь значительной, что не оставляла места для подозрений, что она была вызвана каким-либо несовершенством инструмента или наблюдений.

Однако, некоторые звёзды вблизи колюра солнцестояний, которые я наблюдал, как представлялось, двигались в то же время в смысле, противоположном тому, что должно было бы происходить при возрастании прецессии, притом уклонения их склонений были столь же примечательны, и я понял, что для объяснения этой части явлений требовалось что-то большее, чем просто лишь изменение прецессии.

Сравнивая свои наблюдения звёзд возле колюра солнцестояния, почти противоположные друг другу по прямому восхождению[4], я выяснил, что указанная причина повлияла на них равным образом, ибо γ Дракона, как представлялось, продвинулась на север, а слабая звезда 35 Жирафа, Гевелия в Британском каталоге,

– настолько же на юг. Это указывало, что их видимое движение могло произойти от нутации земной оси. Сравнение моих наблюдений тех же звёзд раннее позволило мне вывести следствие о причине годичных аберраций, возникающих ввиду движения света, ибо видимое изменение у γ Дракона по этой причине столь же значительно, как и у второй, слабой звезды.

Это доказало, что явление не произошло от нутации земной оси, что, напротив, могло бы быть от второй причины. Проделав аналогичные сравнения наблюдений других звёзд, лежащих почти противоположно по прямому восхождению вне зависимости от их положения относительно главных точек экватора, мне представилось, что изменение их склонения было почти одним и тем же, но противоположным и таким, которое произошло бы от нутации или движения земной оси.

[8] В 1732 г. восходящий узел Луны вернулся обратно в начало созвездия Козерога, а звёзды возле колюра равноденствий примерно в то время, как казалось, изменили свое склонение не более, чем требовалось прецессией в 50″, однако некоторые из близких к колюру солнцестояний изменили склонение более, чем на 2″ в год меньше, чем должно было быть вызвано той же прецессией. Вскоре после этого я подметил, что годичное изменение склонения у первых уменьшилось, стало меньше, чем требовалось прецессией в 50″ и продолжало убывать до 1736 г., когда восходящий узел Луны был возле начала созвездия Весов, а её орбита была наименее наклонена к экватору. Но к тому времени некоторые звёзды вблизи колюра солнцестояний изменили своё склонение по сравнению с 1727 г. на 18″ меньше, чем должно было быть ввиду прецессии в 50″.

Звезда γ Дракона, которая за эти девять лет должна была передвинуться на юг примерно на 8″ больше, в 1736 г. оказалась на 10″ севернее чем в 1727 г. Поскольку это указывало на убывание наклонения земной оси к плоскости эклиптики, а некоторые астрономы предположили, что это наклонение убывает регулярно. Если это явление зависит от подобной причины и достигло 18″ за девять лет, наклонение эклиптики должно соответственно измениться на целую минуту за 30 лет, что намного быстрее, чем любые предыдущие наблюдения могли бы допустить.

У меня было поэтому основание полагать, что по крайней мере какая-то доля этого движения, если не всё оно, была вызвано воздействием Луны на экваториальную часть Земли, что, как я представил себе, могло привести к либрационному движению [покачиванию] земной оси. Но, имея лишь девять лет наблюдений, я не смог решить, полностью ли эта ось вернётся к положению 1727 г., и счёл необходимым продолжать свои наблюдения до окончания полного периода лунных узлов[5].

В конце периода я удостоверился, что звёзды вернулись в те же положения, как если бы наклонение земной оси вовсе не изменялось, что вполне убедило меня, что я верно угадал причину явления. Указанное обстоятельство также доказывает, что при существовании постепенного убывания наклонения эклиптики оно не происходило бы только от изменения положения земной оси, а скорее от какого-нибудь изменения плоскости самой эклиптики, так как звёзды в конце периода лунных узлов появились на тех же местах относительно экватора, как и должно было быть, сохраняй земная ось то же самое наклонение относительно неизменной плоскости.

В течение моих наблюдений наш изобретательный секретарь Королевского общества Джон Machin занимался теорией притяжения и её последствиями для небесных движений, и я ознакомил его с наблюдёнными мной явлениями и при случае упомянул их подозреваемую причину. Вскоре после этого он прислал мне таблицу меры годичной прецессии при различных положениях лунных узлов и соответствующей нутации земной оси, вычисленные в предположении средней годовой прецессии 50″.

[Следуют длинное объяснение прецессии и нутации и сводки результатов наблюдений. Мы приводим лишь несколько отрывков.]

[9] с. 28. По сравнению своих наблюдений в Гринвиче с наблюдениями *Тихо Браге и других, которых я счёл наиболее подходящими* [для его целей], автор принял средний результат: прецессия составляет 1 градус в течение 71.5 года. Иначе, это означало 50″.3 секунды в год, т. е. совпадало с современным значением.

с. 29. Было также необходимо учесть аберрацию света. Исходя из своих наблюдений, автор принял для неё значение 40″.

Автор оценил точность своих наблюдений: они были *подвержены ошибке, превышающей целую секунду*, ибо некоторые наблюдения, произведенные в течение двух или трёх дней друг от друга, *отличались на 2″ даже при отсутствии записи об их дефектности в каком-либо отношении*.

Там же, чуть ниже. Если в течение нескольких дней одна и та же звезда наблюдалась несколько раз, я либо записывал средний результат, либо то наблюдение, которое лучше всего соответствовало ему.

с. 32. Определение прямого восхождения звезды 35 Жирафа (Гевелиуса по Британскому каталогу) и указание его в градусах и минутах, а не в часовой мере, как принято теперь.

с. 35. Я подозреваю, что положение лунного апогея и её узлов имеют какое-то отношение к видимым движениям [некоторых] звёзд. Влияние этой причины автор, правда, считал пренебрегаемым.

с. 37. Устанавливая меру годичной прецессии, исходя из теории притяжения и предполагая, что отношение экваториального диаметра Земли к полярному равно 230:229, Ньютон находит, что воздействие Солнца достаточно лишь для прецессии 9.″125, а изучая приливы, он определяет соотношение сил Солнца и Луны равным 1:4.5, так что прецессию их общего воздействия он оценивает равной 50″. Но по недавним определениям Парижской академии наук разность между полярным и экваториальным [экваториальным и полярным] *диаметрами превышает* *вычисленное им значение, так что доля прецессии, возникающая от воздействия Солнца, также должна быть больше, чем указанная им почти в той же пропорции. Отсюда следует, что соотношение сил Луны и Солнца должно быть менее 4.5:1 и быть может явления, о которых я сообщаю, предоставят наилучшие данные для установления этого* [соотношения][6].

с. 39 – 40. Автор заподозрил существование собственных движений звёзд (открытое Галлеем в 1718 г.!) и рассуждает о желательности их изучения.

с. 41. *Польза, проистекающая, когда несколько человек стремятся установить что-либо в астрономии примерно в одно и то же время, окажется намного большей, если соответствие результатов устранит все сомнения в неисправности их инструментов. По этой причине я считаю искусные инструменты в Замке Shirburn*[7]*, а также и произведенные там наблюдения ценнейшими критериями для своего суждения о точности сделанных в Гринвиче. И, как любитель науки, я могу только пожелать, чтобы наша нация изобиловала более частыми примерами лиц, аналогичными по рангу и умению Вашей светлости и равным образом желающими способствовать этой и всякой иной отрасли естествознания, а тем самым – и почёту и пользе нашей страны.*

Но, как бы ни многочисленны были покровители искусств и наук, суть темы моего нынешнего письма такова, что я должен послать его графу Макклсфильду не только как к её наиболее компетентному судье, но как единственному человеку нашей нации, который владеет инструментами, подходящими для проверки истинности сообщаемых здесь фактов. Я особо удовлетворён тем, что после столь длительного занятия этими явлениями мне дарована честь дать отчёт о них через посредство Вашей милости, поскольку это предоставляет мне случай открыто признать чувство благодарности, которые я сохраню навсегда, и о достойной благосклонности, раннее испытанной со стороны Вашего отца, и о многих недавних обязательствах (obligations), дарованных Вами Вашему послушнейшему и скромному слуге Дж. Брадлею.

Примечания

1. Точнее, Кеплер установил законы движения планет; фразу автора (*некоторые законы*) можно понимать как остававшееся неизвестным объяснение этих законов силой всемирного тяготения. О. Ш.

2. Исследование действия отдельных причин (факторов) стало составлять предмет дисперсионного анализа. О. Ш.

3. К тому времени закончились оба градусных измерения Парижской академии наук, в Лапландии и Перу, и только оба они совместно позволили установить, что Земля сплюснута (экваториальный радиус превышает полярный, выведенное значение сжатия, 1/314).

Чуть ниже Брадлей упоминает *сектор* французских астрономов и этим же термином он далее описывает свой собственный инструмент. Он, видимо, имел в виду зенит-телескоп с неполным лимбом. О. Ш.

4. Прямые восхождения положительны (и измеряются в часовой мере, хотя Брадлей, наверняка по обычаю того времени, указывал их в градусной мере, см. § 9). Пояснение их *противоположности* предложено в Прим. 1 к предыдущей статье автора. О. Ш.

5. Полный оборот узлов лунной орбиты по эклиптике длится 18.6 лет, и Брадлей действительно продолжал свои наблюдения несколько дольше этого. О. Ш.

6. По Ньютону, общая прецессия составляла $9''.125 \cdot 5.5 = 50'',2$. Так во всяком случае следовало из данных, приведенных автором. Блажко (1947, с. 267), однако, указал, что действие Солнца *в два с лишком раза слабее действия Луны*; принятое в настоящее время сжатие равно 1/298.3; Ньютон принял 1/230. О. Ш.

7. Местоположение обсерватории Макклсфильда. О. Ш.

Сведения об упомянутых лицах [iii, iv]

Bayer Johann, 1572 – 1625, астроном. В 1603 г. опубликовал звёздный каталог *Уранометрия*.

Graham George, 1673 – 1751, член Королевского общества, часовых дел мастер и изготовитель астрономических инструментов.

Macclesfield George, 1697 – 1764. Точнее Джордж Паркер, граф Маккклсфильд. Ученик Муавра, астроном, Президент Королевского общества. Находился в тесной дружбе с Брадлеем. О. Ш.

Macclesfield Thomas, 1666? – 1732. Точнее Томас Паркер, граф Макклсфильд, отец Джорджа М. Юрист, один из самых высокопоставленных английских юристов своего времени.

Molyneux Samuel, 1689 – 1728, астроном-любитель, член Королевского общества.

Roemer Ole, 1644 – 1710, датский астроном, определил скорость света в 1676 г.

Библиография к мемуарам [iii, iv]

Блажко С. Н. (1947), *Курс общей астрономии*. М. – Л.

Flamsteed J. (1712, 1725), Historia coelestis Britannica.

Rigauld S. P. (1832), Miscellaneous Works and Correspondence of the Revd. James Bradley. Oxford. [New York, 1972.]

Sheynin O. (2002), Simon Newcomb as a statistician. *Hist. Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.

V

О. Б. Шейнин

Труды Р. И. Бошковича по теории вероятностей

O. B. Sheynin, R. J. Boscovich' work on probability.
Arch. Hist. Ex. Sci., vol. 9, 1973, pp. 306 – 324

1. Математическая обработка наблюдений

1.1. Предисловие. В 1750 – 1753 гг. Руджер Иосип Бошкович (1711 – 1787), член монашеского католического ордена иезуитов и один из последних универсальных учёных и, в частности, астроном. С 1731 г. он проявил интерес к градусным измерениям и по его инициативе они были проведены в нескольких странах (Markovic 1970, с. 329). Вместе с другим астрономом, Мейром (1697 – 1767), он измерил дугу меридиана в Италии. Затем, принимая во внимание и своё, и другие градусные измерения, Бошкович вычислил параметры земного эллипсоида вращения. Формально это вычисление представляло собой *уравнивание косвенных наблюдений*, как оно называется в теории ошибок, и заключалось в определении наиболее надёжных значений m неизвестных из избыточной системы n ($n > m$) линейных алгебраических уравнений

$$a_ix + b_iy + c_iz + \ldots + l_i = 0,\ i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (1)$$

В данном случае n – число независимых градусных измерений, доставивших свободные члены l_i, коэффициенты же определены соответствующей теорией. В частности, $a_i = 0$. Заметим, что обработка наблюдений с одним неизвестным называется *уравниванием прямых* (*непосредственных*) *наблюдений*. Система (1) несовместна, и за её решение приходится принимать любой набор m чисел, определяемый некоторым разумным дополнительным условием, налагаемым на неизбежные остаточные свободные члены Δl_i. Метод наименьших квадратов, основанный на условии

$$\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2 + \ldots + \Delta l_n^2 = \min, \qquad (2)$$

не является исключением. Метод Бошковича уравнивания систем (1) был одним из основных и до сих пор привлекает внимание геодезистов и математиков (Bejar 1956; Болотин 1965; Зуховицкий и Андреева 1967). О нём самом см. также Eisenhart (1961), Farebrother (1993) и Я. Г. Дорфман (БСЭ, 3-е издание, т. 3, 1970, с. 609).

Бошкович был автором книги 5 совместного сочинения Maire & Boscovich (1770), первоначально изложенной в 1755 г. на латинском языке, а затем кратко в 1757 г. Далее, Cubranic (1961) перепечатал эту сводку с переводом на сербский язык и именно в ней (Cubranic 1961, с. 90 – 91), и в 1760 г., в комментарии к поэме

Стея (B. Stay), Бошкович впервые описал свой метод уравнивания наблюдений. Вот его суть (Maire & Boscovich 1770, с. 501):

Следует вывести некоторую среднюю эллиптичность [сжатие земного эллипсоида вращения] *из всех известных дуг меридиана, сравнивая их друг с другом и принимая во внимание соотношение, которое должно иметь место между их разностями, и правила вероятности, относящиеся к поправке, которая приводит их к этому соотношению.*
Отец Бошкович осуществил это в другом сочинении посредством весьма примечательного метода, который можно применять во многих других случаях. Он изложил свои результаты в выдержке, включённой в […, перепечатанной Чубраничем] *и обобщил их в примечаниях к латинской философской поэме 1760 г. Стея. Мы полностью перепечатываем этот отрывок.*
[On doit tirer une certaine ellipticité moyenne de tous les degrés connus par les observations, comparés entre eux, en ayant égard au rapport que doivent avoir leurs différences, et aux règles de la probabilité touchant la correction qu'il convient de leur faire pour les réduire à ce rapport.
Le P[ére] Boscovich l'a fait dans un autre ouvrage au moyen d'une méthode très curieuse, et qui peut servir en plusieurs autres cas. Il en a exposé le résultat dans un extrait inséré dans […]. Il la développe dans ses Supplémens de la Philosophie en vers latins [in 1760], composée depuis peu par B. Stay. Nous insérerons ici cet article en entier.]

1.2. Метод Бошковича уравнивания градусных измерений
Уравнения типа (1) имели у Бошковича вид

$$D_i - D_0 - d_i x = 0,\ i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (2)$$

Здесь D_0 – – неизвестная длина одного градуса меридиана на экваторе; второе неизвестное, x – другая функция параметров искомого эллипсоида; D_i – измеренные длины одного градуса меридиана на широте φ_i и d_i – коэффициенты, вычисляемые по измеренным φ_i.
На остаточные свободные члены ΔD_i Бошкович наложил условия

$$\Delta D_1 + \Delta D_2 + \ldots + \Delta D_n = 0, \qquad (3)$$

$$|\Delta D_1| + |\Delta D_2| + \ldots + |\Delta D_n| = \min. \qquad (4)$$

Он мог бы получить

$$D_i - \overline{D} = x(d_i - \overline{d}) = 0 \qquad (5)$$

и, в соответствии со своим рассуждением (см. ниже), принять

$$x = \frac{D_i - \overline{D}}{d_i - \overline{d}}. \qquad (6)$$

Фактически Бошкович применил геометрический метод, заметив, что решение определяется прямой, проходящей через *центр тяжести*, т. е. через точку C ($\overline{d}$; $\overline{D}$),

$$y - \overline{D} = k(x - \overline{d}) \qquad (7)$$

при k, равном медиане правых частей (6). Таким образом, вертикальные расстояния ΔD_i от точек (d_i; D_i) до прямой (7) удовлетворяют условиям (3) и (4) и метод Бошковича означает выбор прямой, проходящей достаточно близко от каждой точки наблюдения (d_i; D_i).

1.3. Обоснование

Как Бошкович подошёл к условиям (3) и (4)?
Начнём издалека. Он (Cubranic 1961, с. 46) вычислил среднее из четырех полученных разностей широт конечных точек своего градусного измерения не непосредственно, а из их попарных сочетаний, т. е. из $(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2)/2$, $(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_3)/2$, …, $(\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_4)/2$. Аналогично, он, см. там же, с. 90 – 91 и Maire & Boscovich (1770, с. 483 – 484), решил систему уравнений вида (1), располагая их по два (так, чтобы число уравнений совпадало с числом неизвестных), вычисляя все частные решения и принимая средние значения по всем парам для каждого неизвестного.

Это было равносильно выбору условия (3) для каждой пары уравнений, как бы имея в виду частичное исключение равновероятных ошибок наблюдения каждого знака и, возможно, их систематических ошибок, а также качественную оценку точности каждой из этих пар. Кроме того, сказанное означает, что учёные того времени стремились уравнивать и прямые, и косвенные наблюдения одним и тем же методом; заметим, что термин *milieu*, *Mittel* обозначал неизвестное в обоих случаях. Якоби (1841) и Binet независимо друг от друга доказали, что при надлежащем взвешивании пар уравнений уравнивание совпадёт с уравниванием по методу наименьших квадратов, см. Уиттекер и Робинсон (1924/1935; § 128 в английском издании 1928 г.), а Gleinsvik (1967) указал, что таким же образом можно обрабатывать нормальные уравнения и предложил для обоих случаев формулы для вычисления весов неизвестных.

И всё-таки Бошкович (Maire & Boscovich 1770, с. 484) не удовлетворился этим, поскольку полученные средние (видимо, выведенные из пар уравнений) сильно отличались друг от друга и заявил (там же, с. 501):

Чтобы принять это среднее так, чтобы оно вовсе не было просто средним арифметическим, а соответствовало бы по определенному закону правилам случайных сочетаний и исчислению вероятностей, мы здесь воспользуемся задачей,

которую я указал в конце рассуждения, опубликованного в [1757 г.]. […] *Там я лишь привёл результат решения.*
Вот эта задача. Дано некоторое число [дуг меридиана], *требуется найти поправку, которую следует ввести в каждую из них, соблюдая при этом три условия. Первое, разность между ними должна быть пропорциональна разностям синус-версусам* [versα = 1 – cosα] *двойной широты* [т. е. должны соблюдаться уравнения (1)]; *второе, сумма положительных поправок должна равняться сумме отрицательных поправок* [условие (3)]; *третье, сумма всех поправок, положительных и отрицательных, должна быть наименьшей возможной при выполнении первых двух условий* [условие (4)].
Первое условие требуется эллиптической формой Земли, второе – одной и той же степенью вероятности для уклонений маятника и ошибок наблюдателя, приводящих к увеличению или уменьшению длин градусов; третье условие необходимо, чтобы как можно лучше приблизиться к наблюдениям.
[Mais pour prendre ce milieu, tel qu’il ne soit point simplement un milieu arithmétique, mais qu’il soit plié par une certaine loi aux règles des combinaisons fortuites et du calcul des probabilités; nous nous servirons ici d’un problême que j’ai indiqué vers la fin d’une Dissertation insérée […] et où je me suis contenté de donner le résultat de la solution.

Voici le problême: étant donné un certain nombre de degrés, trouver la correction qu’il faut faire à chacun d’eux, en observant ces trois conditions, la première, que leurs différences soient proportionnelles aux différences des sinus verses d’une latitude double: la seconde, que la somme des corrections positives soit égale à la somme des negatives: la troisième, que le somme de toutes les corrections, tant positives que négatives, soit la moindre possible, pour le cas où les deux premières conditions soient remplies.

Второе условие требуется par un même degré de probabilité, pour les déviations du pendule et les erreurs des Observateurs, dans l’augmentation et la diminution des degrés; la troisième est nécessaire pour se rapprocher autant qu’il se pourra des observations.]
Бошкович, видимо, был одним из первых, кто ввёл термин *исчисление вероятностей*. Самым первым был безусловно Николай Бернулли, см. его Предисловие к *Искусству предположений* Якоба Бернулли (*calculi probabilitatum*). Маятниковые наблюдения позволяют определять сжатие эллипсоида вращения, на чём мы не будем останавливаться, но заметим, что ему следовало бы упомянуть погрешности определения широты.

Приводя к медиане, условие (4) конечно же отличалось от среднего арифметического, но сравнение этих оценок было в то время невозможным.

1.4. История метода Бошковича

1.4.1. Лаплас. Условие (3) широко применялось в XVIII веке. Впрочем, оно не столь существенно, потому что может быть исключено вместе с одним из неизвестных, см. § 1.2. Условие (4) упомянул Даниил Бернулли в 1735 г., хотя и не смог его использовать (Шейнин 1972/1977, с. 120). Позже Бошковича его более или менее удачно применил Гершель (1805), притом в более сложном случае. Известнее всего, однако, опыт Лапласа (1792/1895, с. 506 – 516; 1799, т. 2, § 40). Вот его слова (1792, с. 506):

Для этой цели [уравнивание градусных измерений] *Бошкович применил подходящий метод* […], *но, поскольку он излишне усложнил* [изложение], *я описываю его здесь в более простой аналитической форме.*

[Boscovich a donné pour cet objet une méthode ingénieuse […]; mais, comme il l'a inutilement compliquée de la consideration des figures, je vais le présenter ici sous la forme analytique la plus simple.]

Пусть в несколько иных обозначениях исходные уравнения будут

$$a_i - z - p_i y = x_i,\ i = 1, 2, \dots, n,$$

где y и z неизвестны, а x_i – остаточные свободные члены. Дополнительные условия имеют вид (3) и (4), лишь обозначения изменятся.

Складывая все уравнения и вычитая суммарное уравнение из каждого, Лаплас получил

$$b_i - q_i y = x_i.$$

Левая часть этих уравнений может быть записана в виде

$$h_i y - c_i$$

при $h_i > 0$, и частными c_i/h_i, расположенными в порядке убывания. Тогда

$$y = c_r/h_r,$$

$$h_1 + h_2 + \ldots + h_{r-1} < \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} h_i,\ h_1 + h_2 + \ldots + h_{r-1} + h_r > \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} h_i,$$

что равносильно медиане.

Неудивительно, что метод Бошковича применил и Боудитч (1809), известный прежде всего как переводчик *Небесной механики* Лапласа. В примечании к § 40 тома 2 перевода этого сочинения он (1832/1966, с. 434 и 438) заметил:

В настоящее время метод, предложенный Бошковичем, и особо приспособленный к данной задаче [к уравниванию градусных измерений], *используется реже, чем следовало бы. Мы* […] *установим* […], *что метод наименьших квадратов, примененный к системе наблюдений, одна из наибольших ошибок*

которых очень велика, обычно не даёт такого же верного результата, как метод Бошковича. […] *Причина состоит в том, что в первом методе наибольшая ошибка* [как и каждая вообще] *влияет на результат пропорционально своему квадрату, во втором же методе – пропорционально первой степени.* [См. также § 1.4.3.]
[The method proposed by Boscovich, and peculiarly well adapted to the present problem, is not now so much used as it ought to be.
We shall […] find […] that the method of least squares, when applied to a system of observations, in which one of the extreme errors is very great, does not generally give so correct a result as the method proposed by Boscovich. […] The reason is, that in the former method this extreme error affects the result in proportion to the second power of the error; but in the other method, it is as the first power.]

1.4.2. Гаусс и линейное программирование. Кратко описывая различные методы уравнивания косвенных наблюдений, Гаусс (1809/1957, § 186) упомянул и метод Бошковича и указал:

Лаплас в некотором отношении изменил этот принцип, добавив к нему новое условие, а именно: требуется, чтобы сумма разностей, независимо от её знака, равнялась нулю. При этом получится, что число правильно составленных уравнений [правая часть которых в точности равна нулю] *на одно меньше числа неизвестных, но приведенное нами выше замечание остаётся всё же в силе, если имеется по меньшей мере только два неизвестных.*

Waterhouse (1990, с. 50) заметил две ошибки в английском переводе 1857 г. этого отрывка; русский перевод, которого он не знал, верен. Но он также утверждает, что (в обоих переводах) должно было быть сказано: *Лаплас* […] *добавляет* и на этом основании слишком кратко утверждает, что Гаусс никакой ошибки не сделал, т. е. не приписал Лапласу никакого нового условия.

Пусть исходные уравнения с k неизвестными имеют вид

$$a_i x + b_i y + c_i z + \ldots + l_i = v_i,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

где в правых частях указаны остаточные свободные члены, а условие (3) уже выполнено, так что k уже уменьшено на единицу. Условие (4) можно заменить на 3^n условий

$$w = \delta_1 v_1 + \delta_2 v_2 + \ldots + \delta_n v_n = \min,$$

считая, что $\delta_i = -1$ при $v_i < 0$, $\delta_i = 0$ при $v_i = 0$, $\delta_i = 1$ при $v_i > 0$. Мысленно решив все 3^n соответствующих задач линейного программирования, каждое из которых содержит в точности k нулевых v_i, мы сможем подобрать набор (v_1; v_2; … ; v_n), удовлетворяющий условию (4). Иначе говоря, Гаусс знал важную теорему линейного программирования; некоторое понятие о нём имели также Фурье (Grattan-Guiness 1970) и Гельмерт (1868, с. 59).

1.4.3. Медиана и среднее арифметическое. Разумность результатов метода Бошковича, о чём свидетельствуют многие авторы, в том числе Лаплас, следует обосновать. В случае двух неизвестных, одно из которых исключается условием (3), оно, как было сказано, приводит к медиане. Сравнение этой оценки со средним арифметическим изучалось, начиная с Лапласа (1818/1886, с. 576), который назвал применение медианы *методом ситуаций* и основывался на соответствующем законе распределения ошибок наблюдения. Простой критерий предложил Колмогоров (1931); при неизвестном распределении он рекомендовал медиану. Позже медиану признали как одну из порядковых статистик и целесообразность её применения определяется их общей теорией.

Estienne (1890) рекомендовал медиану, полагая, что при наблюдениях соблюдены все разумные требования и повторил свои рассуждения много позже (1926 – 1927). Он заметил, что при законе распределения

$$\varphi(x;\, x_0) = C\exp[-\, h^2|x - x_0|]$$

метод наибольшего правдоподобия (этого термина он не применял) приводит к выбору медианы как оценки для x_0.

2. Рукописи Бошковича

В Библиотеке Калифорнийского университета хранится большое число рукописей Бошковича, его дневник и переписка (очевидно, не полностью). Две рукописи относятся к теории вероятностей. Написаны они были для неспециалистов; одна из них была адресована кардиналу Ланте, которого Бошкович часто посещал, см. Hill (1961, с. 82).

2.1. ***De calculo probabilitatum*** **etc.** (Boscovich, рукопись № 62). В § 1 Бошкович формулирует задачу. Требуется определить вероятность (фактически, шансы) погрешности в сумме n ошибок наблюдения, каждая из которых может с равной вероятностью (это следует из контекста) принимать значения – 1, 0 и 1. Здесь же Бошкович поясняет формулу для числа сочетаний, вводит для него своё, весьма неудачное обозначение и вычисляет эти числа, C_m^n, вплоть до $m = n = 8$.

В следующих трех параграфах Бошкович вычисляет шансы для сумм n ошибок, равных 0, 1 и 2. Так, нулевая сумма соответствует случаям, когда каждое наблюдение безошибочно (1 шанс); ошибка одного наблюдения равна 1, другого, – 1, остальные наблюдения безошибочны, $C_n^1 C_{n-1}^1 = n(n-1)$ шансов; ошибки двух наблюдений равны 1, двух других – 1, остальные наблюдения безошибочны, $C_n^2 C_{n-2}^2$ шансов и т. д.

В § 5 Бошкович вычисляет шансы сумме ошибок равняться 0, 1, 2, …, 7, 8. Так, для нулевой суммы число шансов равно

$$C_n^0 + C_n^1 C_{n-1}^1 + C_n^2 C_{n-2}^2 + \ldots + C_n^{r-1} C_{n+1-r}^{r-1},$$

а для суммы, равной восьми,

$$C_n^8 + C_n^9 C_{n-9}^1 + C_n^{10} C_{n-10}^2 + \ldots + C_n^{r+7} C_{n-7-r}^{r-1}.$$

В § 6 он объясняет, что эти ряды продолжаются до тех пор, пока верхний индекс не станет равным нижнему; для первого ряда $r \le (n/2) + 1$. Последний § 7 является сводкой. Например, для $n = 5$ оказывается, что ошибки, равные 0(1)5 имеют соответственно 51, 45, 30, 15, 5 и 1 шанс, а всего, с учётом отрицательных ошибок, 2·(45 + 30 + 15 + 5 + 1) + 51 = 243 шанса. Никаких обобщений нет. Не рассмотрен ни случай больших n, ни более общее дискретное равномерное распределение ошибок, ни непрерывное распределение, и даже среднее арифметическое не упомянуто.

Чуть уточняя, можно сказать, что задача Бошковича такова. Случайная величина ξ распределена по дискретному равномерному закону с возможными значениями – 1, 0 и 1. Требуется определить закон распределения суммы значений этой величины.

Формула, по существу известная Бошковичу, но, правда, не поясняющая метода соответствующих вычислений, имеет вид

$$P(\xi = a) = \sum[P(x_1 = \alpha) \cdot P(x_2 = \beta) \ldots P(x_n = \omega)],$$
$$\alpha + \beta + \ldots + \omega = a,\ \alpha, \beta, \ldots, \omega = -1, 0, 1.$$

Здесь x_i – значения ξ.

Если рукопись была написана до 1756 г., Бошковича можно было бы считать предшественником Симпсона, который в том году опубликовал первый мемуар о вероятности среднего арифметического из наблюдений, в противном же случае она не интересна.

2.2. *Breve memoria* etc. (Boscovich, рукопись № 65)

Рукопись начинается учтивым обращением к кардиналу Ланте с датой 1765 г., из которого следует, что Бошкович возвращался к ранее обсуждавшейся теме, а именно к лотерее.

Он разъяснял классическую генуэзскую лотерею, состоявшую из 90 билетов (номеров), из которых одновременно извлекалось 5; игроки могли угадывать один, два, …, или все пять номеров. Подробное исследование см. Бирман (1957). В своей рукописи Бошкович

1. Подробно разъяснял правило подсчёта числа сочетаний.

2. Вычислял ожидание организаторов лотереи от каждого варианта выбора игры. Оказывалось, что наибольшую выгоду они получали от более страстных игроков, которые старались угадать более одного номера. Молчаливо предполагалось, что игроки выбирают все номера с одной и той же вероятностью, на самом же деле некоторые из них могли следовать своим *системам*, или

даже одной и той же *системе*. На суеверия игроков указывали многие авторы (Montmort 1708/1713, Préface); Лаплас (1814/1999, с. 855, левый столбец).

Бошкович, правда, упоминал фонд безопасности (*fondo securo*), но никаких соответствующих подсчётов не привёл. Примерно через полстолетия Курно (1843/1970, § 59, с. 111) заметил:

Опыт убедительно показал администрации лотереи [Франции], *в какой мере может проявляться влияние* […] *предрассудков и организаторы лотереи никогда не пользовались своим правом* <u>*изымать*</u> *из тиража те номера, на которые было заявлено слишком много ставок.*

Он, однако, добавил (§ 60), что вариант угадывания всех пяти номеров был в конце концов отменён.

Бошкович не рассматривал сопутствующих теоретических задач, как, например, вероятности выхода последовательности номеров (Эйлер) или по меньшей мере однократного выхода всех номеров после некоторого большого числа тиражей. Никаких моральных соображений он также не привёл, хотя возможно, что их он обсуждал с кардиналом устно. Лотереи осуждали многие учёные, в частности Кондорсе (1788/1847, с. 388), Лаплас (речь 1819 г.), а первым их критиком был, видимо, Петти (1662/1899, с. 64): лотерея – *по сути налог на несчастливых самонадеянных дураков*. (properly a Tax upon unfortunate self-conceited fools). В России против лотереи выступил Остроградский (1847).

В целом эта рукопись Бошковича не представляет особого интереса.

3. Элементы стохастических рассуждений в физике Бошковича

Мы цитируем его основное философское сочинение (1758/1922, §481):

Связь, которая существует между точками вещества, образующими частичку [света, см. § 477, или чего-то иного, § 478] *и движущимися совместно практически с одной и той же скоростью* […], *заставит всю частичку перемещаться как единое целое в едином движении, вызванном суммой неравенств, относящихся ко всем её точкам. И эта сумма ещё больше приблизится к равенству* [видимо, к нулю], *ибо в случайных обстоятельствах, распределённых в разных местах как попало или случайно совпадающих друг с другом, чем больше их число, тем сильнее убывает сумма беспорядочных неравенств.*
[Connection that exists between the points of matter forming the particle and moving together with practically the same velocity […] will force the entire particle to move as a whole with the single motion that is induced by the sum of the inequalities pertaining to all its points; and this sum will still further approximate to equality. For, in circumstances that are fortuitous, distributed here and there at random,

or concurring by chance, the greater the number taken, the more the sum of the irregular inequalities decreases.]

Нам достаточно заметить во-первых, что Бошкович ошибся: следовало упоминать среднее из неравенств, а не их сумму. Подобную же ошибку можно найти ещё у Кеплера, который рассуждал о сумме весов монет одной и той же чеканки (Шейнин 1973, с. 120), и, что поучительно, даже Гельмерт (1905, с. 604) счёл нужным предостерегать против неё.

Во-вторых, интересно, что Бошкович допускал, что мельчайшие частички тела движутся с неравными скоростями; в соответствии с общим философским настроем того времени, можно предположить, что распределение этих скоростей он полагал дискретным и равномерным (с небольшим размахом возможных значений).

В § 479 того же сочинения Бошкович снова неверно указывал, что сумма небольших случайностей убывает с их числом.

Библиография

Бирман К.-Р. (1957), Задачи генуэзского лото в работах классиков теории вероятностей. *Историко-математич. исследования*, вып. 10, с. 649 – 670.

Болотин А. И. (1965), Об одном методе определения минимума суммы абсолютных значений величин, зависящих линейно от ряда аргументов. *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка*, № 4, с. 15 – 22.

Гаусс К. Ф. (1809 латин.), Теория движения … В книге автора *Избранные геодезические сочинения*, т. 1. М., 1957, с. 89 – 109.

Годыцкий-Цвирко А. М. (1959), *Научные идеи Бошковича*. М.

Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. (1967), *Линейное и выпуклое программирование.* М.

Колмогоров А. Н. (1931), Метод медианы в теории ошибок. *Математич. Сб.*, т. 38, № 3 – 4, с. 47 – 49.

Курно О. (1843 франц.), *Основы теории шансов и вероятностей.* М., 1970.

Остроградский М. В. (1847), О страховании. *Полн. собр. трудов*, т. 3. Киев, 1961, с. 238 – 244.

Petty W., Петти В. (1662), *A Treatise on Taxes and Contributions*. In author's *Econ. Writings*, vol. 1, 1899, pp. 1 – 97. (1940), Трактат о налогах и сборах. *Экономич. и статистич. работы*. М., с. 3 – 78.

Уиттекер Э., Робинсон Г. (1924, англ.), *Математическая обработка результатов наблюдений.* М., 1935.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1972), Daniel Bernoulli's work on probability. In Kendall M. G., Plackett R. L., Editors (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 105 – 132.

--- (1973), Mathematical treatment of astronomical observations. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 11, pp. 97 – 126.

Bejar J. (1956), Regresión en mediana y la programación lineal. *Trabajos de estadistica*, t. 7, pp. 141 – 158.

Boscovich R. J. (manuscript No. 62), *De calculo probabilitatum que respondent diversis valoribus summe errorum post plures observationes* … Boscovich Archive, Dept of rare books and special collections, Univ. of California.

--- (manuscript No. 65, 1765), *Breve memoria sul lotto di Roma*… From the same Archive.

--- (1758, in Latin), *Philosophiae naturalis theoria*. Chicago – London, 1922. Latin and English.

Bowditch N. (1809), Observations of the comet of 1807. *Mem. Amer. Acad. Arts and Sci.*, vol. 3, pt 1, pp. 1 – 17.

Condorcet M. J. A. N. Caritat de (1788), Des impôts volontaires, et des impôts sur le luxe. *Oeuvres*, t. 8. Paris, 1847, pp. 387 – 406.

Eisenhart C. (1961), Boscovich and the combination of observations. In Whyte (1961, pp. 200 – 213).

Estienne J. E., Этьен (1890), Etude sur les erreurs d'observation. *Rev. Artill.*, t. 36, pp. 235 – 259). (1895), Исследование ошибок наблюдения. *Артилл. Ж.*, № 8, с. 703 – 723.

--- (1926 – 1927), Introduction a une théorie rationelle des erreurs d'observation. *Rev. Artill.*, t. 97, pp. 421 – 441 and t. 98, pp. 542 – 562; t. 100, pp. 471 – 487.

Farebrother R. W. (1993), Boscovich's method for correcting discordant observations. In P. Burnsill-Hall, Editor (1993), *R. J. Boscovich.* Roma, pp. 255 – 261.

--- (1999), *Fitting Linear Relationships*. New York.

Gleinsvik P. (1967), The generalization of the theorem of Jacobi. *Bull. Géod.*, t. 85, pp. 269 – 281.

Grattan-Guinness I. (1970), Fourier's anticipation of linear programming. *Oper. Res. Q.*, vol. 21, pp. 361 – 364.

Helmert F. R. (1868), *Studien über rationelle Vermessungen im Gebiete der höhern Geodäsie*. Dissertation. Leipzig. Also in *Z. Math. Phys.*, Bd. 13, pp. 23 – 120, 163 – 186.

--- (1905), Über die Genauigkeit der Kriterien des Zufalls bei Beobachtungsreihen. *Sitz. Ber. Kgl Preuss. Akad. Wiss.*, Phys.- Math. Kl., Hlbbd 1, pp. 594 – 612. Reprint (1993), *Akademie-Vorträge*. Frankfurt am Main, pp. 189 – 208.

Herschel W. (1805), On the direction and the motion of the Sun. *Scient. Papers*, vol. 2. London, 1912, pp. 317 – 331.

Hill E. (1961), Biographical essay of R. J. Boscovich. In Whyte (1961, pp. 17 – 101).

Jacobi C. G. J. (1841), Über die Bildung und die Eigenschaften der Determinanten. Leipzig. *Ostwald Klassiker* No. 77, 1896, pp. 3 – 49.

Laplace P. S., Лаплас П. С. (1792), Sur les degrés mesurés des méridiens et sur les longueurs observées du pendule. *Oeuvr. Compl.*, t. 11. Paris, 1895, pp. 493 – 516.

--- (1799), *Mécanique céleste*, t. 2. *Oeuvr. Compl.*, t. 2. Paris, 1878.

Translation by **N. Bowditch** (1832), *Celestial Mechanics*, vol. 2. New York, 1966.

--- (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.

--- (1818), *Théorie analytique des probabilités*, Supplément deuxième. *Oeuvr. Compl.*, t. 7. Paris, 1886, pp. 531 – 580.

--- (speech 1819, published 1868), Sur la suppression de la loterie. *Oeuvr. Compl.*, t. 14. Paris, 1912, pp. 375 – 378.

Maire C., Boscovich R. J. (1770), *Voyage astronomique et géographique dans l'Etat de l'Eglise.* Paris.

Markovic Z. (1970), Boskovic Rudjer. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 326 – 332.

Montmort P. R. (1708), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Paris, 1713. Reprint: New York, 1980.

Waterhouse W. C. (1990), Gauss' first argument for least squares. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 41, pp. 41 – 52.

Whyte L. L., Editor (1961), *R. J. Boscovich. Studies of His Life and Work.* London.

VI

Дж. Б. Эри

Речь на годичном собрании Королевского астрономического общества 8 февраля 1850 г. при награждении почётной медалью Отто фон Струве

G. B. Airy, An address delivered at the annual general meeting
of the Royal Astronomical Society Febr. 8, 1850,
on presenting the honorary medal to Otto von Struve.
Mem. Roy. Astron. Soc., vol. 19, 1950, pp. 271 – 283

В отчёте нашего Совета вам было сообщено, что медаль нашего Общества присуждена Отто фон Струве за его работу (1844), и теперь моя приятнейшая обязанность указать вам на вопросы, к которым относится эта работа, на необходимость новых исследований, на мастерство и тщательность исследований О. Струве и, одним словом, на почётные требования, которые выбор темы и метода её обработки поставили перед Обществом.

1. **1.** Вообще тема прецессии всегда представлялась мне в высшей степени интересной для физической астрономии. Прецессия была обнаружена в качестве астрономического факта в самый ранний период научной астрономии. Её существование было признано и её численное значение удовлетворительно измерено астрономами последующих лет. Но век проходил за веком, а ни один смертный не имел ни малейшего понятия о её причине. Она представлялась совершенно несомненно существующей аномалией, закон которой был вполне ясен, но он не имел отношения ни по форме, ни по возможным причинам ни с каким известным явлением.

Казалось, что теория Коперника нисколько не способствовала её объяснению. Можно представить себе вихри, несущие планеты вокруг Солнца, но не было придумано никакого вихря, который мог бы постепенно изменять положение земной оси, необходимое для объяснения прецессии. Ньютон, основательно знакомый с механикой Галилея, мощный в применении нового анализа, который он уже изобрёл, готовый отыскивать более новые методы как только они становились необходимыми, – Ньютон подробно исследовал с механической точки зрения основные законы механики планет и главные пертурбации Луны и полностью объяснил их своей теорией гравитации.

Но для этих объяснений потребовалась лишь часть теории. Достаточно было считать притяжение и склонность к нему каждого тела Солнечной системы закреплёнными в её центре. Было достаточно по отношению к законам механики, участвующим в этом исследовании, считать движущиеся тела точками. Остановись Ньютон на этом, объяснение прецессии, фигуры Земли и приливов было бы упущено.

После столь долгого срока [со времени Ньютона] я не могу не восхищаться общностью идеи, которая подсказала ему, что центр планеты не может обладать никаким особым свойством за исключением сочетания всех её частей равно как и неуклонной твёрдости, с которой он сохранял эту идею, и математической прозорливостью, с которой он понял, что одним из её последствий должно быть достаточное объяснение прецессии и сопутствующих явлений. Но в какой форме оно должно было быть представлено?

В наше время общепринятое объяснение прецессии, исходящее от механических причин, является одной из самых трудных известных мне практических задач. Когда Ньютон впервые описывал его, он использовал очень простую аналогию с движением плоскости лунной орбиты, и я полагаю, что это до сих пор является простейшим возможным примером. При втором случае, в котором он прибегает к вычислениям, как оно и должно было быть, этот пример оставлен и вопрос представлен как относящийся к теории твёрдого тела. Указанная теория была несколько ошибочна, но это не имело значения. Поскольку имелось в виду показать, что явление прецессии в общем объяснено, а её величина вычислена со всей ожидаемой точностью, успех был полный. И я не колеблясь полагаю, что, живи я в то критическое для науки время, я бы считал, что это объяснение прецессии устанавливает истинность теории всемирного притяжения.

2. Среди приложений нашего знания прецессии возможно наиболее поразительным для обычного воображения является её связь с более широкими и грубыми чертами весьма древней хронологии. Звёзды, которые одна за другой с течением веков переходят колюры[1], вполне можно описать словами современного поэта, обращёнными к памятнику другого рода: они

Как циферблат, воздвигнутый волшебным временем,
для счёта времени.

В некоторых случаях этим приложением теории несомненно злоупотребляли и оно всегда сопряжено с возможной значительной неопределённостью. И всё же это единственный источник, который иногда предоставляет нам сведения, когда все иные возможности отпадают.

3. Впрочем, сегодня астроному-практику точное знание закона и величины прецессии более необходимо по другой причине. Ни одно наблюдение никогда не удаётся надлежаще редуцировать, ни один хронометр нельзя исследовать, а места Солнца, Луны или планет и комет нельзя представить в виде, в котором они могли бы быть сравнены с наблюдениями без точного знания прецессии. И именно это фактически привело к необходимости повторных исследований численного значения постоянных прецессии.

4. В этом, как и во всех остальных случаях, встречающихся в философии естествознания, чем точнее становятся наблюдения, тем сложнее оказываются те законы природы, которые необходимо учитывать. И то исследование, которое вначале имело целью лишь подправить численные коэффициенты изученной теории, может привести к открытию или подтверждению подчиненной теории совсем иного типа. Мы увидим, что именно это и происходит в исследовании, которые теперь обсуждается.

5. По общему согласию, определения прецессии, к которым обращались европейские астрономы до появления исследований О. Струве, и которые фактически наиболее широко используются ныне, были проведены Бесселем. Они состояли из двух этапов. Первый подробно описан (1815) и был удостоен премии Берлинской академии; его последнее исправление датировано 18 авг. 1815 г. и прецессия в нём была определена по сравнению с 2429 звёздами с северными полярными расстояниями[2] по Брадлею и прямыми восхождениями 2278 звёзд по двум каталогам Пиацци[3].

Бесполезно беспокоить вас подробностями разделения неба на зоны, а зон – на части, либо другими приёмами, предложенными хорошо известным мастерством автора. Но важно отметить, что Бессель вполне понимал трудности, вносимые собственными движениями звёзд и возможным движением Солнечной системы и что он указал на определённую степень закономерности в расхождении результатов, не все из которых соответствовали предположению Уильяма Гершеля о том, что последнее направлено к созвездию Геркулеса. Бессель надеялся преодолеть эти трудности, сравнивая большое число звёзд. Исходя из расхождений своих наблюдений наклонностей эклиптики во время двух солнцестояний друг с другом, и влияния этих ошибок, он также критически отзывался о возможных ошибках каталога Пиацци.

Непосредственно полученные результаты своего исследования Бессель обработал, обращая должное внимание на различие между общей и лунно-солнечной прецессиями и на основе этого различия определял массу Венеры.

6. Бессель (1819а) опубликовал свой каталог 36 звёзд, основанный на собственных наблюдениях и собственного определения равноденствий и использовании при редукциях нового коэффициента нутации по Линденау (1841). Он (1825) далее привёл новое определение прямых восхождений всех этих звёзд, основанное на наблюдениях со своим новым меридианным кругом, а затем (1826) свёл эти результаты, сравнил их с теми, которые были бы получены по каталогу Пиацци, будь они исправлены нутацией по Линденау, и применил это сравнение для исправления коэффициентов прецессии, найденных им в первом исследовании. Именно эти исправленные коэффициенты он использовал в Таблице (1830); обычно они называются бесселевыми.

7. Из моего отчёта видно, что, хотя первое определение использовало 2400 звёзд, места на одном из концов охваченного периода были фактически установлены по наблюдениям 36 звёзд, и что на результат ощутимо повлияло применение коэффициента нутации, ныне всеобще признаваемый возможно ошибочным.

8. Некоторое время спустя внимание астрономов было особо привлечено к теории собственного движения Солнечной системы. Впервые сформулировал эту теорию Гершель (1783). Он в основном использовал данные Маскелайна о собственных движениях Сириуса, Кастора, Проциона, Поллукса, Регула, Арктура и α Орла по прямому восхождению и Сириуса и Арктура по северным полярным расстояниям и показал, что все эти движения объясняются движением Солнечной системы к созвездию Геркулеса.

Затем он воспользовался 27 собственными движениями 14 звёзд по Лаланду и показал, что 22 из них объяснены тем же образом. Далее, он выбрал 44 других звёзд по Тобиасу Майеру, из которых то же объяснение подходило для 32. Он (1805) снова исследовал эту проблему и установил полюс пересечения видимых траекторий нескольких пар звёзд. Но самым примечательным свидетельством в пользу своего вывода он отыскал следующим образом. Сумма годичных видимых движений Сириуса, Арктура, Капеллы, α Лиры, Альдебарана и Проциона оказалась равной 5.″35, но если принять движение Солнечной системы к точке с координатами $\alpha = 245° 52′30″$ и $90° - \delta = 40° 22′$, и предположить, что все собственные движения звёзд, направленные в эту точку, полностью вызваны движением Солнца, то сумма остаточных собственных движений звёзд будет составлять лишь 0.″96.

9. Мне нет необходимости подробно рассказывать как некоторые астрономы, например Прево и Клюгель, поддержали эту теорию, а другие, как Маскелайн, Буркхардт и Линденау, усомнились в ней. Бессель (1818, § 12) привёл ряд чисел, определяющих направление собственных движений 71 звезды (включая все звёзды, исследованные в этом сочинении с годичным собственным движением в 0.″5) и просто заметил, что они не подтверждают теорию Гершеля.

Его исследование не было существенно дополнено до Аргеландера (1837), основой труда которого был его собственный замечательный каталог (1835) 560 звёзд на 1830 г. с соответствующими собственными движениями. Из них 390 оказались подходящими для его цели, и он предложил обработать их собственные движения по методу наименьших квадратов.

Первый вопрос заключался в том, что именно считать остаточной погрешностью, минимальную сумму квадратов по всем звёздам? Он принял угол (выраженный в градусах, не превышающих ± 180°) между собственным движением звёзды и большим кругом, соединяющим звезду с полюсом Солнечного движения, умноженный на синус расстояния звезды от этого полюса без учёта величины собственного движения или яркости звезды. Результатом, исправленным за счёт некоторых ошибок (1839), было место полюса движения Солнца $\alpha = 259° 52′$, $90° - \delta = 57° 31′$.

Lundahl (*Astron. Nachr*., No. 398) применил тот же метод для сравнения со 147 звёздами каталога Понда 1112 звёзд, не включённых в каталог Аргеландера, и его результат оказался существенно иным, особенно по склонению. Подобает упомянуть, что Galloway (1847), уже после публикации награждаемой работы О. Струве, применил метод Аргеландера к южным звёздам и его прямое восхождение оказалось больше, а полярное расстояние меньше, чем у последнего.

Положение, сложившееся к началу исследований О. Струве, теперь может быть хорошо понято. Определение прецессии, хотя и несомненно хорошее, вероятно могло быть исправлено. Всеобщее внимание привлёк новый элемент редукции. Свидетельство о его существовании, а именно элемента, выражаемого измеряемой или определяемой величиной, стало слишком сильным и им нельзя было пренебрегать. В то же время форма последних исследований, основанных на измерении погрешностей угловыми величинами и совершенно не учитывавшая вероятные расстояния могло не удовлетворять каждого.

10. Трудности исследования О. Струве, если учитывать их полностью, почти сбивают с толку. […]

18 – 19. Окончательным результатом было значение 50.″235 для коэффициента общей прецессии. Таким образом, приняв годичный параллакс средней звезды первой величины равным 0.″2, оказалось, что годичное движение Солнца составляло 1.5 радиуса земной орбиты. Это линейное движение видимо меньше, чем у звёзд в целом. […]

21. Я углубился в необычные подробности в исследовании О. Струве, поскольку чувствовал, что в противном случае вряд ли смог бы объяснить его особые достоинства. Грубо говоря, задача определения прецессии весьма проста, однако, с учётом этих незначительных обстоятельств, проявляющихся лишь в крупных массивах тончайших наблюдений, она исключительно сложна. Я не сомневаюсь, выражая своё собственное мнение, что О. Струве пытался преодолеть различные представлявшиеся трудности, и философские, и математические, правильнее, чем в любых других известных мне работах по этой же теме.

Два исследования О. Струве, относящиеся к определению направления и величины движения Солнца, мне представляются превосходными, но третье исследование, выявляющее величину неопределенности в результате с простительной или вероятной ошибкой, по моему убеждению ещё ценнее. Я уважаю рационально сомневающегося в естественно-научной области так же, как Нибура[4] в истории, как того, кто только и сможет по всей видимости наконец выстроить прочный фундамент для надёжной надстройки.

22. Из сказанного мной вы должны были представить себе, что по моему мнению тема ещё не исчерпана полностью. Прежде всего я укажу, что замечание о влиянии постоянной ошибки, влияющей на склонения всех звёзд одним и тем же образом, наводит на мысль об уместности исследования влияния погрешности, которая воздействует на половину звёзд одним образом, а на другую половину – иначе, ибо подобная погрешность действительно существует при редуцировании положения звёзд при неверно принятой нутации.

Во-вторых, я полагаю, что не пройдёт многих лет до того, как станет практически возможным сравнивать результаты наблюдений, произведенных в обе эпохи при помощи круговых инструментов. Действительно, я плохо верю в то, что результаты наблюдений квадрантом могут быть свободны от постоянной ошибки, достаточно крупной, чтобы серьёзно испортить окончательные выводы.

В третьих, я был бы рад видеть результаты сравнения наблюдений звёзд, которые не были бы явно ограничены одним типом, как, например, двойными звёздами. После исследований О. Струве были собраны более обширные надёжные данные, ибо должен указать, что мы заметили его работу с особым запозданием. Частично это произошло ввиду обычной задержки в публикации и распространении иностранных мемуаров, частично ввиду времени, необходимого для тщательного чтения работы подобного объема, однако в основном ввиду занятия астрономов, членов нашего Общества и не входящих в него, замечательным планетным открытием последних лет[5].

23. Впрочем, эти строки целиком направлены в будущее и не имеют ничего общего с нашим мнением о достоинствах рассматриваемого труда или на притязаниях[6] на самое тёплое выражение его высокой оценки нашим Обществом. Я уверен, что те, кто смог разобраться в отчёте, который я постарался представить о состоянии наших знаний по рассматриваемой теме, о мастерстве и осторожности, с которыми они изучены и об особой ценности полученных результатов, отрицательных и положительных, – те согласятся со мной в том, что по двум наиболее интересным астрономическим темам (прецессия равноденствия и движение Солнца) О. Струве дал миру мемуар важнейшего характера, достойный сам по себе и делающий честь имени его автора[7]. Медаль Общества, и я уверен, что с вашим полным согласием, я передам от имени Общества нашему Министру иностранных дел для передачи Отто фон Струве.

Примечания

1.Колюр – один из двух больших кругов, пересекающихся в полюсах и проходящих через точки равноденствия или солнцестояния на эклиптике. О. Ш.

2. Полярное расстояние – это дополнение склонения до 90° (= 90° – δ). О. Ш.

3. Ниже Эри дважды упоминает каталог Пиацци в единственном числе. О. Ш.

4. Нибур – немецкий историк античности начала XIX в. О. Ш.

5. В 1846 г. была открыта планета Нептун. О. Ш.

6. Разумеется, притязания никак не относились к самому О. Струве. О. Ш.

7. В исключённом нами § 13 Эри сообщает, что О. Струве исключил из своего исследования семь звёзд с особо большими собственными движениями. Много позже Каптейн и др. (1918, с. 13) подчёркнуто заявили, что так поступать нельзя. Исключение отклоняющихся наблюдений очень часто спорно, а в случае звёзд следует рассматривать совместно только те, которые принадлежат к одному и тому же спектральному классу; в 1918 г. изучение этих классов только началось. О. Ш.

Библиография

Argelander F. (1835), DLX [560] stellarum fixarum positiones mediae ineunte anno 1830. Helsingfors.

--- (1837), Über die eigene Bewegung des Sonnensystems. *Mém. présentés à l'Acad. Imp. Sci. St.-Pétersb. par divers savans* (*Mém. savans étrangers*), t. 3, No. 5

– 6, pp. 501 – 605. Also (1839 – 1840), *Astron. Nachr.*, Bd. 16, No. 363 – 364, pp. 43 – 55; Bd. 17, No. 398, pp. 209 – 215.
Bessel F. W. (1815), Untersuchung der Größe und des Einflusses des Vorrückens der Nachtgleichen. *Abhandlungen*, Bd. 1. Leipzig, 1876, pp. 262 – 285.
--- (1818), *Fundamenta Astronomiae*. Königsberg.
--- (1819a), Bestimmung der geraden Aufsteigung der 36 Maskelyne'sche Fundamentalsterne für 1815. *Abh. d. Berlinischer Akad. Wiss.* 1818 – 1819, math. Kl. Also (1819b):
--- (1819b), Nouvelle détermination des AR de 36 étoiles de Maskelyne. *Corr. Astron.*, p. 264 –
--- (1825), Neue Untersuchungen über die geraden Aufsteigungen der 36 Fundamentalsterne. *Abh. d. Berlinischer Akad. Wiss.*, math. Kl., p. 23 – 36.
--- (1826), Über die Abänderung, welche die Bestimmung der Vorrückung der Nachtgleichen durch die Königsberger Fundamental-Cataloge erhält. *Astron. Nachr.*, Bd. 4, No. 92, p. 401 –
--- (1830), *Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum ab anno 1750 usque ad annum 1850 computatae. Königsberg.*
Galloway T. (1847), On the proper motion of the Solar system. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, pp. 79 – 110.
Herschel W. (1783), On the proper motion of the Sun. *Scient. Papers*, vol. 1. Bristol, 1912 [reprint: London, 2003], pp. 108 – 130.
--- (1805), On the direction and motion of the Sun. Ibidem, vol. 2, pp. 317 – 331.
Kapteyn J. C. (1909), Recent researches in the structure of the universe. *Annual Report Smithsonian Instn* for 1908, pp. 301 – 319.
Kapteyn J. C., Van Pijk P. J., Weersma H. A. (1918), The secular parallax of the stars of different magnitudes, Galactic latitudes and spectrum. *Publ. Astron. Lab. Groningen* No. 29.
Lindenau B. (1841), Versuch einer neuen Bestimmung der Nutations- und Aberrations-Constanten aus beobachteten Geraden Aufsteigungen der Polaris. *Abh. d. Berlinischer Akad. Wiss.*, pp. 1 – 64.
Sheynin O. B. (1984), On the history of the statistical method in astronomy. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 29, pp. 151 – 199.
Struve F. G. W. (1827), *Catalogus novus stellarum duplicum*. Dorpati.
--- (1830), Disquisitio de refractione astronomica, stellarum que primariarum declinationibus et ascensionibus rectis, quales sequintur ex observationibus anni 1822 ad 1826. *Observationes astronomicas Dorpatensis*, t. 6. (nov. ser. t. 3). Упомянуто в одном из выпущенных нами параграфов.
Struve O. (1842), Bestimmung der Constante der Präecession mit Berücksichtigung der eigenen Bewegung des Sonnensystems. Pétersburg. Also (1844):
--- (1844), Same title. *Mém. Acad. Imp. Sci. St.-Pétersb.*, 6ème ser. Sci. math., phys. et natur, t. 5 (sci. math. et phys., t. 3), pp. 17 – 124.

VII

Дж. Л. Кулидж

Роберт Эдрейн и начала американской математики[1]

J. L. Coolidge, Robert Adrain and the beginnings of American mathematics.
Amer. Math. Monthly, vol. 33, 1926, pp. 61 – 76

[1] Роберт Эдрейн родился в Каррикфергюсе (Ирландия) 30 сентября 1775 г. Его предки, по крайней мере со стороны отца, были, видимо, гугенотами; во всяком случае, это засвидетельствовал его внук, Elbert Adrain Brinkerhoff (1891), а анонимный биограф (1844), с чьим очерком согласились почти все исследователи, даже указал, что отец Роберта, умерший в 1790 г., выехал из Франции после отмены Нантского эдикта. Если так, то выехал он вероятно после этого прискорбного события 1685 г.!

Во всяком случае, отец оценил талант Роберта и обеспечил ему наилучшее возможное образование, так что, когда мальчик, будучи в 15-летнем возрасте, остался без отца, он смог содержать себя, открыв школу. Более того: школа оказалась успешной, ибо вскоре он стал частным учителем в доме чиновника по имени Мортимер. Эта работа внезапно прервалась при ирландском восстании 1798 г.[2], когда Мортимер пошёл воевать за короля, а Эдрейн стал офицером повстанцев, за голову которого была обещана награда.

Это затруднительное состояние закончилось с гибелью Мортимера в бою, Эдрейн же был так тяжело ранен выстрелом в спину одного из собственных солдат, что его посчитали мёртвым и оставили в поле, причём большинство поверило рапорту о его смерти. Добрые друзья выходили его, и он с громадным трудом смог сбежать в США с женой и младенцем-дочерью.

[2] В Нью-Йорке свирепствовала холера[3], но он нашёл готовое убежище в Принстоне, в доме вдовы офицера, своего прямого начальника в Ирландии, Тоуна (Hageman 1879, p. 197). В Ирландии был Эдрейн учителем, учителем же он стал в Америке, в академии в Принстоне. Имеются сведения, что он преподавал неплохо и не стеснялся прибегать к розгам (там же, с. 212).

Через два или три года он переехал в Йорк, в штате Пенсильвания, став ректором местной академии, а в 1805 г. – ректором академии в Рединге в том же штате. Работы по математике, которые он опубликовал, занимая эту последнюю должность, были благоприятно встречены и в 1809 г. ему предложили профессуру по математике в Рутгерсе (в то время Куинс колледж) в Нью- Брансуике в штате Нью-Джерси.

В 1910 г. колледж присудил ему степень магистра искусств и вероятно надеялся, что Эдрейн останется у них неопределённо долго, но произошло иначе: в 1813 г. он принял приглашение на ту же должность в Колумбийском университете в Нью-Йорке. Я не могу сказать, как называлась его кафедра. В общем каталоге этого университета он до 1820 г. числится профессором математики и естественной истории, затем профессором математики и астрономии.

Тем не менее, в некоторых опубликованных работах он называл себя профессором математики и естественной философии, и все его биографы придерживаются этого более правдоподобного названия. Университет присудил ему степень доктора прав (L. L. D., legum doctor, Doctor of Laws). В 1812 г. он был избран членом Американского философского общества в Филадельфии, годом позже – членом Американской академии искусств и наук в Бостоне.

[3] Эдрейн никак не мог пожаловаться на недостаточную оценку своих научных работ этого периода, но остаётся под вопросом, был ли он столь же успешным учителем. В 1874 г. доктор Бенджамин Хайт из выпуска 1828 г. написал о нём[4]:

Тому, кто тщательно подготовился к занятиям, всё было хорошо, но если студент сомневался или нуждался в некотором пояснении при решении трудной задачи, он не только не получал никакой помощи, а отправлялся на своё место от доски с замечанием типа "Если ты, дорогуша (выражение, которое Эдрейн часто употреблял когда выходил из себя), не способен понять Евклида, я не смогу объяснить тебе этого".

В результате лишь небольшая часть студентов могла усваивать его курс. Тех, кто поступил в колледж хорошо подготовленным в началах математики и очень прилежно учил его лекции, было не более пятой части моего класса. Должен, однако, добавить, что к тем, кто [дополнительно] занимался с Эдрейном частным образом, он всегда был любезен в обращении, готовым отвечать на их вопросы и помогать им преодолевать трудности.

Его портрет, ныне принадлежащий Колумбийскому университету, видимо нарисовал в то время ирландский художник Ингхем, а фотография с него помещена в этом выпуске журнала. Два других обстоятельства, происшедших в то время, я упоминаю условно. Анонимный биограф (1844, с. 648) сообщает, что вскоре после избрания Эдрейна в упомянутые выше научные общества, его также избрали в несколько европейских философских обществ. Этого я никак не смог подтвердить и замечу лишь, что подписывался Эдрейн не указывая подобного членства, хотя и добавлял к своему имени L. L. D., F. A. P. S., F. A. A. S. [доктор прав, член Американского философского общества, член Американской ассоциации по распространению науки] и т. д. Мне также не удалось подтвердить утверждения Бринкерхофа (там же, с. 457), что примерно в 1817 г. Эдрейн вступил в переписку с Лапласом[5].

Эдрейн оставался в Колумбийском университете до 1826 г., и мы не знаем, почему он ушёл. По причинам, приведенным ниже, утверждение о том, что здоровье жены потребовало переезда в сельскую местность, следует воспринять настороженно. Он вернулся в Нью-Брансуик на свою прежнюю профессорскую должность, но пробыл там всего год, затем принял профессуру по математике в Университете Пенсильвании. До окончательного решения имела место его обширная переписка с правлением университета, копию которой нам любезно выслал Осборн, см. также Campbell (прим. 4).

[4] Эдрейн как раз купил новую ферму, и его семья решительно отказывалась переезжать, к тому же Эдрейн чувствовал некоторый долг перед колледжем (университетом?) Рутгерс. Но в конце концов всё было улажено, и он отправился в Филадельфию, оставив семью или её часть наслаждаться жизнью на ферме. Его [годовой] оклад составлял 2500 долларов.

В 1828 г. Эдрейн стал вице-ректором (Vice Provost) и оставался в Филадельфии до 1834 г. Анонимный биограф (1844) сообщает, что он ушёл по состоянию здоровья жены, но, к сожалению, документы говорят иное[6]. 10 апреля [1834 г.] Эдрейн пожаловался *Почётным членам правления*, что студенты младшего класса стали шумливыми и необузданными. Причины он не знал и видимо не имел понятия как быть.

Правление назначило тройку для переговоров с преподавателями. В своем отчёте она указала, что беспорядок в классах Эдрейна продолжался некоторое время, что он, видимо, не был способен справиться с ним, а другие преподаватели не смогут помочь ему, что опасное состояние может распространиться на другие классы и что положение невыносимо. Вывод был неизбежен, и 2 мая 1834 г. Эдрейн подал в отставку, а правление приняло весьма великодушную резолюцию, выражавшую крайнее сожаление потерей столь заслуженного профессора.

Интересно быть может перечислить дисциплины, которые Эдрейн преподавал в 1829 г. в Пенсильванском университете[7].

Первый год обучения. Повторение арифметики; алгебра, включая квадратные уравнения; Евклид

Второй год. Алгебра и геометрия полностью; приложение алгебры к геометрии; плоская и сферическая тригонометрия; топографическая съёмка; измерения

Третий год. Аналитическая геометрия включая конические сечения; дифференциальное исчисление; перспективная география [картографические проекции]; применение глобусов и карт

Четвёртый год. Интегральное исчисление; аналитическая динамика; физическая география

Поистине примечательная программа, изучать которую должны были все студенты!

[5] Покинув Филадельфию и оставив семью в Нью-Брансуик, Эдрейн странным образом отправился в Нью-Йорк и в 1836 – 1840 гг. преподавал в элементарной (grammar) школе Колумбийского колледжа. Имея в виду его высокое положение как математика и недавний провал как учителя, это было действительно преходящим странным эпизодом и долго он не продолжался. В 1840 г. Эдрейн вернулся в Нью-Брансуик и умер там 10 августа 1843 г. на 68-м году жизни.

В Ирландии Эдрейн женился на Анне Поллок и у них родилось семеро детей. Маргарита, родилась в Ирландии, так и не вышла замуж; Мария Мур, вышла за ученика отца, Дж. Н. Бринкерхофа; Джон, уехал в Огайо; Сара, вышла замуж за Э. П. Стинсона; Роберт, закончил Рутгерс в 1827 г. и продолжал жить в Нью-Брансуик; Элиза, вышла замуж за Питера Уиллиамсона; и Гарнетт Боудитч[8], закончил Рутгерс в 1833 г. и стал членом Конгресса в 1856 – 1860 гг.

[6] Теперь пора перейти от описания жизни Эдрейна к его математическому творчеству[9]. Оно началось сразу как только стало возможным, через пять лет после прибытия сюда. Действительно, он был одним из самых ранних авторов в первом математическом журнале *Mathematical Correspondent*, появившимся здесь в стране. Редактором его был Джордж Берон (Нью-Йорк, 1804), девизом которого было

Вдохновлять молодых людей любовью к математическим знаниям, привлекая их внимание к решению приятных и курьёзных задач и содействовать развитию математики открытием отдушины для легко доступной передачи открытий и улучшений…

Как можно было ожидать, журнал в основном содержал задачи, что не было особым отличием. Столетием раньше [английский журнал] *Ladies' Diary* начал публиковать вопросы и ответы математического характера, и я сомневаюсь, что какой-либо исключительно математический журнал до Берона был существенно иным[10]. Неплохо вспомнить, что строгий *Journal für die reine und angewandte Mathematik* помещал задачи и теоремы (*Aufgaben und Lehrsätze*) даже вплоть до 1838 г.

Свой первый номер Берон, как снова можно было ожидать, начал со своей собственной длинной поучающей статьи о пропорциях в арифметике. За ней последовали одна или две краткие статьи и вопросы. В четвёртом вопросе требовалось определить вместимость полусферической оболочки заданных размеров и её решение в следующем номере, видимо, оказалось первой опубликованной математической работой Эдрейна. Впоследствии он ответил и на все последующие вопросы за исключением содержащихся в одном выпуске.

Первые вопросы были достаточно элементарными, хотя иногда забавными. Одна из них обещающе начиналась на с. 186: *Пять политических бродяг, A, B, C, D и E, вывозятся из Нью-Йорка*. Затем качество повысилось и появился материал другого вида. На с. 103 Эдрейн опубликовал *Исследование о движении судна, который направлялся на определённый румб*. Он внимательно читал Лапласа и до конца своих дней интересовался Землей как вращающимся жидким сфероидом, находящимся в равновесии. И если судно направляют строго либо на север или юг, либо на запад или восток, равновесие между центробежной силой и притяжением Земли нарушается и судно начнёт сносить в направлении, перпендикулярном требуемому.

В статье 19 Эдрейн представил поистине замечательную задачу о кривой, назвав её *catenaria volvens*. Её форму без учёта силы тяжести принимает вращающаяся с постоянной угловой скоростью однородная, гибкая, не упругая нить, закреплённая в двух точках. Ныне эта задача весьма часто встречается в книгах об эллиптических функциях. Никаких предшественников Эдрейна я не смог найти; после того, как он её рассмотрел и показал, как её исследование приводит к эллиптическим интегралам (которые он, естественно, не смог вычислить), кривая была забыта до 1860 г., когда её вновь рассмотрел Клебш (1860, p. 93ff), не слыхавший ни об Эдрейне, ни о журнале *Mathematical Correspondent*, см. также Maredongo (1892).

Из публикаций Эдрейна в *Math. Corr.* наиболее известен его *Взгляд на алгебру Диофанта*, которую он не совсем подходяще определяет как

метод определения таких рациональных значений одной или нескольких неопределённых количеств, любая функция которых может стать рациональным квадратом.

Его очерк занимает около 50 страниц. На первых 30 поясняются общие известные методы, после которых решаются специальные задачи. Такова была первая появившаяся в стране статья по указанной ветви арифметики.

[7] Журнал, однако, был обречён. Некоторые авторы были, мягко говоря, дерзки; худшим из них был некто, подписывавшийся A. Rabbit (Кролик), который указывал в своём адресе вначале Harlaem возле Нью-Йорка [Harlem, теперь в самом городе], затем Uncle Sam’s Downbelow[11]. Более серьёзным было нежелание многих подписчиков расплачиваться; с подобным затруднением сталкивались не только математические журналы. Даже запоздалая гравюра печального выражения лица самого Берона не спасла положения.

И тут Эдрейн принял на себя главный удар. В 1807 г. он опубликовал первые листы второго тома, включая последние 20 страниц своей статьи об алгебре Диофанта. Его попытка оказалась почему-то безуспешной: весь этот материал был перепечатан в его собственном новом журнале *The Analyst, or Mathematical Companion*, Филадельфия, 1808[12]. Во многих отношениях он походил на своего предшественника, однако дерзкие и поэтические статьи были исключены, а качество заметно улучшено.

Помимо окончания статьи об алгебре Диофанта первый номер включал краткий и неинтересный очерк редактора о пользе математики и первую серию вопросов. Они были решены во втором номере и в нём же помещалась статья Эдрейна о применении логарифмов при решении сложных экспоненциальных уравнений и некоторые новые задачи, включая такую довольно привлекательную: *В какой день года видимый диаметр Солнца возрастает всего быстрее*?

В третьем номере Эдрейн опубликовал дискуссию о кривых, которые он назвал *изотомными*. Задано множество плоских кривых, проходящих через одну и ту же точку и имеющих в ней общую касательную. Совокупность точек, пересекающих их на равных дуговых (arcual) расстояниях [очевидно, от общей точки], названа *изотомной* кривой данного множества кривых. В частности, Эдрейн рассмотрел пучок касательных окружностей и спираль, уравнение которой в полярных координатах имело вид

$$\rho = k\frac{\sin\varphi}{\varphi}.$$

Он довольно подробно исследовал соответствующие разложения в ряды, сослался на Бернулли и Дж. Ландена[13], а затем показал при помощи искусного геометрического рассуждения, что площадь [ограниченная этой кривой] конечна, а длина [кривой] бесконечна.

В четвёртом номере Эдрейн участвовал иным образом: он обобщил довольно простую задачу:

Какова кратчайшая кривая, ограниченная противоположными сторонами прямоугольника, проходящая через данную точку внутри него и делящая его на части заданной площали?

Его рассуждение здесь было несомненно искусным, и он выказал поразительное знание изопериметрической задачи.

[8] Впрочем, этот номер журнала всегда будет достопримечателен по другой причине. В № 2 Роберт Паттерсон сформулировал задачу на приз: как исправить измерения [замкнутого] многоугольника, длины и направления последовательных сторон которого заданы, но который после вычислений остаётся разомкнутым? В № 4 Боудитч предложил решение, основанное на определённых не очень убедительных предположениях, Эдрейн же рассмотрел эту задачу на гораздо более высоком уровне.

Каким общим законам, спрашивал он, будут следовать погрешности измерений? Какова вероятность ошибки ξ в линии длиной X? Пусть[14] измеряются две величины, истинные значения которых равны X и Y; какова вероятность, что ошибки окажутся при этом равными ξ и η,

$$\xi + \eta = C? \qquad (1)$$

Эдрейн посчитал очевидным, что наиболее вероятна пропорциональность этих ошибок измеряемым величинам,

$$\frac{\xi}{x} = \frac{\eta}{y}. \qquad (2)$$

Пусть теперь $\varphi(\xi; X)$ будет вероятностью ошибки ξ в первом измерении. Если полагать оба события независимыми, что противоречит его допущению (1), то вероятность их совместного осуществления окажется равной произведению их вероятностей, так что максимизируемой функцией будет $\varphi(\xi; X)\ \varphi(\eta; Y)$. Приравняв её логарифмическую производную нулю, имеем

$$\frac{\varphi'(\xi; x)}{\varphi(\xi; x)} d\xi + \frac{\varphi'(\eta; y)}{\varphi'(\eta; y)} d\eta = 0,\ d\xi + d\eta = 0, \qquad (3, 4)$$

$$\frac{\varphi'(\xi; x)}{\varphi(\xi; x)} = \frac{\varphi'(\eta; y)}{\varphi'(\eta; y)} \text{ если } \frac{\xi}{x} = \frac{\eta}{y}. \qquad (5, 2)$$

Простейшим решением будет

$$\frac{\varphi'(\xi; x)}{\varphi(\xi; x)} = C\frac{\xi}{x},\ \varphi(\xi; x) = r\exp[-d\xi^2 / x]. \qquad (6, 7)$$

Мы видим здесь первое известное доказательство экспоненциального закона ошибок, год спустя опубликованного Гауссом и обычно называемое по его имени[15]. Число так называемых доказательств закона Гаусса весьма велико; ни одно из них не является совершенно убедительным, все они основаны на более или менее произвольных допущениях. Сам этот закон конечно же нельзя считать строго верным, и вообще общего закона случайных ошибок не существует.

Можно пойти дальше и сказать, что вывод Эдрейна ни в коем случае не является лучшим из предложенных, что вовсе не удивляет. С другой стороны, я не уверен, что сформулированные возражения против него были во всех случаях достаточно обоснованы. Глейшер (1871, особо с. 78), к примеру, указал, что нельзя считать наиболее вероятной пропорциональность между ошибкой и измеряемым расстоянием: *как бы ни измерять, погрешность наверняка должна быть сравнительно меньшей*.

Я не могу согласиться с этим. Вероятность ошибки – отвлечённое число и она не должна изменяться если измеряемая величина и погрешность изменяются пропорционально. Это также следует из самого экспоненциального закона, если он верно сформулирован.

Этот закон не говорит нам, что вероятность ошибки ξ равна $k\exp[-k^2\xi^2]/\sqrt{\pi}$, что нелепо. На самом деле вероятность ошибок, расположенных в бесконечно малой области $\xi \pm ½d\xi$ на бесконечно малую величину более высокого порядка отличается от $k\exp[-k^2\xi^2]d\xi/\sqrt{\pi}$. Умножая и ξ и $d\xi$ на r, мы должны будем одновременно разделить k на r, и вероятность не изменится. Глейшер также указал, что из соотношения (5) следует лишь [после исправления опечатки], что

$$\varphi = [\chi(\frac{\xi}{x})]^x. \qquad (8)$$

Это несомненно верно, но Эдрейн прямо заявил, что принял *простейшее* решение, хотя почему оно должно считаться единственным, остаётся загадкой.

Странно, что некоторые читатели доказательства Эдрейна так и не перевернули страницу и не заметили непосредственно следующего второго доказательства. Так случилось с Аббе (1871), однако Мерриман (1876, с. 33) перепечатал его. В прежних обозначениях вероятность ошибок ξ и η в измерениях X и Y принимается равной $\varphi(\xi; X)\cdot\varphi(\eta; Y)$. В плоскости XY появится кривая равных вероятностей, – и если мы предположим, что положительные и отрицательные ошибки равновероятны и погрешность в абсциссе полностью сравнима с ошибкой в ординате, кривая окажется симметричной относительно обеих осей и лишь дважды пересечёт их. Наконец, добавляет Эдрейн, кривая должна быть простейшей из удовлетворяющих этим условиям, т. е. окружностью. Таким образом, $\varphi(\xi; X)\cdot\varphi(\eta; Y)$ максимально если

$$\xi^2 + \eta^2 = \rho^2,\ \frac{\xi}{\rho}d\xi + \frac{\eta}{\rho}d\eta = 0, \qquad (9)$$

и из формул

$$\frac{\varphi'(\xi; x)}{\varphi(\xi; x)}d\xi + \frac{\varphi'(\eta; y)}{\varphi'(\eta; y)}d\eta, \qquad (10)$$

$$\frac{\xi}{\rho}d\xi + \frac{\eta}{\rho}d\eta = 0 \qquad (11)$$

следует (7).

Представляется, что это доказательство явно слабее предыдущего. Утверждение, что кривая *должна быть* простейшей, неудачно. Если закон ошибок существует и мы отыскиваем что-то реально существующее, то нет причин для того, чтобы оно было простейшим. Это тот же вопрос (см. выше) в более резкой форме.

Нет, доказательства Эдрейна далеко не совершенны; возможно, что они – худшие из предложенных. Хоть ни одно из опубликованных доказательств не является совершенным, появление нового не может быть оправдано, если оно в каком-либо смысле не исправляет предыдущего. Ничто не может отнять у Эдрейна заслугу быть первым в непосредственном выводе общего закона распределения погрешностей и его доведения до формулы, всё ещё наилучшей из придуманных, хоть и не совершенной и не всегда применимой. Будет ли преувеличением сказать, что эта формула была первым общим принципом чистой математики, открытым в Америке?

Получив свою формулу для ошибок [измерения], Эдрейн пошёл дальше и вывел классический процесс [принцип] наименьших квадратов примерно в том же виде, в каком его два года раньше опубликовал без доказательства Лежандр (1806) [1805]. Мемуар Лежандра был в библиотеке Эдрейна, который в своём выводе несомненно руководствовался желанием обосновать этот принцип[16].

Далее Эдрейн указал четыре приложения метода наименьших квадратов, а именно: определение точки на прямой по расходящимся наблюдениям; то же для точки в пространстве; определение поправки счислимого положения судна; решение задачи Паттерсона о разомкнутом многоугольнике. Количественные поправки в его решении хорошо согласуются с предложенными Боудитчем. Пятое приложение наименьших квадратов он опубликовал позже, см. ниже.

[9] Остаток первого тома журнала *Analyst* мало интересен кроме быть может заключительной конкурсной задачи Эдрейна: объяснить приливы исключительно влиянием собственного движения и притяжения Земли вне зависимости от действия Солнца и Луны. Никакого решения, естественно, не было опубликовано и задаёшься вопросом, начал ли он когда-либо сожалеть, что предложил эту задачу.

Как и *Math. Corr*., *Analyst* прекратил существование после первого тома. Причину мы не знаем и лишь сожалеем об этом. Заметим, что до 1814 г. никакого другого математического журнала в стране не появлялось. Эдрейну пришлось удовлетворить своё стремление к математическому творчеству иными путями, и он избрал редактирование американского издания курса Хаттона (1798 – 1801), доктора прав, члена Королевского общества, профессора математики в Королевской военной академии.

Если уж английские офицеры сумели освоить этот курс, то их храбрости при Ватерлоо [в 1815 г.] не приходится удивляться. И всё же книга оказалась исключительно популярной и выдержала 13 английских и 4 американских изданий. Странно, что человек, прочитавший Лагранжа, решил редактировать Хаттона. Собственный вклад Эдрейна состоял здесь, в первом издании (Нью-Йорк, 1812), в большом числе действительно полезных примечаний, улучшающих первоначальный текст и двух или трёх замечаний в предисловии.

Одним из них (с. 17) было его определение иррационального числа: *его значение нельзя точно выразить числами, как, например, в случае квадратных корней из 2, 3 и 5*. Эдрейн никогда не сомневался, что эти корни в каком-то смысле действительно существуют. Он, вероятно, согласился бы, что в соответствии с его определением π иррационально и вероятно верил в это; до Эрмита и Линдемана было ещё далеко. В предисловии он указал, что по определению самого Хаттона иррациональными были числа, которые не имели точного значения корня. Заметим, что это означало бы, что иррациональными являлись все простые числа.

Другая деталь, в которой он полагал себя оригинальным (т. 2, с. 556 – 557), было определение колебаний маятника со стержнем, проходящем через свободно вращающийся блок и прикреплённого к телу, более легкому чем груз. Жаль, что примечания чаще встречаются в первом томе, поскольку во втором рассматривались более серьёзные вопросы, часть которых возможно не входила в круг его обычных интересов. Мы не знаем, насколько глубокое отношение он имел к таким темам как *геодезические работы* или *льющаяся потоком жидкость*.

[10] Наши замечания относятся к первому американскому изданию. В третье издание Эдрейн включил очерк о начертательной геометрии, действительно важный для математического обучения в стране. Оценивая его, будем учитывать, что книга Монжа на ту же тему появилась лишь в 1800 г. [в 1798 г.]. Очерк Эдрейна появился в 1822 г., тогда как вплоть до 1828 г. по указанной теме немецких статей не было (Loria, см. Cantor 1908, с. 626)[17].

Его заслуга здесь существенна, поскольку он так рано понял значимость этой дисциплины и чётко и сжато изложил её. К сожалению, приходится рассмотреть вопрос о приоритете. До 1822 г. Эдрейн не включил эту тему ни в одно из своих предыдущих изданий Хаттона. Естественными источниками, из которых, как можно было бы ожидать, он собрал свой материал, были Монж и Лакруа, но на их книги его очерк нисколько не похож. Ни в одном случае две последовательные задачи у Эдрейна не следуют одна за другой у Монжа и только в двух случаях это имеет место относительно Лакруа, и ни в одном случае относительно него нет трех тех же последовательных задач.

Тем не менее, годом раньше профессор Croizet [из военной академии] в Уэст-Пойнте опубликовал начертательную геометрию, и вот совпадающие задачи. Задачи 3, 4, 5, 6; 8, 9, 10; 14, 15, 16, 18 Эдрейна это задачи 1, 2, 3, 4; 5, 7, 8; 9, 11, 12, 13 у Croizet. И далее, при рассмотрении довольно неподходящего вопроса о сферических треугольниках, задачи 1 – 6 Эдрейна совпадают с задачами 1, 2, 3, 6, 5, 4 у Croizet, тогда как ни Монж, ни Лакруа этой темы не касались.

В доказательствах Эдрейна и Croizet нет большого соответствия. Иногда у Эдрейна они схожи, более часто нет; Эдрейн часто приводит более одного доказательства, а Croizet никогда так не поступает. Оба могли воспользоваться источником, которого я не видел, но по моему общему впечатлению Эдрейн видел книгу Croizet, пришёл к мысли добавить очерк о начертательной геометрии в сочинение Хаттона; продумал всю тему по-своему и привёл понравившиеся ему доказательства. Но он должен был как-то упомянуть Croizet, и я полагаю, что они завидовали друг другу.

В 1814 г. Эдрейн попытался возобновить свой *Analyst*; основную часть единственного краткого выпуска составляло алгебраическое объяснение Евклидовой теории пропорций, впоследствии перепечатанное в книге Ryan (1824). Затем были включены 16 задач, в том числе конкурсная: определить, дальше ли устье Миссисипи от центра Земли, чем её исток. И после этого *Analyst* тихо умер.

В 1817 г. Эдрейн опубликовал статью в третьем томе литературного и исторического журнала *Portico*, пять томов которого вышли в свет в Балтиморе. Математический материал содержался только в третьем томе, притом математических статей было немного. Две статьи Эдрейна интересны. В одной из них он определил пропорции цилиндра вращения, который вращался бы неопределённо долго около любой оси, проходящей через его центр[18]. Этот вопрос задал Playfair (1812), который неверно заключил, что таких цилиндров не существует. Другая статья была посвящена дифференциальному уравнению, которое Эдрейн записал в форме флюксий

$$\frac{a\dot{x}+y\dot{x}}{\dot{y}}=x+y-\frac{x\dot{y}}{\dot{x}},$$

добавив (т. 3, 1817, с. 77 и 246), что

Требуется исследовать общее отношение флюент (интегралов) с одной неопределённой величиной и, кроме того, определить частное решение, допускаемое предложенным уравнением и не охватываемое флюентой с произвольной величиной.

Эту задачу он отыскал у F. Emerson, *Fluxions*, и Эдрейн вначале привёл его неверное решение, не отметив ошибочности. Через некоторое время Croizet (там же, с. 406) решил задачу искусно и верно в дифференциальных обозначениях, Эдрейн же (там же, с. 499) опубликовал своё собственное решение в флюксиях. Он привёл и полное, и особое решения и показал, как последнее может быть получено приравниваем нулю дискриминанта первого, рассматриваемого как функция постоянной интегрирования. Это было обычным приёмом, и он сослался на Лагранжа. Но зачем Эдрейн опубликовал это после того, как Лагранж описал общую теорию всех таких уравнений, а Croizet решил рассматриваемое уравнение? Этот эпизод повышает вероятность предположения об их зависти друг к другу.

В 1818 г. Эдрейн покидает *Portico*, чтобы публиковаться в журнале *Scientific Journal*, который Уильям Марат издавал в Нью-Йорке. С февраля 1818 по октябрь 1819 г. в свет вышло только 9 номеров. Этот источник познания содержал обширный популярный и предположительно полезный научный материал, математическая часть была также популярна. Статьи Эдрейна не были интересны; он вряд ли достаточно гордился ими, поскольку подписывался *Analyticus из Нью-Йорка*, а не своим именем[19].

[12] Более серьезны были две статьи Эдрейна (1818a; 1818b). Первая представлялась очень глубокой, и современники так и оценили её. Анонимный биограф (1844, с. 648) пишет о ней:

Искусное, изящное, остроумное и глубокое сочинение, выявляющее разум первого порядка […], *обеспечивающее ему громадную популярность не только у нас, но и за рубежом.*

Эдрейн заслужил больше популярности, чем когда-либо приобрёл и здесь и там, но не за эту статью, интересную и старательно написанную, но вовсе не поразительную. Лаплас и Клеро показали, что если длина секундного маятника на экваторе x, а r – его длина на широте φ, то

$$r = x + y\sin^2\varphi,$$

где y – искомый коэффициент.

Лаплас свёл 15 наблюдений на различных широтах, применив лучшие известные ему методы[20], и вывел сжатие земного эллипсоида равное α = 1/336. Эдрейн уравнял те же наблюдения по методу наименьших квадратов, нашёл, что α = 1/319 и показал, что большое различие в результатах последовало не ввиду различия методов обработки, а от двух ошибок в вычислениях Лапласа. Если избавиться от них, окажется, что по Лапласу α = 2/633 (у Эдрейна, 2/638).

Во второй статье Эдрейн привёл шесть определений *средней* сферы земного эллипсоида, как он назвал её, и показал, что все они приводили к одному и тому же результату[21].

В 1819 г. Эдрейн нашёл новую отдушину. М. Неш издавал в Нью-Йорке *Ladies' and Gentlemen's Diary*. Он объявил, что журнал

Мыслится как ежегодник, включающий разнообразный и в основном оригинальный общеполезный материал по искусству, наукам, сельскому хозяйству, мануфактурам и пр.

Этот план был одобрен шестью математиками, в том числе Эдрейном и Маратом, редактором не существовавшего более *Scientific Journal.* Основу материала составляло то, что можно было найти в любом альманахе, и особо – астрономические данные, но кроме того в новом журнале были полезные и занимательные сведения, поэзия и математика.

Главным в участии Эдрейна были две задачи, ответы на которые он сам и представил в последующих номерах. Первая (в № 1, с. 62) состояла в отыскании закона растяжения равномерной невесомой нити, закреплённой на верхнем конце, к которой внизу был подвешен груз. Вторую он перепечатал из *Analyst*: Находится ли устье Миссисипи дальше от центра Земли, чем её исток? На этот вопрос он ответил положительно в № 3, на с. 53, предположив, что исток расположен не выше одной мили над уровнем моря[22].

[13] В 1822 г. этот журнал закрылся, и Эдрейн взялся за свою последнюю издательскую работу, начав выпускать *The Mathematical Diary*, 13 номеров которого вышло в Нью-Йорке в 1825 – 1833 гг. Точнее, Эдрейн был редактором первых шести номеров (но видимого отличия между №№ 3 и 4 не было), остальных – James Ryan[23]. Первый номер начинался обычными извинениями и [ничем] не примечательным очерком Эдрейна о спрямлении [окружности] и квадратуре круга. Более примечательным было появление рецензии на английский перевод тома по механике, написанного Venturoli (1822, 1823) из Болоньи. Том [номер?] заканчивался задачами обычного типа.

Мы заинтересовались конкурсной задачей № 2 Эдрейна. Скорость течения реки является заданной функцией расстояния от берега. Если лодка может быть приведена в движение с заданной скоростью, то по какому пути она быстрее всего пересечёт реку? Это – вопрос непосредственно из вариационного исчисления и Стронг из колледжа Гамильтон решил его в № 3 классическим методом Эйлера и Лагранжа. Надо полагать, что Эдрейн знал, что делал, задавая этот вопрос, и таким образом был знаком с элементами этого исчисления.

Отказавшись от редактирования, Эдрейн не потерял интереса к журналу. В № 6 он показал, что не забыл и своего раннего увлечения арифметикой, доказав, что две величины,

$$x^2 + xy + y^2 \text{ и } x^2 - xy + y^2,$$

не могут одновременно быть полными квадратами. Он задал другую привлекательную задачу, ответы на которую дали в № 7 помимо его самого Боудитч и Nulty: определить период колебания слегка сдвинутого короткого стержня, находившегося в горизонтальном положении в равновесии на сфере.

В № 8 он ответил на другой вопрос о колебаниях, но серьёзный интерес в нём представляло участие Бенджамина Пирса, студента предпоследнего курса в Гарварде, в дискуссии о движении частицы, катящейся вниз по квадранту эллипса под действием силы тяжести. Этот номер заканчивался конкурсной задачей Эдрейна о катании диска по горизонтальной плоскости, на которую он сам и ответил в № 9. В № 10 Эдрейн ответил на один или два вопроса, самый важный из которых касался физического маятника. Другой вопрос Эдрейна о них появился в № 12, на с. 175. Насколько мне удалось выяснить, он представлял собой последнюю опубликованную им оригинальную математическую работу, хоть и было ему тогда всего 57 лет[24].

[14] Впрочем, он отредактировал ещё одно серьёзное сочинение, а именно опубликовал пересмотренное издание книги Keith (1805), странной смеси Земли и неба, понимаемыми как сферы и представленными глобусами. Книга оказалась помесью трактатов по популярной астрономии и физической географии с обширным объёмом сведений, подобных тем, которые включаются в альманахи. Заключительная часть книги содержала 102 задачи и около трехсот кратких астрономических вопросов.

Эдрейн закончил редактирование в 1826 г., но опубликовано было это издание лишь в 1832 г. Он добавил много примечаний и другой полезный материал, многое и сократил[25]. Иногда его поправки были незначительными. Например, к утверждению автора о том, что Анды – самые высокие горы на Земле, он добавил в примечании, что более высокие горы возможно существуют в Гималаях. В других случаях новый материал был важнее, как в примечаниях о причинах эллиптичности земной орбиты[26] и природе рефракции. Главу в 14 страниц, описывавшую различные предложенные объяснения всемирного потопа, он заменил краткими главами о звёздной астрономии, а астрономические таблицы он изменил и исправил.

[15] Мы можем сожалеть, что человек, обладающий природными способностями Эдрейна, тратит своё время на подобные дела, но следует признать, что здесь, как и в других случаях, он явно исправлял книгу, избранную им для редактирования. С большим удовольствием мы можем сказать, что математическая активность Эдрейна не ограничивалась его опубликованными работами. Он оставил изрядное количество рукописей, которые никто ещё не описал, но о сути которых мы когда-либо узнаем. Профессор Бабб из Пенсильванского университета много лет изучал их и все другие материалы об Эдрейне; после публикации результатов его исследования мы, наконец, получим надлежащую основу для оценки значимости Эдрейна для математики[27].

Но что же мы можем сказать о нём по имеющимся данным? Он был современником Коши, Абеля и Гаусса, биографы которых восхваляли их не более восторженно, что это выпало на его долю. Но было бы кощунственно сравнивать Эдрейна с кем-либо из них. Он проявил мастерство и изобретательность при решении задач, они же обогащали математическую науку длинными мемуарами нетленной ценности. Те были величайшими математиками всех времён, а не только своего времени, и по сравнению с ними Эдрейн выглядит очень плохо. Но разве, в конце концов, допустимо оценивать его таким образом?

По нашим современным стандартам, у него были самые ограниченные возможности знакомиться с литературой, но он использовал то, что мог, наилучшим образом. Он погружался в труды лучших предшествовавших математиков; вряд ли какая-либо отрасль математики не интересовала его, и вряд ли были такие, которой он немного не посодействовал бы. У него не было связей с великими европейскими современниками и его суждение о роли некоторых авторов было иногда ошибочным. Так, в его предисловии к журналу *Analyst* мы находим: *Величайшие математики, как Паскаль, Лейбниц, династия Бернулли,* […], *Эмерсон, Симпсон, Хаттон и Винс*. Но он прилежно поддерживал наилучшие возможные научные контакты в пределах США. Среди своих современников он бесспорно был лучшим американским математиком.

Navigator Боудитча (1902, 1902) был, возможно, одним из самых полезных когда-либо написанных сочинений, а его перевод [*Небесной механики*] Лапласа был великолепной услугой высшему образованию в стране, но он так и не разработал ничего, что можно было бы назвать оригинальной математической теорией. Возможно, что другие лучше обосновали экспоненциальный закон ошибок [наблюдений], но Эдрейн был первым. Его методы диофантова анализа не были новыми, но он доказал несколько относящихся к нему теорем. Решая задачи, он быть может растратил по мелочам свой талант, который был способен заметно способствовать нашей науке, но его задачи были намного интереснее тех, которые предлагали другие авторы. В его время и при его условиях действительно немалым достижением было задавать вопросы о вариационном исчислении и эллиптических интегралах и отвечать на них. Чего он мог бы добиться в более благоприятных условиях, навсегда останется предположительным, но что он на самом деле сделал, обеспечило ему славу пионера в развитии американской математики[28].

Примечания

1. Прощальный доклад 30 дек. 1925 г. Председателя Американской ассоциации математики.

2. Народное восстание в результате движения за независимость Ирландии. О. Ш.

3. По контексту следует, что Эдрейн намеревался обосноваться в Нью-Йорке. О. Ш.

4. Этого источника мы не видели и воспользовались докладом W. B. Campbell 17 мая 1923 г. в Историческом клубе Нью-Браунсвика. Машинописную копию части этого доклада нам любезно прислал Библиотекарь Рутгерского университета G. A. Osborn. Дж. К.

5. Всё же Эдрейн мог написать письмо Лапласу в 1818 г., после исправления его вычислительных ошибок (§ 12). Но ответил ли ему Лаплас? О. Ш.

6. Копии этих протоколов также прислал нам G. A. Osborn. См. также Campbell (Прим. 4). Дж. К.

7. Приведенный список нам любезно передал проф. M. J. Babb из этого университета. Дж. К.

8. Он же упоминается в Библиографии, см. Anonymous (1844). Член Королевского общества, Н. Боудитч, 1773 – 1838, несколько раз встретится ниже. Он был известным астрономом и математиком, более всего известным своим комментированным переводом *Небесной механики* Лапласа. Сын Эдрейна видимо был назван в его честь. О. Ш.

Дальнейшие подробности см. Campbell (Прим. 4). Дж. К.

9. Неполный список работ Эдрейна, который подготовил Artemas Martin, приложен к биографии, составленной его внуком Brinkerhoff (1891). Дж. К.

10. Библиография ранних американских математических журналов, которую составил D. S. Hart, имеется в *Analyst*, vol. 2. Des Moines, 1875, pp. 131 – 138. Дж. К.

11. *Uncle Sam* – шутливая расшифровка сокращения *US* (США). Downbelow – искусственное словообразование, означающее *Ниже, внизу*. Впрочем, есть и *настоящее* английское выражение, *down under* с тем же значением, неофициально относящееся к Австралии. О. Ш.

12. Это должно объяснить сообщение анонимного биографа (1844, с. 647), что в первом номере *Analyst* было так много опечаток, что Эдрейну пришлось потратиться на его перепечатку в Филадельфии. Дж. К.

13. Странно, но фамилию *Бернулли* автор не уточнил. В 1760 г. Ланден отыскал приём для суммирования некоторых рядов. О. Ш.

14. Мы применяем здесь наши собственные обозначения, поскольку они более понятны современному читателю. Доказательство Эдрейна перепечатал Abbe (1871). Дж. К.

15. Hogan (1977) заметил, что соответствующий номер журнала фактически вышел в свет в 1809 г. Усиливая вывод автора, скажем, что сами доказательства Эдрейна никуда не годятся.

1) Формулы (1), (2) и (9) не следуют из свойств случайных ошибок; более того, формула (2) соответствует действию систематических ошибок. Автор заметил, что Глейшер возразил против неё (недостаточно чётко), но не согласился с ним.

2) Автор заметил, что (1) означало взаимную зависимость погрешностей, что противоречило молчаливому противоположному предположению. То же самое относится к формуле (9).

3) При выводе формулы (6) слова *если* (*2*) следовало поместить после установления формулы (5), а не до этого.

4) Формула (10) непонятна, а в формуле (11) появилось ненужное ρ.

Формула Глейшера (8) непонятна. О. Ш.

16. Это утверждение бездоказательно подразумевает, что мемуар Лежандра был у Эдрейна уже в то время. О. Ш.

17. Лориа был автором соответствующей главы в книге Кантора. Ни на с. 626, ни вообще нигде в этой главе ничего подобного мы не нашли. О. Ш.

18. Каким образом некоторое тело может вращаться неопределённо долго? И что называть центром цилиндра со скошенным верхним основанием? О. Ш.

19. Мы видели экземпляр, принадлежавший Боудитчу. Фамилия *Эдрейн* была в нём написана чернилами рядом со словом *Analyticus.* Дж. К.

20. Лаплас (1798, кн. 3, § 42) применил метод Бошковича [v]. Сжатие $\alpha = 1/319$ Эдрейна (см. Прим. 21, соответствовало его определению $\alpha = (a - b)/b$, тогда как в настоящее время принято определение $\alpha = (a - b)/a$, a и b – экваториальный и полярный радиусы Земли. О. Ш.

21. Об этих статьях см. Шейнин (1965, с. 331 – 332). Что же касается сравнения результатов Эдрейна с данными 1940 г., то мы уточняем. Эдрейн (1818 b) вычислил радиус шарообразной Земли

$$r = (2a + b)/3 = 3959.36 \text{ мили}.$$

При $\alpha = 1/319$ и 1*м* = 39.370113*дюйма* это равносильно a = 6378.629*км* в хорошем соответствии с эллипсоидом Красовского (a = 6378.245*км*). Эдрейн, однако, не пояснил своего определения r, а при переходе к сжатию $\alpha = 1/298.3$ эллипсоида Красовского он получил бы a = 6379.094*км*, тоже не так плохо. О. Ш.

22. Профессор Бабб сообщил нам 28 окт. 1925 г., что Эдрейн также вычислил все даты [?] в журнале. Дж. К.

23. Этот журнал регулярно, хоть и кратко, реферировал журнал Феррусака *Bull. des sciences math., astron. etc.* Soc. Philomatique de Paris. Дж. К.

24. Вряд ли *вопрос* можно считать *работой*. О. Ш.

25. В оригинале *сокращения* (*cuts*) поставлены между *примечаниями* и *полезными материалами*, и это плохо понятно. Слово *cuts* может также означать *спрямления* (пути), но и этот вариант не спасает положения. О. Ш.

26. Причины выяснил Ньютон, и он же доказал, что величина эллиптичности (сжатие) орбит зависит от скорости планет. И всё же было бы интересно, что именно сообщил Эдрейн, потому что Лаплас (1796/1982, с. 328) весьма и весьма странно заявил (уточняя Канта), что для данной планеты эта величина зависит от небольших изменений температур и плотностей в её пределах. Буквально его утверждение означало, что, не будь этих изменений, орбиты оказались бы круговыми! О. Ш.

27. Проф. Бабб вежливо ответил на наши вопросы, появившиеся при подготовке этой статьи, и любезно предложил ознакомить меня с содержанием некоторого числа рукописей Эдрейна. Мы не могли считать возможным воспользоваться этим щедрым предложением. Знай я, начиная составлять эту статью, что он намного глубже изучил материал, чем было возможно в имевшийся у меня срок, я бы вообще не решился говорить об Эдрейне. Дж. К.

Вскоре Бабб (1926) опубликовал статью об Эдрейне. Отметим два факта, сообщенных им. Награду за поимку Эдрейна (§ 1) обещал его бывший работодатель… Портрет Эдрейна (§ 3) нарисовал не Ингхем, а Verlynden.О. Ш.

28. Автор не упомянул, что ряд описанных им самим задач Эдрейна относился к механике. О. Ш.

Библиография

Шейнин О. Б. (1965), О работах Эдрейна по теории ошибок. *Историко-математич. исследования*, вып. 16, с. 325 – 336.

Abbe C. (1871), A historical note on the method of least squares. *Amer. J. Sci.*, 3rd ser., vol. 1, pp. 411 – 415. Reprinted in Stigler (1980).

Adrain R. (1809), Research concerning the probabilities of the errors which happen in making observations. *Trans. Amer. Phil. Soc*., new ser., vol. 1. Reprinted in Stigler (1980).

--- (1818a), Investigation of the figure of the Earth and of the gravity in different latitudes. Ibidem. Reprinted Ibidem.

--- (1818b), Research concerning the mean diameter of the Earth. Ibidem. Reprinted Ibidem.

Anonymous (1844), Robert Adrain, L. L. D. *United States Magazine and Democratic Review*, vol. 14, pp. 646 – 652. Авторство приписывается сыну Эдрейна, Garnett Bowditch Adrain.

Babb M. J. (1926), Robert Adrain, Man and Mathematician. *The General Mag. and Historical Chronicle*, vol. 28, pp. 272 – 284. Reprinted in Stigler S. M.; Editor, *American Contributions to Mathematical Statistics in the Nineteenth Century*, vol. 1. New York, 1980, отдельная пагинация.

Bowditch N. (1802a), *American Practical Navigator*. Washington.

--- (1802b), Improved Practical Navigator. London.

Brinkerhoff E. A. (1891), Biographical sketch of Robert Adrain, L. L. D. *Math. Magazine*, vol. 2, pp. 56 – 58.

Clebsch A. (1860), Über die Gleichgewichtsfigur eines biegsamen Fadens. *J. f. die reine u. angew. Math.*, Bd. 57, pp. 93 – 110.

Glaisher J. W. L. (1871), On the law of the facility of errors of observation. *Mem. Roy. Astron. Soc.*, vol. 39, pp. 75 – 124.

Hageman J. F. (1879), *Princeton and Its Institutions*, vol. 1. Philadelphia.

Hogan E. R. (1977), Robert Adrain: American mathematician. *Hist. Math.*, vol. 4, pp. 157 – 172.

Hutton C. (1798 – 1801), *Course in Mathematics*, vols 1 – 2. London. In 1811, 3 vols. American edition: New York, 1818. Third American edition: *Course … to Which Is Added an Elementary Essay on Descriptive Geometry by Robert Adrain*. New York, 1822.

Laplace P. S. (1796 франц.), *Изложение системы мира*. Л., 1982.

--- (1798), *Traité de mécanique céleste*, t. 2. *Oeuvr. Compl.*, t. 2. Paris, 1878.

Legendre A. M. (1805, 1806), Nouvelle méthode pour la détermination des orbites des comètes. Paris.

Marcolongo R. (1892), Applicaz. d. funz. ellitt. alla teoria del' equil. dei fili flessib. *Acc. Rend. Napoli*, t. 6.

Merriman M. (1876), On the history of the method of least squares. *Analyst*, vol. 4, pp. 33 – 36. See also Merriman (1877).

--- (1877), List of writings relating to the method of least squares with historical and critical notes. *Trans. Connecticut Acad. of Arts and Sciences*, vol. 4, pt. 1, pp. 151 – 232. Reprinted in Stigler (1980).

Monge G. (1798), *Géométrie descriptive.* Paris. [Paris, 1922.]

Playfair J. (1812), *System of Natural Philosophy*. Edinburgh.

Stigler S. M., Editor (1980), American Contribution to Mathematical Statistics in the 19th Century, vol. 1. New York. No general paging.

Ryan J. (1826), An Elementary Treatise on Algebra. New York.

Venturoli G. (1822, 1823), *Elements of Practical Mechanics.* Cambridge.

VIII

С. Ньюком

О статистических соотношениях между параллаксами и собственными движениями звезд

S. Newcomb, On the statistical relations among the parallaxes and the proper motions of the stars. *Astron. J.*, vol. 22, No. 21/525, 1902, pp. 165 – 169

1. Мысль о параллактическом обзоре неба с целью обнаружить все звезды с измеримыми параллаксами стала известна в нашей практической астрономии, особенно после усовершенствования фотографического метода, который подсказал, что ее возможно осуществить. Новое начало было положено несколько лет назад, когда Каптейн (Хельсинки) сделал с этой целью снимки небольшого участка неба. Результаты этой попытки он впервые опубликовал в краткой сводке в *Astronomische Nachrichten*, затем полностью в *Publications* астрономической лаборатории в Гронингене. Представляется, что изучение этих сообщений указывает на мысль о трудности в достижении каких-либо надежно установленных заключений на основе подобных опытных данных до тех пор, пока не будут лучше поняты статистические соотношения между параллаксами и собственными движениями.

Эта заметка является попыткой в указанном направлении, которая, как я верю, по меньшей мере проложит путь к дальнейшему усовершенствованию результатов и подскажет, что именно следует иметь в виду при планировании общего параллактического обзора [неба] и его истолковании. Пояснение звездной статистики по необходимости требует некоторых предварительных гипотез, на которых будут основаны наши заключения. Если они окажутся в согласии с наблюдениями, можно будет допустить, что наши предположения подтвердились, а систематические уклонения потребуют дальнейших исследований для выяснения их причин.

В своей недавней примечательной статье Каптейн (1900) сформулировал две основополагающие гипотезы:

1. По крайней мере в области пространства, содержащей звезды, собственные движения которых превосходят некоторое значение, звезды распределены примерно равномерно.

2. За исключением нескольких случаев, собственные движения не выказывают систематической склонности ни к какому определенному направлению[1].

Мне думается, что для звезд вплоть до определенной величины первая гипотеза полностью обоснована примечательным равенством звездной плотности в любых двух противоположных участках неба и равномерностью закона ее возрастания от полюсов галактики к самой галактике. Возможно, что вторая гипотеза обоснована менее надежно, однако случайный характер разброса и наблюденных собственных движений по небесной сфере, и движений по лучу зрения видимо указывают, что она по меньшей мере заслуживает быть принятой в качестве предварительной.

И, если принять эти гипотезы, изучение статьи Каптейна приводит к следующему интересному результату. Если известен закон распределения величин линейных движений звезд, т. е. известна (известно) таблица или выражение, показывающие для каждой степени скорости вероятность того, что случайно выбранная звезда будет ей обладать, и если также известна звездная плотность в пространстве, то можно с точностью лишь до случайных ошибок определить число звезд на небе, имеющих видимые собственные движения любой величины. Моя заметка является предварительной попыткой достичь этого.

2. Чтобы прояснить ход исследования, мы начнем с некоторых соображений о распределении случайных линейных движений и прежде всего об общей задаче распределения скоростей. Абсолютная скорость звезды и по величине, и по направлению можно представить соответствующим пространственным вектором с закрепленной начальной точкой. Положение конца вектора, т. е. точки в пространстве, полностью охарактеризует движение, а прямоугольные координаты каждой [такой] точки представят соответствующие составляющие скорости звезды. Теперь можно будет рассмотреть статистические распределения

1) Проекций составляющих скоростей на любую ось.

2) Проекций скоростей или векторов на плоскость, т. е. двумерные распределения.

3) Длин самих векторов, т. е. трехмерных распределений. Движения вдоль луча зрения и собственные движения вдоль одной оси координат, выраженные в линейной мере, относятся к классу α, а собственные движения вдоль большого круга, также в линейной мере – к классу β. Основополагающие свойства распределений, основанные и на наблюдениях, и на сути задачи, таковы.

а) [Конечные] точки векторов, расположенные на одном и том же расстоянии от исходной точки, одинаково плотны во всех направлениях.

б) Эта плотность максимальна в исходной точке и непрерывно изменяется во всех направлениях.

Следовательно, проекции класса α в пределах малой сферы с центром в исходной точке будут иметь одно и то же распределение вдоль любой оси. Число проекций класса β, расположенных между двумя пределами r и $r + dr$, будет иметь вид Mr, где M – функция, лишь медленно изменяющаяся при малых значениях r, а число проекций класса γ между теми же пределами будет иметь вид Mr^2.

Метод установления действительного закона распределения по необходимости окажется пробным. Мы должны предположить какой-либо закон и подправлять его при помощи повторных приближений пока он не согласуется с наблюдениями. Проще всего начать с обычного экспоненциального закона ошибок, в соответствии с которым число проекций на любую ось, расположенных в пределах x и $x + dx$, пропорционально $\exp(-x^2/a^2)dx$, где a – постоянный модуль.

Отсюда следует, что при проектировании движений на плоскость их число, принимающих значения от x до $x + dx$, будет пропорционально[2]

$$x\exp(-\frac{x^2}{b^2})dx, \quad (1)$$

где b – простая функция a. Число действительных движений в пространстве окажется пропорциональным величине

$$x^2\exp(-\frac{x^2}{c^2})dx. \quad (2)$$

Серьезных сомнений в том, что более медленные движения следуют этому закону распределения, не должно быть, но легко показать, что при любом допустимом значении b такие быстрые движения как у звезд Groombridge 1830 и Арктур находятся вне пределов разумной вероятности. Более того, мы покажем, что, если пренебречь этими быстрыми движениями, считая их исключительными, то число значительных видимых собственных движений, определяемое по нашей теории, окажется намного меньшим действительного числа.

Будь число измерений движений вдоль луча зрения достаточно большим, насчитывая тысячи вместо сотен, мы начали бы с распределения величин α, заданных этими измерениями, и по нему определили распределения величин β и γ. В любом случае таков был бы метод исследования при установлении логической теории; иначе говоря, за ее основание мы приняли бы первое распределение и определили остальные. Каптейн, однако, принял распределение β за основное, несомненно по той разумной причине, что он показал, как его можно сразу определить по наблюденным параллактическим углам собственных движений, т. е. по углам, которые направления движений составляют с большими кругами, проходящими через звезды и апексом [движения] Солнца.

При отсутствии достаточных данных наш метод должен быть пробным. Мы должны согласовать две величины с наблюденной статистикой собственных движений; одна из них – звездная плотность в пространстве, другая – число и величина исключительно быстрых движений. Первую лучше всего установить по измеренным параллаксам более близких звезд. Хоть соответствующие данные вероятно неполны, они, видимо, указывают на то, что пространства, содержащие одну звезду, не очень отличаются по своему среднему объему от сферы, концентрической с Солнцем, точка на поверхности которой будет иметь параллакс 0″.5. Искомая сфера может оказаться несколько меньшей, но, придавая значения 0″.6, 0″.7 и т. д. параллаксам точек на ее поверхности, мы получим никак не допустимые числа не выявленных крупных параллаксов.

Считая, что нет необходимости описывать пробные методы, я сразу же перехожу к данным, составляющим основу моего исследования, которое может постоянно подправляться по мере накопления новых данных.

3. *Принятые единицы.* За единицу расстояния я принимаю расстояние звезды с параллаксом 1″, а за единицу объема – объем единичной сферы[3], т. е. сферы, концентрической с Солнцем, точки на поверхности которой имеют параллакс 1″. За единицу линейной скорости звезды я принимаю скорость, которая переместила бы ее от Солнца на Землю в течение одного года, т. е. около 4.75*км/сек*. Такова самая удобная единица в задачах о движении звезд в пространстве, и ее всеобщее применение представляется желательным. Соотношения между этими единицами не соответствуют обычным, принятым в геометрии и физике, но в нашем случае это не является помехой.

Обозначения и формулы. Я принимаю обозначения Каптейна:

μ – видимое годичное собственное движение звезды по небесной сфере без исключения влияния параллактического движения.

m – то же движение, сведенное к линейной мере умножением на расстояние звезды.

$\rho = 1''/\pi$ – расстояние звезды; π, как обычно, годичный параллакс.

Тогда имеет место соотношение

$$m = \mu\rho = \mu/\pi.$$

Пусть T будет звездной плотностью, т. е. частным от деления числа звезд в сфере, концентрической с Солнцем, на ее объем[4]. По указанному выше можно с некоторой вероятностью принять, что

$$1/8 < T < 1/5.$$

Распределение m. Попытки представить формулу для него были бы в настоящее время совершенно бесполезными, но я составил таблицу на основе следующих принципов.

1. Для умеренных значений m распределение должно быть экспоненциальным, но с возрастанием m оно должно учитывать пропорциональный избыток его больших значений.

2. Среднее всех m должно равняться его оценке по наблюдениям.

Исходя из исследований Каптейна и измерений движений вдоль луча зрения (Campbell 1901), наилучшим является значение [$\sum m_i p_i =$] среднее $m = 6.5$.

Ввиду движения Солнца, оно превышает предполагаемую проекцию на сферу абсолютного среднего движения, примерно равного, как считается, 4.0. Здесь предположено, что m принимает только целочисленные значения; мы ничего не теряем, заменяя любые значения m ближайшими к ним целыми числами.

При подходе к столь крупным значениям, которые имеют место лишь один раз из нескольких тысяч, мы не сможем оценить их число лишь по его согласованности со статистикой наблюденных собственных значений, и нет уже необходимости указывать [в таблице] каждое целое число. Можно оставлять интервалы, возрастающей с ростом m ширины.

Подобным пробным методом мы составляем следующую таблицу. В первой колонке приведены все значения m, которые следует предположить для его возможной случайной величины. Во второй колонке указана предположительная вероятность того, что случайно выбранная в пространстве звезда обладает соответствующим движением m. Для удобства в таблице даны значения $1000p$, т. е. указано, сколько звезд из случайно выбранной тысячи будут иметь это движение. Следующие три колонки окажутся полезными при исследовании, а отбрасывание в них ненужных знаков после запятой вряд ли следует пояснять. Заметим, что средняя скорость $\sum mp$ несколько превышает назначенную. Так оно и должно было быть, потому что при их подсчете не учитывался ни один случай исключительно высоких скоростей.

Таблица принятого распределения линейных скоростей звёзд относительно Солнца, спроектированных на плоскость

m	$1000p$	mp	m^2p	m^3p
0	5	.00	.0	0
1	36	.04	.0	0
2	66	.13	.3	0
3	92	.28	.8	3
4	107	.43	1.7	7
5	114	.57	2.9	14
6	112	.67	4.0	24
7	103	.72	5.0	35
8	91	.73	5.8	46
9	75	.68	6.1	55
10	59	.59	5.9	59
11	44	.48	5.3	58
12	32	.38	4.6	55
13	22	.29	3.7	48
14	14	.20	2.7	38
15	9	.14	2.0	30
16	6	.10	1.5	24
17	3	.05	0.9	15
18	2	.04	0.6	11
19	1	.02	0.4	7
20	1	.02	0.4	8
22	1	.02	0.5	10
25	1	.02	0.6	16
30	1	.03	0.9	27
40	1	.04	1.6	64
50	1	.05	2.5	125
60	1	.06	3.6	216
Σ		6.78	64.3	995

4. Перейдем теперь к выводам, сформулированным в виде ответов на задачи.

Задача № 1. Определить общее число звезд, чье собственное движение по небесной сфере находится в пределах μ и $\mu + d\mu$. Распределим звезды на классы по значениям их движений *m.*

Чтобы движение звезды находилось в указанных пределах, она должна располагаться между сферами, концентрическими с Солнцем, и радиусами

$$\rho = \frac{m}{\mu},\ \rho - d\rho = \frac{m}{\mu} - \frac{md\mu}{\mu^2}.$$

Объем соответствующего шарового кольца будет равен

$$V_m = 3\rho^2 d\rho = 3m^3\frac{d\mu}{\mu^4},$$

а количество звезд всех классов в нем

$$TV_m = 3Tm^3\frac{d\mu}{\mu^4}.$$

Число звезд класса *m*, равно произведению этого количества на соответствующее значение *p* (обозначим его p_m):

$$dN_{m,\mu} = 3Tm^3 p_m \frac{d\mu}{\mu^4}. \qquad (3)$$

Общее число звезд определится суммированием полученных выражений по всем значениям *m*; по таблице мы находим, что $\sum m^3 p_m = 995$. Итак,

$$dN_\mu = 2985T\frac{d\mu}{\mu^4}.$$

От этого дифференциального выражения следует перейти к числу звезд с собственным движением в любом назначенном интервале.

Задача № 2. Найти число звезд с собственным движением в интервале $[\mu_1; \mu_2]$.

Оно равно интегралу

$$\int_{\mu_1}^{\mu_2} dN_\mu = 995T\left(\frac{1}{\mu_1^3} - \frac{1}{\mu_2^3}\right).$$

Для $\mu_2 = \infty$ мы получим следующую таблицу количества звезд с собственными движениями, превышающими указанные в первом столбце.

μ	номер	$T=\frac{1}{8}$	$T=\frac{1}{4}$
$<6°$	–	1	1
5	8	1	2
4	15	2	4
3	37	5	9
2	124	15	31
1	995	124	249
0.5	7960	995	1990

[В колонке (которую мы неверно назвали *номер* вместо *количество звёзд*) нами пропущено первое число, 5T.] Результаты мы привели для двух значения T; вторые из них для T = 1/4 представляются мне недопустимо большими, но чувствуется, что даже они не достигают действительно имеющих место, хоть кроме как в нижних строках они и не превышают установленных чисел. Здесь следует добавить следующие рассуждения.

1. Мы предположили, что звездная плотность постоянна, но для видимых звезд вплоть до любой величины это не может соответствовать истине, потому что звезды любой заданной абсолютной светимости будут исключены из наших каталогов, если они находятся вне определенного расстояния. Фактически включаемые в каталоги звезды будут расположены плотнее вблизи нас и тем менее плотно, чем дальше они находятся от Солнца.

2. По этой причине, а также ввиду недостаточности наших знаний о более слабых звездах, число звезд с неизвестными собственными движениями должно быстро возрастать с убыванием их числа.

Задача № 3. Найти распределение собственных движений звезд с заданным параллаксом π и среднее этих движений. Поскольку все эти звезды находятся на одном и том же расстоянии, их собственные движения будут равны m/ρ или $m\pi$, а потому для любого π [Табл. 1]

среднее собственное движение = 6.78π.

Таблицу распределения числа звезд с любым заданным параллаксом π можно составить простым умножением табличных значений m на это π. Так, из тысячи звезд с параллаксом 0.″10
5 будут иметь собственное движение 0.″0 36 будут иметь собственное движение 0.1 66 будут иметь собственное движение 0.2 и т. д.

В общем, только одна звезда из 25 с параллаксом π обладает собственным движением, меньшим, чем 1.5π и только одна из 250 за два года изменит свое положение ввиду собственного движения меньше, чем на свой параллакс.

Практическое следствие. При параллактическом обзоре неба мы можем обращать внимание почти исключительно на звезды, для которых установлено изменение положения ввиду их собственного движения.

Задача 4. Найти средний параллакс всех звезд с заданным собственным движением.

Начнем с выражения (1) для общего числа звезд с заданными μ и *m*. Они обладают одним и тем же параллаксом π = μ/*m*. Перемножив эти две величины, получим

$$\pi dN_{m,\mu} = 3Tm^2 p_m \frac{d\mu}{\mu^3}$$

и сумма этих произведений для всех значений *m* равна

$$3T\frac{d\mu}{\mu^3}\sum m^2 p_m. \qquad (4)$$

Общее число звезд, [по существу] найденная в Задаче № 1, равно

$$3T\frac{d\mu}{\mu^4}\sum m^3 p_m \qquad (5)$$

и поэтому средний параллакс равен частному от деления (4) на (5):

$$\text{среднее } \pi = \mu\frac{\sum m^2 p_m}{\sum m^3 p_m} = 0.064\mu.$$

Иначе говоря, измерив параллаксы всех звезд с заданным собственным движением, мы сможем ожидать, что среднее значение параллакса окажется примерно равным 1/15 [1/15.6] этого движения.

Предшествующие соображения наводят на мысль об ограничении параллактического обзора неба теми звездами, чье движение можно установить. Но теперь я добавлю еще одно усиливающее рассуждение, формулируя его в виде, который читатель легко сможет видоизменить и приспособить к любому возможному случаю.

Пусть измерены параллаксы 100 000 звезд, каждый с вероятной ошибкой ± 0.″03. Тогда, ввиду этих случайных ошибок мы получим несколько тысяч фиктивных параллаксов, превышающих 0″. 07 и несколько сот, превышающих 0″.10. Эти числа будут намного превышать вероятное число звезд с соответствующими значениями параллакса, так что определить фактические параллаксы от их вероятных ошибок окажется невозможным.

С космологической точки зрения быть может самым важным следствием этой заметки является следствие из таблицы в Задаче № 2. Его можно сформулировать так. Столь громадные скорости как у звезд 1830 Groombridge и Арктур так и не были зафиксированы [по лучу зрения] спектроскопом потому, что они встречаются только один раз быть может из тысячи. И всё же подобная низкая вероятность приведет к тому, что из 100 000 ближайших к нам звезд окажется 100 таких случаев, составляющих притом значительную долю общего числа звезд с существенным собственным движением.

Позволим себе добавить, что это исследование было проведено при отсутствии астрономической литературы, так что нам не удалось сравнить полученные результаты со статистическими сведениями, а в некоторых случаях нельзя было указать точные количественные данные.

Maloja, Engadine [Швейцария], 15 июля 1902

Примечания

1. Вот слова Каптейна (1906a, с. 400), см. [ix, Библиография], из его позднейшего доклада:

Пекулярные движения звёзд направлены случайно, т. е. не проявляют предпочтения ни к какому определённому направлению. Я буду называть эту гипотезу фундаментальной.

[The peculiar motions of the stars are directed at random, that is, they show no preference for any particular direction. I shall further refer to this hypothesis as the fundamental hypothesis.]

Позже Каптейн и др. (1918, с. 3) добавили, что существует ошибочное мнение о том, что после открытия звёздных потоков нельзя больше основываться на этой гипотезе. Это утверждение непонятно, но, как мы поняли, они также заметили, что указанная гипотеза может не приниматься при установлении параллаксов.
Мы включили в Библиографию две ранние статьи Каптейна, оказавшиеся недоступными. О. Ш.

2. Законы распределения (1) и (2) связаны с распределением хи-квадрат и их вывод не является элементарным. Задачи, приводящие к подобным законам, до Каптейна решали Гершель, Максвелл и Больцман (Шейнин 1971), Ньюком же, как можно понять из его контекста (см. ниже), приписал вывод Каптейну. О. Ш.

3. Dyson (1913, p. 342n) сообщил, что *парсек* предложил H. H. Turner, но никакой ссылки не привёл. За указанным автором числится много статей, но по их заглавиям установить нужную не удаётся. О. Ш.

4. Это определение следовало перенести в конец § 1. О. Ш.

Библиография

Campbell W. W. (1901), Stars with large radial velocities. *Astrophys. J.*, vol. 13.

Dyson F. W. (1913), The position of the Sun's axis etc. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, vol. 73, pp. 342 –

Kapteyn J. C. (1896 – 1898), Over de verdeeling d. kosmische snellheden. *Akad. Versl. Amsterdam*, t. 4, pp. 4 – 18; t. 6, pp. 51 – 60.

--- (1900), On the distribution of cosmic velocities. *Publ. Astron. Lab. Groningen*. Separate paging. Coauthor: W. Kapteijn.

Kapteyn J. C., Van Phijk P. J., Weersma H. A. (1918), The secular parallax of the stars of different magnitudes, Galactic latitudes and spectrum. *Publ. Astron. Lab. Groningen* No. 29.

Sheynin O. (1971), On the history of some statistical laws of distribution. *Biometrika*, vol. 58, pp. 234 – 236. Reprinted: Kendall M. G., Plackett R. L. (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2, pp. 328 – 330. London.

IX

А. С. Эддингтон

Якобус Корнелис Каптейн

A. S. Eddington, Jacobus Cornelius Kapteyn, 1851 – 1922. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A102, 1923, pp. xxix – xxxv

[1] Когда астроном переходит от Солнечной системы к более далёким небесным телам, перед ним открывается широкое поле для исследований. Он может изучать одну звезду за другой, определяя для каждой её расстояние, действительную яркость, химический состав, температуру, движение в пространстве. Некоторые звёзды привлекут внимание дополнительными особенностями, – двойные звёзды, орбиты которых должны быть исследованы, а массы вычислены; переменные звёзды, обладающие всевозможными кривыми блеска или новые звёзды, ещё более поразительные изменения которых должны быть изучены.

Но после сбора всех этих сведений об отдельных звёздах остаётся ещё более обширная проблема структуры и устройства *звёздной системы*. Как далеко она простирается? Каково соотношение отдельных типов её звёзд? Как распределены и отрегулированы их движения? Следует ли действительно полагать её единой структурой, находящейся в определённой стадии эволюции, или разнородным сборищем новых и древних образований с гибнущими и обновляемыми звёздами в бесконечном цикле случайных столкновений?

[2] Такова была проблема, когда примерно в 1900 г. наступила её новая фаза с неслыханными до того времени ответвлениями. Те, кто занимался звёздной астрономией, начали представлять себе новые задачи и многообещающие возможности. Пионером и наиболее видным руководителем нового движения был Якобус Корнелис Каптейн. Год его смерти совпал со столетием со дня смерти Сэра Уильяма Гершеля, и нам следует вернуться к нему, чтобы рассмотреть начало тех исследований, которым Каптейн придал новый стимул.

От гершелева исследования системы звёзд осталось два основных результата. Во-первых, его открытие движения Солнца относительно системы звёзд и примерное вычисление его направления; во-вторых, его изучение протяжённости системы на основе подсчёта звёзд, показавшее, что она распространяется гораздо дальше в плоскости Млечного Пути, чем перпендикулярно ей.

Почти столетие практически все усилия были направлены на улучшение и развитие этих результатов. Направление движения Солнца продолжало привлекать внимание настолько, что сейчас затраченный труд представляется несравненно превышающим действительный интерес этой задачи. Однако, после сбора более обильного фактического материала сбивающие с толку расхождения между различными определениями придали ей остроту. Математические исследования Зеелигера существенно способствовали решению проблемы подсчёта звёзд.

Вне этих двух классических проблем плодотворные изыскания были, однако, едва продвинуты. Поиски центрального Солнца оказались совершенно безуспешными, но выявление общего собственного движения в некоторых частях неба стало достопримечательным исключением и намекнуло на более интересные открытия в будущем.

[3] Состояние звёздной астрономии в начале XX в. авторитетно удостоверил Ньюком (1902). Из последних двух глав этой книги мы видим, что исследования звёздной системы начинают расширяться и в них находятся постоянные ссылки на Каптейна, например:

Каптейн сделал основные шаги в этом [статистическом – А. Э.] *изучении. В нескольких статьях, опубликованных за последние десять лет, он показал, как можно на этом пути придти к важным заключениям.*

И мы читаем, что Каптейн обнаружил примечательное соотношение между спектральными типами звёзд и их собственными движениями, причём более быстро двигавшиеся почти все без исключения относились к типу II. Он также установил, что среднее движение звёзд в пространстве составляет примерно 1.8 движения Солнца.

Исследуя собственные движения, он вычислил средний параллакс звёзд каждой величины[1] и полное число звёзд на единицу объема в различных частях системы. Таковы были некоторые предварительные результаты тщательно спланированных изысканий, направленных на точное установление общих характеристик распределения звёзд по светимости; скорости и расстояниям от центра системы.

[4] Громадный труд потребовался для просмотра, исправления и приспособления данных наблюдения, а в некоторых случаях и для восполнения пробелов в них. Этот труд всё ещё находится в ранней стадии, но он уже привёл к непредвиденному открытию, несколько нарушившему его общий план, но представившему громадный интерес для астрономии. В 1904 г. Каптейн обнаружил, что звёзды не движутся как попало, а обладают особой склонностью к двум предпочтительным направлениям движения.

Существование *двух звёздных потоков* выявило сложность структуры системы и привело к повторным исследованиям, которые указали на всё более интересные подробности. Можно сказать, что начался современный этап статистического исследования звёзд. Без сомнения, были и другие причины, которые способствовали быстрому развитию этой темы. В течение последующих нескольких лет собранный материал заметно увеличился, что было так необходимо; фотографическое измерение звёздных параллаксов начало достигать современного стандарта точности; были опубликованы первые списки спектроскопических лучевых скоростей; появился каталог Босса, содержавший шесть тысяч движений, и это богатство данных обеспечило выполнение первого неотъемлемого условия прогресса.

Но именно открытие Каптейна выявило громадные возможности, которых можно было ожидать от статистических исследований, и привлекло общее внимание астрономов к практически новому полю изысканий. Во многих случаях оно также должно было непосредственно стимулировать сбор требуемых данных.

[5] Как был Каптейн пионером, так и остался руководителем нового движения в звёздной астрономии. Он имеет те же заслуги, что и Кемпбелл в установлении следующего примечательного результата, – зависимости линейных скоростей звёзд от их спектрального типа[2]. Он также сыграл видную роль в выводе ещё более общей связи между скоростью и светимостью, которая открыла ныне лишь смутно представляемые громадные возможности. Он продолжал изучать распределение звёзд по светимостям и расстояниям и его результаты признаны как обеспечивающие верное впечатление об общей природе системы. В последние годы он выбрал в качестве своей собственной специальной темы исследование гелиевых звёзд, самых массивных и горячих из всех[3]. Ему мы обязаны большей частью наших знаний о распределении и светимости этого спектрального типа. Таковы общие черты достижений Каптейна в астрономии.

[6] Мы теперь обратимся к его тяжелому предварительному обучению. Он родился 19 января 1851 г. и окончил университет в Утрехте. Проработав два года ассистентом на Лейденской обсерватории (Нидерланды), он стал профессором астрономии и теоретической механики в Гронингене и продолжал занимать эту должность до достижения предельного возраста (70 лет) в 1921 г. Не бывши в состоянии приобрести инструменты в своём собственном университете, он стал объединяться с теми, кто был более удачлив.

В конце 1885 г. началась его совместная работа с Сэром Дейвидом Гиллом по *Капскому фотографическому обозрению*, в которой он взял на себя всё измерение пластин и редукцию и контроль результатов. Для северного полушария *Боннское обозрение* Аргеландера сейчас считается стандартным каталогом, включающим звёзды с их примерными координатами и величинами для целей опознания и номенклатуры. Шёнфельд продолжил его вплоть до 23° ю. ш.

Остальное небо до южного полюса теперь описано в *Капском обозрении*. Оно включает звёзды примерно на 0.5 величины слабее, чем северное обозрение; кроме того, основанное на фотографиях, а не на визуальных наблюдениях, оно обладает тем преимуществом, что звёзды вряд ли могли быть случайно пропущены. Оно содержит 454 875 звёзд между 18° ю. ш. и Южным полюсом, и это число даёт некоторое представление о громадной проделанной работе.

The *International Catalogue and Chart* несомненно заменит в конце концов эти обозрения[4]. Он включает звёзды, на несколько величин слабее и более точно указывает их положение. Но, как и предвидел Гилл, до завершения работ ещё долго.

Здесь можно указать на случайное открытие в ходе работ. Каптейн и Иннес выявили слабую звезду с громадным собственным движением 8″.7 в год, что перевело звезду Groombridge 1830 на второе место, но в 1916 г. Барнард обнаружил звезду с собственным движением 10″.3.

[7] Каптейн посвятил этой тяжелой работе 12 лет. У него был ассистент, который не расставался с ним, и некоторое число временных и в основном неквалифицированных помощников. Измерения проводились на инструменте его собственной конструкции, изготовленном так, чтобы в наибольшей степени сократить работу по переводу измерений в прямое восхождение и склонение. Полный отчёт о мерах предосторожности, принятых для надёжности работы во всех её деталях см. в Gill (1913). В этой книге автор указал:

Работы подобного вида и объема, в которых настолько бы отсутствовали типографские и иные ошибки, вряд ли были когда-либо изданы. Её значимость для звёздной астрономии юга нельзя переоценить. […] *Но возможно наиболее ценный результат Обозрения для науки состоит в том, что его подготовка впервые направила мысли Каптейна на изучение космической астрономии и таким образом привела его к прекрасным исследованиям и открытиям, с которыми его имя и сейчас, и в будущем будет навсегда связано.*

Мы полагаем, что Гилл вряд ли мог иметь в виду, что в начале этой громадной работы Каптейн не был ещё предан проблемам звёздной системы. Жертвовать собой его вынудило скорее понимание необходимости в собственных движениях и других статистиках, которые должны были быть получены. До того он посвятил свои усилия измерению параллаксов звёзд при помощи меридианного круга; его результаты трудно назвать успешными, хоть он видимо и верил до конца жизни, что с современными улучшениями этот инструмент ещё мог оставаться здесь полезным.

В 1889 г. Каптейн настаивал на измерениях параллаксов в большом объёме для предположенного астрографического каталога[5]. Но он действительно много выиграл от своей работы по *Обозрению*, и если она не подвела его к космическим проблемам, то он во всяком случае более полно погрузился в них.

[8] Есть такая область между чисто наблюдательной и чисто теоретической астрономией, в которой у него не было соперников. Мы привыкли говорить о *данных наблюдения*, но наблюдения, и особенно астрономические наблюдения, в общем-то не являются *данными*, т. е. прочным основанием для теории. Они представляют собой приближения, вероятности различных степеней, несовершенные числа, отягощённые случайными и систематическими ошибками, особо опасными ошибками, однако содержащие некоторую долю истины. Тот, кому прекрасно знакомы эти ошибки, может отыскать её и полагаться на неё. Только тот, кто имеет длительный опыт в технической стороне наблюдений, может оценить сравнительные достоинства предложенного материала и понять, как его можно проверить и улучшить. Только тот, кто обладает ясной теоретической проницательностью, может рискнуть применять такой несовершенный материал, понимая, где на результаты его вычислений можно будет полагаться, а где они окажутся несовершенным, и где представят собой явную экстраполяцию[6].

До применения более изящных математических решений приходится ожидать, пока данные не будут исправлены и окажутся неоспоримыми. За много лет до этого Каптейн смог получить важнейшие результаты более частными методами, приспособленными к разнородному материалу. Его инстинкт при избегании ловушек, встречающихся в несовершенном материале, хорошо заметен в его Таблицах средних параллаксов звёзд каждой величины. Их значимость для теоретических исследований звёздной системы очевидна, но кроме того они регулярно применяются изо дня в день, и недавнее громадное расширение измерений параллаксов сильно зависело от них.

[9] Очень давно никто уж всерьёз не пытался измерять абсолютный тригонометрический параллакс звезды; необходимое улучшение может быть достигнуто лишь дифференциальными измерениями. Поэтому необходимо исправлять каждый измеренный параллакс за вероятный средний параллакс звёзд сравнения. Без возможности оценивать эту окончательную поправку достаточно точно было бы почти бесполезно доводить параллактические измерения до утонченности, достигнутой в современных работах. Именно статистические исследования собственного движения Каптейна предоставили необходимые сведения о среднем расстоянии звёзд сравнения и уверили нас, что дифференциальный метод параллактических измерений не окажется по этой причине негодным.

Действительно, для средних расстояний различных типов звёзд метод параллактических движений обеспечивает результаты с уверенностью и точностью, никак не достижимыми непосредственными параллактическими измерениями, и в основном при помощи этого метода были составлены Таблицы средних параллаксов. Для небольших параллаксов, которые составляют основную часть современных определений, поправка для приведения к абсолютным параллаксам существенна.

Лишь недавно точность средних параллаксов у Каптейна была полностью осознана. Когда-то многие астрономы полагали, что параллаксы у него слишком быстро убывали с действительной яркостью. Их ввело в заблуждение незнание некоторой корреляции между истинными скоростями звёзд и их светимостью. Действительно слабые звёзды обладают более крупными истинными движениями, чем яркие звёзды, так что существует склонность представлять, что они находятся ближе, чем на самом деле. Открытие этой корреляции (которое следует частично приписать Каптейну) устранило это противоречие, и самые последние определения, основанные на исправленных данных, показывают, что его первоначальные таблицы были примечательно близки к истине.

Лучшие современные данные оправдали другую его таблицу, также оспариваемую в своё время. Она приводила число звёзд вплоть до каждой величины [?] для различных галактических широт и указывала на очень сильное галактическое скопление самых слабых звёзд. Несколько лет спустя последующие исследования привели к иному результату, но теперь представляется, что прав был Каптейн.

Выводы Каптейна об общем характере распределения звёзд можно иллюстрировать следующим примером. Вообразив сферу вокруг Солнца радиусом 560 световых лет, он обсуждал количество звёзд внутри неё. Он указал, что примерно одна звезда будет в 10 000 – 100 000 раз ярче Солнца; 26 звёзд – в 1000 – 10 000 раз; 1300 – в 100 – 1000 раз; 22 000 – в 10 – 100 раз и т. д. вплоть до 650 000 звёзд яркостью в 1/100 – 1/10 яркости Солнца.

Таковы были его ранние оценки, которые он сам при случае постоянно обновлял, но главное здесь в том, что они обеспечивали конкретное и в основном верное понятие о природе системы, с которой нам приходится иметь дело. В частности, они дали астрономам понять, насколько ошибочной была идея о том, что видимая яркость предоставляла какую-то реальную оценку расстояния и показали, что отбор звёзд по яркости (как это происходит в наших каталогах) вовсе не соответствует их действительной частоте в пространстве. Подобные представления несомненно имеют в виду те, кому приходится обсуждать значение новых результатов в звёздной астрономии.

[10] Оба звёздных потока Каптейн обнаружил при статистическом исследовании собственных движений по Ауверсу – Брадлею[7]. Его первая статья на эту тему появилась в южноафриканском источнике (1905). Если исключить влияние солнечного движения, то потоки, как оказывается, движутся в противоположных направлениях вдоль одной и той же прямой, направленной по обе стороны от точки, называемой истинным вертексом. Его координаты по Каптейну $\alpha = 91°$, $\delta = + 13°$, что примечательно близко к окончательному положению вертекса, установленному по лучшим современным определениям собственных движений, $\alpha = 94°.2$, $\delta = + 11°.9$, и лучевых скоростей, $\alpha = 94°.6$, $\delta = + 12°.5$. Потоки движутся в точности в галактической плоскости.

Подробности и метод этих вычислений были опубликованы лишь в 1912 г., когда внимание оказалось прикованным к ним, поскольку они были в некоторых отношениях промежуточным между аналитическими теориями Шварцшильда и Эддингтона. Но аномалия в собственных движениях, однажды установленная, бросалась в глаза и была подтверждена всеми, кто вслед за Каптейном исследовал эту проблему. В течение нескольких лет Люис Босс, весьма авторитетный в вопросах собственных движений, оставался решительным противником, но в конце концов понял, что свидетельство его собственного отличного каталога (1910) неоспоримо.

Признание обоих потоков указало на происхождение тех противоречий в различных определениях движения Солнца, которые так много обсуждались. Наиболее очевидное истолкование этого явления состоит в том, что мы имеем дело с двумя более или менее независимыми столкнувшимися системами звёзд, полностью перемешанных в наше время, и таково было общее мнение Каптейна.

Его собственный аналитический метод обработки материала заключался, однако, не в воплощении этой специальной гипотезы; он был равным образом готов признать истолкование Шварцшильда и его эллипсоидальную теорию распределения скоростей, в соответствии с которой существование потоков звёзд в предпочитаемых направлениях было просто характерной чертой структуры единой системы.

Мы теперь вряд ли можем сомневаться в том, что представление о двух независимых системах более близко соответствует наблюдаемому распределению движений и что два *горба* в распределении скоростей действительно существуют. И тем не менее некоторые расхождения между постоянными потоков для звёзд различных типов и другие общие соображения приводят нас к предпочтению в объяснении этого явления как стадии в эволюции единой вселенной в общем соответствии с теорией Шварцшильда.

[11] Каптейн прикладывал неуклонные организационные усилия для получения статистики наблюдений, и его советы высоко оценивались. Он всегда подчёркивал особую важность отношения к звёздам в целом. Его взгляды можно пояснить сравнением различия в успехах в определении спектральных типов и лучевых скоростей. Эти типы тысячами определялись в Гарварде, по необходимости не в высшей степени утонченно и содержали отдельные многочисленные ошибки. Однако, эта работа возымела громадное значение для статистических дискуссий, начавших обеспечивать общее познание звёздной вселенной.

Те, кто трудился над определением лучевых скоростей, как казалось, тем не менее стремились во что бы то ни стало, пусть сколь угодно медленно, добиться точности до 1*км/сек*. И ни один их результат нельзя было опубликовать без длительного промедления, ибо иначе эти скорости могли бы к несчастью оказаться орбитальными. Ожидай мы соответствующую точность в собственных движениях и параллаксах, наше знание звёздной вселенной было бы действительно скудным.

В то время (и сейчас тоже?) было возможно стремиться к точности определения лучевых скоростей для большинства звёзд лишь в 5 и даже 10*км/сек*. Этого было бы достаточно для многих более спешных статистических исследований и оказало бы громадную пользу прогрессу. Но мы рискнём думать, что в некоторых других своих предложениях Каптейн был слишком оптимистичен и склонен переоценивать мощь статистических методов при отделении истины от ошибок.

Более всего по душе ему была схема организации исследований звёзд (1906a). Не было нужды изучать каждую из многих миллионов более слабых звёзд; важно, чтобы астрономы согласовали отбор одних и тех же выборок так, чтобы наше знание каждой из них было по возможности полным во всех ответвлениях исследования. Он поэтому отобрал особые участки, достаточно равномерно распределённые по небу[8], и обеспечил сотрудничество астрономов в полном изучении этих выборок. Летом 1907 г. был избран комитет для содействия этой программе и можно надеяться, что смерть её основателя не затормозит этой ценной работы.

[12] Профессор Каптейн часто бывал в нашей стране и близко общался с нашими астрономами, среди которых у него было много друзей. В 1902 г. Королевское астрономическое общество наградило его своей золотой медалью; в 1905 г. он отправился в Южную Африку от Британской ассоциации[9]. В 1919 г. его избрали иностранным членом Королевского общества. В течение нескольких лет он проводил лето на обсерватории на горе Вильсона, на которой его назначили научным ассистентом, и он обычно посещал Сэра Дейвида Гилла на своём пути туда и обратно[10]. Многие восхитительные вечера он проводил в небольшом кругу друзей в доме Гилла, обсуждая проблемы вселенной и формулируя программы будущих работ. Его тонкое чувство товарищества, восторженность и простота характера нравились коллегам.

Его домашняя жизнь была особенно счастлива. В 1921 г., освободившись от официальных обязанностей, он попытался энергично воспользоваться возобновлённым общением со своими коллегами, ставшим возможным после устранения призраков войны. Он участвовал в конференции Astronomische Gesellschaft [Астрономического общества] в Потсдаме в августе того года. Небольшая компания из Дании, Швеции, Голландии, Англии и Германии собралась тогда в доме Эйнштейна, чтобы услышать и обсудить его схему устройства звёздной вселенной. Мы наслаждались, вновь слыша его знакомые гортанные восклицания и необычные выражения, в которых он восторженно, с юношеским пылом раскрывал свои последние мысли.

Через несколько дней он был в Британской ассоциации в Эдинбурге и восторгался, вновь встретив многих друзей прежних лет. Его последнее послание нам было отправлено по случаю столетия Королевского астрономического общества. Стало известно, что у него начала развиваться тяжёлая болезнь, хотя сам он вплоть до двух дней до кончины был преисполнен надеждой, что в конце концов выздоровеет. Он умер 18 июля 1922 г. Мы потеряли того, кто оставил большой след в продвижении астрономии и воодушевил многих коллег, советуя им следовать за ним и обобщать его открытия.

Примечания

1. Мы [vi, Предисловие] ссылались на Каптейна, который в 1909 г. заявил, что понятие среднего расстояния звёзд данной величины не имело смысла. О. Ш.

2. В § 9 Эддингтон упомянул некоторую корреляцию между истинными скоростями звёзд и их светимостью. О. Ш.

3. Чуть ниже Эддингтон отнёс гелиевые звёзды исключительно к некоторому спектральному типу (к типу B). Так, действительно, и считалось, но затем от этого утверждения отказались. О. Ш.

4. Не приводя выходных данных, Stoy (1972, с. 405) сообщает, что этот каталог был закончен в 1961 г. и содержит координаты звёзд до 11-й величины и карты звёзд до 14-й величины. О. Ш.

5. Астрограф – инструмент для фотографирования небесных тел. О. Ш.

6. Эддингтон имел в виду то, что сейчас называется предварительным исследованием данных и является важной составной частью теоретической статистики. Подобным исследованием не могли не заниматься все астрономы, начиная (в новое время) с Тихо Браге, а Ньюком (Шейнин 2002, с. 346) сравнивал друг с другом и объединял результаты, полученные на различных обсерваториях мира. О. Ш.

7. Ауверс обработал 3000 брадлеевских звёзд. Каталог Ауверса – Брадлея вышел в 1888 г. О. Ш.

8. Отбор площадок не ограничился подобным образом. Уже в предварительной переписке Каптейна с другими астрономами (Эдуард Пикеринг) были высказаны пожелания дополнительно отбирать примечательные места, подобные вершинам холмов при топографической съёмке (Шейнин 1984, с. 187). О. Ш.

9. Полное название: Британская ассоциация для продвижения науки (*British Association for the Advancement of Science*). В 2009 г. он была переименована в Британскую научную ассоциацию (*British Science Association*). О. Ш.

10. Обсерватория на горе Вильсона находится в Калифорнии, на которой Гилл не работал, но приезжал туда ежегодно. О. Ш.

Сведения об упомянутых астрономах

A. J. G. F. von Auwers, 1838 – 1915
W. W. Campbell, 1862 – 1938
D. Gill, 1843 – 1914
G. E. Hale, 1868 – 1938
E. Hertzsprung, 1873 – 1916
R. Innes, 1861 – 1933
H. N. Russel, 1877 – 1957
E. Schönfeld, 1828 – 1891
K. Schwarzshild, 1873 – 1916
H. von Seeliger, 1849 – 1924

Приложение

Дочь Каптейна написала книгу о нём (Hertzsprung-Kapteyn 1928), и мы сочли целесообразным выбрать оттуда выдержки из различных источников (в основном, из его переписки); соответствующие даты не всегда, к сожалению, были указаны. Краткие сведения о нескольких упомянутых лицах мы почерпнули из примечаний переводчика.

с. 25 – 26, 1885, Каптейн – Гиллу. *Если Вы доверите мне один или два негатива, я попробую обработать их, и если результат окажется таким, как я ожидаю, я с радостью посвящу* *несколько лет этой работе, что, как я надеюсь, немного разгрузит Вас, я же добьюсь почёта в присоединении своего имени к одному из величайших предприятий нашего времени.*

с. 26, 1886, Ответ Гилла. *Нелегко сказать, что я почувствовал, получив подобное предложение. Я воспринимаю его как искреннее братство в науке, а в Вас вижу истинного брата.*

с. 26, 1885, опубл. 1886, Каптейн – Гиллу. *Думаю, что моей восторженности по поводу этой работы хватит, скажем, на шесть или семь лет* […].

с. 27 – 28, 1886, Гилл – Каптейну. *Вы начали прекрасно, результаты намного превосходят по точности то, чего, как я думал, Вы добьётесь Вашим временным инструментом.*

с. 28, 1887, Гилл – Каптейну. *Наверняка, если в этом безнравственном мире когда-либо будут два хороших друга, то мы с Вами должны быть такими.*

с. 29, 1892. Каптейн – Гиллу. *Закончил! Измерение фотографий закончено* […]. *Эта работа была для меня источником нескончаемого доброго чувства, но всё же её наступившее в конце концов окончание – это одно из лучших ощущений.* […] *Число полученных нами наблюдений должно было перевалить за миллион, и, по правде сказать, моё терпение почти истощилось.*

с. 29, 1892. Ответ Гилла. *Вот только мой ликующий возглас, моё ура, и дай Бог, чтобы Вы могли долго продолжать и преуспевать!*

с. 62, 6 апр. 1899 г. Гилл – Каптейну. *Тысяча самых сердечных поздравлений с окончанием <u>Обозрения</u>. Какой груз снят с Ваших усталых плеч! Как прекрасно Вы выполнили своё обещание, данное мне в 1885 г. и как тщательно Вы проделали свою громадную работу! Она останется вечным памятником Вашей преданности науке, Вашей ревностной воле и замечательной работоспособности.*

с. 31, без даты. Гилл – Каптейну. *Я поздравляю себя с тем, что данный Вам материал, сколь несовершенным он ни был, позволил Вам установить свою репутацию и положение среди астрономов, которыми обладают лишь очень немногие лица Вашего возраста. Но больше всего я сильно радуюсь истинному другу, которого я отыскал в Вас, – и пусть наша дружба крепнет с годами!*

с. 35, без даты. Каптейн – Гиллу. *Некоторые не могут понять работу только для науки и истины.*

с. 31, без даты, без указания источника. Ньюком. *Этот труд Каптейна представляет примечательный пример силы, которая воодушевляет прирождённого исследователя небес. Хоть работа, как официально считалось, производилась для Британского правительства, годы тяжёлого труда были потрачены с единственным вознаграждением в сознании* *сделанного благородного вклада в познание и в признание своих коллег-астрономов этого и будущих поколений.*

с. 43, 1907. Ньюком – Каптейну. *В следующем году я проеду через Гаагу* […]. *Если мне это удастся, я надеюсь, что Вы сможете оказаться вблизи моего маршрута.*

с. 43. Его более позднее письмо. *Думаю, что прошло около года с тех пор, как я получил весточку от Вас лично. И теперь я пишу скорее ввиду своего общего чувства узнать, как Вы поживаете, нежели потому, что могу сказать что-то важное.*

с. 70 – 71, 1912. Хэл – Каптейну. *Значимость Вашей работы, конечно же, достаточно очевидна, но человек Ваших способностей не должен принуждаться тратить время и внимание на подобные простые дела. Чем больше возможности Вы имеете для мыслей о более обширных фазах астрономической работы, тем больше выиграет астрономия от исключительной общности Вашей силы воображения.*

с. 71, 1912. Ответ Каптейна. *Есть какая-то судьба, которая заставляет меня делать всю жизнь то, чего я меньше всего хотел. Составление Обозрения не привлекает меня нисколько, но то, чему я пытался сделать в действительно интересующем меня направлении, всегда мешало отсутствие надлежащих данных. Так что если (как я надеюсь, не слишком скоро) мне придётся умереть, я вероятно оставлю больше работы по Обозрению и сбору материала, чем почти любой другой, оставив следующему поколению настоящую работу, которую я надеялся и стремился сделать.*

с. 74 – 75, 22 янв. 1918 г. Хэл – Каптейну. *Вы необычным путём стимулировали астрономические исследования по всему миру и положили начало предприятию, которое будет долго продолжаться. При этих обстоятельствах Вы наверняка должны находить удовольствие в воспоминаниях о годах своей работы по организации сотрудничества по всему миру, которое так много значило для всех астрономов. Обсерватория на горе Вильсона более всего обязана Вам за громадно расширенное понятие о её возможностях, которое Вы пробудили* [у нас]. *Каждый наш сотрудник поэтому присоединится ко мне в уверении сердечного признания помощи и вдохновения, за которые мы обязаны Вам.*

с. 61 – 62, 1926. Хэл. *Как председатель комитета международного сотрудничества Академии* [я был] *убеждён, что многое может быть сделано объединенными усилиями. Поэтому большое внимание на меня произвела схема избранных площадок Каптейна, которую он представил на Международном научном конгрессе, проведенным в сочетании с Выставкой в Сент-Люисе. Мой собственный опыт относился к астрофизике, и мои планы для закладываемой обсерватории на горе Вильсона в основном ограничивались изучением физических процессов* […].

Исследование распределения звёзд в пространстве не было в них предусмотрено. Однако, его призыв после мастерского доклада Каптейна, широта его взглядов и умение, с которым он добился международного сотрудничества в выполнении [его планов] *произвели на меня глубокое впечатление.*
Не могли бы мы помочь ему […] *и в то же время расширить и усилить изучение нашей собственной проблемы* […]? *Сегодня ответ очевиден, но в то время, подойдя к [иной] теме и, будучи серьёзно ограничены отсутствием фондов, обстоятельства не были нам столь ясными. И всё же гений Каптейна и* [его] *личное очарование* […] *сразу же убедили меня, что Обсерватория на горе Вильсона должна будет выиграть от его сотрудничества* […].

Мощное творческое воображение, излучающее оптимизм и возбуждающее воодушевление, склонно ставить себе слишком серьёзные задачи. Но Каптейн, хоть он с радостью измерил бы все звёзды на небе, понял необходимость ограничить свои усилия. Вот почему появился план избранных площадок и успешный призыв к международному сотрудничеству.

с.64, 22 июля 1907 г. Каптейн – Кюстнеру. *Сотрудничество в моём <u>Плане избранных площадок</u> сейчас настолько расширено, что ответственность угрожает оказаться чудовищным бременем для любого, кто бы ни принял её на себя. Гилл уже давно настаивает, что для разрешения этих проблем следует провести конференцию, я же изо всех сил сопротивляюсь этому. Почти всё находится теперь в лучших руках, конференция же была бы слишком громоздка и никогда не смогла бы выработать руководящих указаний к Плану.* [Взамен, по инициативе Каптейна, был создан международный комитет.]

с. 85, 14 апр. 1906 г. Innes – Каптейну. *Вы были очень добры, допустив меня до внутреннего круга своим обращением <u>Мой дорогой</u> <u>Innes</u> и ещё добрее тем, что разрешили мне обращаться к Вам таким же образом. Если я так не делаю, то не потому, что не ценю Вашего разрешения, а потому, что Ваш замечательный талант поистине помещает Вас на более высокое место. Я действительно надеюсь, что Вы не станете возражать против моей приверженности культу героев.*

с. 74, 1913. Барнард – Каптейну. *Я просто хотел Вам сказать, как мы наслаждались Вашим коротким пребыванием у нас* [на Йеркской обсерватории]. *Это большое удовольствие видеть Вас здесь, всегда оставляющее после себя воспоминания, которые надолго доставляют мне удовольствие.*

с. 79, янв. 1917. Каптейн – Эддингтону. *Я убежден, что в конце концов наука должна непосредственно и косвенно стать мощным фактором в установлении мира и доброй воли среди людей. Если люди науки подают пример ненависти и узости мысли, то кто же поведёт нас?*

с. 44 – 45, без даты. Каптейн – Гиллу. *Я всегда был плохим корреспондентом* […]. *Добавьте моё чувство, что мне лучше ничего не писать об этой гибельной войне.*

с. 45, без даты. Ответ Гилла. *Вы наверняка плохой корреспондент, но когда Вы всё-таки пишете письмо, в нём всегда есть что-то, или скорее многое, которое очень даже следует прочесть.* […] *Я действительно не представлял себе полностью, какой Вы безупречный джентльмен, я до сих пор не знал как сильно Ваше чувство об этой печальной войне.*

с. 78, 1918. Каптейн – Фросту. *Не будь Вашего замечательного президента, я лично мало надеялся бы по поводу проблемы, которая оправдала бы человечеству страшные испытанные им страдания. Он может стать самым великим после Христа благодетелем мира. Лучше отказаться от справедливого возмездия, справедливого наказания, от всего угодно, но не от надежды на какое-то прочное устройство людских дел, которое способствовало бы действительному счастью и прогрессу человечества.* […] *Никогда не было такой возможности и без Америки не было бы и сейчас.*

с. 79, 1919. Каптейн и Heymans. Призыв (открытое письмо) членам академий союзных держав (Франции, Англии, Италии, России, Японии и США) и США по поводу устройства послевоенного мира

с. 53, 1907. Гилл – Каптейну по поводу его публикации (1904b). *Почему человек, обладающий как Вы особым астрономическим талантом, должен тратить свои дни на абстрактную математическую работу, над которой могут трудиться столь многие, тогда как мало кто способен на то, что Вы так хорошо делаете, –я не знаю. В конце концов, какое значение, какой интерес представляет кривая плотности по сравнению со структурой вселенной?* […] *Я полагаю, что сейчас в астрономии нет ничего, сравнимого по интересу с Вашей работой и местом, которое Вы предлагаете для её совершения.* [?]

Указанная публикация Каптейна привела его к столкновению с Пирсоном (Шейнин 1984, с. 190). О. Ш.

с. 49, без даты, без указания источника. Pieter van Rhijn. *Мы представляли себе, что не профессор говорит, а студенты слушают, но что профессор и студенты вместе решают научную задачу.*

Сведения об упомянутых в Приложении лицах

Barnard Edward Emerson, 1857 – 1923, астроном-наблюдатель

Hale George Elliot, 1868 – 1938, директор обсерватории на горе Вильсон

Frost E. B., 1866 – 1935, директор Йеркcской обсерватории возле Чикаго

Hymans G., 1857 – 1930, психолог в Гринвичском университете

Innes R. T. A., 1861 – 1933, директор Трансваальской обсерватории в Йоханнесбурге

Küstner Karl Friedrich, 1856 – 1936, профессор астрономии в Бонне

Rhijn Peter J., 1886 – 1960, директор астрономической лаборатории в Гронингене после Каптейна, профессор астрономии в Гронингене

Wilson Thomas Woodrow, 1856 – 1924. Президент США в 1913 – 1921 гг. Выдвинул условия мирного договора, которые были существенно использованы при определении требований злополучного Версальского договора. Один из инициаторов Лиги Наций. Нобелевская премия 1919 г.

Библиография

J. C. Kapteyn

Если не указано иначе, то место издания сочинений Каптейна – Гронинген

1886a, Les sinus de quatrième ordre. Amsterdam.

1886b, Die höheren Sinus. Wien.

1893, Over de verdeeling van de sterren in de ruimte. *Versl. Zitt. Wiss. Natuurkund. Afd. Akad. Wetenschappen Amsterdam* 1892 – 1893, pp. 125 – 140.

1896 – 1900, The Cape photographic Durchmusterung for the equinox 1875. *Cape Obs. Ann*., vols 3, 4, 5. By D. Gill and J. C. Kapteyn.

1900a, Publications of the Astronomical Laboratory at Groningen.

1900b, The parallax of 248 stars of the region around B. D. [Bonn Durchmusterung?] + 35.4013 contained on photographs prepared by A. Donner […] and measured and discussed by J. C. Kapteyn.

1900c, Components t and y of the proper motions and other quantities for the stars of Bradley.

1902a, Parallaxes of the clusters h and κ Persei, of Groombridge 745.61 Cygni, and surrounding stars contained on photographs prepared by A. Donner and measured and discussed by J. C. Kapteyn and W. de Sitter.

1902b, On the luminosity of the fixed stars.

1902c, Components r and v of the proper motions and other quantities for the stars of Bradley.

1904a, The proper motions of the Hyades derived from photographic plates prepared by Prof. A. Donner […], measured and discussed by J. C. Kapteyn and W. de Sitter.

1904b, Skew frequency curves in biology and statistics. Second edition, 1916, by J. C. Kapteyn and M. J. Van Uven.

1905, Star-streaming. *Rept of Brit. Assoc. for Advancement of Sci*., section A, pp. 257 – 265.

1906a, *Plan of selected areas.*

1906b, Some useful trigonometric formulae and a table of goniometric functions for the four quadrants. J. C. Kapteyn, W. Kapteyn.

1906c, Statistical methods in stellar astronomy. [*Repts*] *Intern. Congr. Arts and Sci. St Louis – Boston 1904*. N. p., vol. 4, pp. 396 – 425.

1906d, Reply to Prof. Pearson's criticisms. *Rec. trav. botaniques Néerl.*, vol. 2, pp. 216 – 222.

1908a, The parallaxes of 3650 stars of different galactic latitudes derived from photographic plates prepared by Prof. A. Donner […], measured and discussed by J. C. Kapteyn and W. de Sitter.

1908b, On the number of stars of determined magnitudes and determined galactic latitudes.

1908c, The proper motions of 3300 stars of different galactic latitudes derived from photographic plates prepared by Prof. A. Donner […], measured and discussed by J. C. Kapteyn and W. de Sitter.

1909a, The parallax of the Hyades, derived from photographic plates prepared by Prof. A. Donner […] and Prof. F. Küstner […] measured and discussed by J. C. Kapteyn and W. de Sitter.

1909b, Recent researches in the structure of the universe. *Annual Rept. Smithsonian Instn for 1908*, pp. 301 – 319.

1911, Report on the progress of the plan of selected areas.

1912, Definition of the correlation- coefficient. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, vol. 72, pp. 518 – 525.

1915, The relations between the proper motions and the radial velocities of the stars of the spectral types F, G, K and M. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 1.

1918a, The secular parallax of the stars of different magnitude, galactic latitude and spectrum. J. C. Kapteyn, P. J. Van Pijk, H. A. Weersma.
1918b, The proper motion of 2380 stars derived from plates taken at the Royal Observatory, Cape of Good Hope.
1919, Aux membres des académies des nations alliées et des Etats-unis d'Amérique, 8 pp., No place. G. Heymans, J. C. Kapteyn.
1920a, On the distribution of stars in space especially in the high galactic latitudes. *Astrophys. J.*, vol, 52.
1920b, The number of stars between definite limits of proper motion, visual magnitude and galactic latitude, for each spectral class etc.
1922, First attempt at a theory of the arrangement and motion of the sidereal system. *Astrophys. J.*, vol. 55, pp. 302 – 328.

Catalogue of Scientific Papers, vol. 16 for 1884 – 1900. Кембридж, 1918, включает около 25 журнальных статей Каптейна.
Poggendorff J. C. (1925), *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften* für 1904 – 1922, Bd. 5. Leipzig, указывает некрологи Каптейна и приводит список его сочинений, занимающий почти целую страницу мелкого шрифта.

Другие авторы

Boss L. (1910), *Preliminary General Catalogue of 6188 Stars for the Epoch of 1900. Washington.*
Gill D. (1913), *History and Description of the Royal Observatory, Cape of Good Hope*. London.
Hertzsprung-Kapteyn Henrietta (1928, голл.), *The Life and Works of J. C. Kapteyn*. Dordrecht, 1993. Translated by E. Robert Paul.
Newcomb S. (1902), *Stars: a Study of the Universe*. London. New York, 1906, 1908, 1910.
Sheynin O. (1984), On the history of the statistical method in astronomy. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 29, pp. 151 – 199.
--- (2002), Simon Newcomb as a statistician. *Hist. Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.
Stoy K. H. (1972), Kapteyn. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 5, pp. 403 – 406.

X

М. Ж. А. Н. Кондорсе

Похвальное слово Гюйгенсу

M. J. A. N. Condorcet, Eloge d'Huygens.
Oeuvres, t. 2. Paris, 1847, pp. 54 – 72
год первоначальной публикации не указан

[1] Христиан Гюйгенс родился 14 апреля 1629 г. в Гааге. Его отец, Константин Гюйгенс, был секретарём и советником правителей дома Оранских[1]. В то время, когда оживающая просвещённость всё ещё одобрялась и внушала зависть, склонность чиновника к гуманитарным наукам и философии не считалась бесполезным или опасным отвлечением. И мы вовсе не станем хвалить его за смелые занятия латинскими стихами или изучение физики и геометрии Декарта. Но мы всё же похвалим его за то, что, занимая свою должность, он отважился открыто оставаться другом этого философа, несправедливо обвинённого в безбожии и преследуемого опасным врагом.

Этот Voetius[2], столь презираемый сегодня и вспоминаемый разве лишь с ужасом, пользовался некоторым влиянием. По мнению господствующей партии, он был достоин похвалы за то, что своими воплями способствовал гибели мудрого и добродетельного Barneweldt.

В своём родительском доме молодой Гюйгенс пропитывался любовью к славе и восторженностью по отношению к великим людям. В 1644 г., будучи послан в Лейден для изучения юриспруденции, он захотел понять геометрию Декарта. Его руководителем стал Ван Схоотен, и скоро молодой геометр обогатил комментарий своего учителя к геометрии Декарта новыми и изобретательными замечаниями. С 1651 г. он оказался способным выявлять ошибки в великом труде Сен Венсана [1647], геометра, которого иезуиты и завистники Декарта желали поставить наравне с ним. Приятно ведь оспаривать должное место живого гения, и разве имеет значение, что в будущем справедливость восторжествует? Зависть считает себя удовлетворённой, если может обеспокоить его дни.

[2] После отмщения за Декарта Гюйгенс показал себя достойным занять его место. В 1657 г., через семь лет после смерти этого философа, он изобрёл метод, отличающийся от данного Валлисом [в *Анализе бесконечных* 1656 г.] для спрямления кривых и спрямил циклоиду. До тех пор это не удавалось лишь для двух кривых, кубической параболы и циклоиды. Славу в этой связи заслуживают также два английских математика, Нейль и Рен[3].

Опять-таки с двумя английскими математиками, Валлисом и тем же самым Реном, Гюйгенс делит открытие законов удара тел. Для изучения этого явления древние математики применяли своего рода метафизику, неподходящую в этом случае, опытов же никаких не производили, и представляется, что они даже не подозревали о существовании подобных законов.

Декарт пытался отыскать их, но применял отвлечённый и слишком обобщённый принцип, который увёл его в сторону. Наконец, в 1669 г. Королевское общество предложило исследовать эту тему, и три геометра, упомянутые выше, почти одновременно представили истинные законы удара. Гюйгенс, однако, открыл их в 1661 г. и на самом деле именно он является их первым изобретателем.

В своих исследованиях он не придерживался метафизики, которая сбивала с толку его учителя. Он исходил из того непреложного факта, что после столкновения два упругих тела, двигавшихся с одной и той же скоростью в противоположных направлениях, отражаются друг от друга с той же скоростью. Затем Гюйгенс исследовал случай неравных скоростей и масс, и, после обнаружения соответствующих чисто геометрических законов, вывел метафизический принцип, названный с тех пор принципом сохранения живых сил. Он таким образом выявил суть ошибки Декарта, относящейся к неупругим телам, и установил, что было подходящим для замены его рассуждений.

[3] Хорология или искусство измерения времени при помощи машины не может быть точной, если не обеспечит перемещения тел на равные расстояния в равные промежутки времени. Гюйгенс подметил, что если колебания маятника происходят именно так, то он сможет добиться равномерного движения соответствием каждого колебания прохождению зубца на колёсике с равнораспределёнными зубцами.

Необходимо было, однако, установить кривую, вдоль которой должно проходить тело при своём колебательном движении, чтобы колебания с большой или малой [амплитудой] происходили в одно и то же время. Именно на этом самом месте остановился Галилей, который первым догадался применять маятник в часах[4]. Гюйгенс определил, что необходимой кривой была циклоида, но это тем не менее было ещё недостаточно: требовалось ещё установить средство для того, чтобы маятник описывал циклоиду.

Несгибаемый маятник, подвешенный в неподвижной точке и качающийся в одной и той же плоскости, может описывать только вертикальную круговую дугу. Но если его верхней частью является гибкий шнур, который при колебаниях огибает выпуклую кривую, конец маятника опишет дугу другой кривой. И таким образом задача свелась к установлению кривой, вдоль которой должен огибаться и разворачиваться шнур, чтобы маятник описывал заданную кривую.

Гюйгенс установил, что желаемая кривая должна проходить через все точки скопления (concours) двух перпендикуляров, восставленных в точках, бесконечно близких к кривой, описываемой маятником, и указал метод отыскания этой точки скопления. Для интересующего его случая искомая кривая оказалась циклоидой и её эволютой была та же циклоида. Когда шнур прикладывается и развёртывается вокруг выпуклости дуги, чья начальная точка находится на основании циклоиды, нижняя часть маятника описывает дугу, самая нижняя точка которой является вершиной равной [конгруэнтной] циклоиды.

После установления метода для обеспечения изохронности колебаний[5] было всё ещё необходимо научиться определять их период или точное отношение этой величины к длине и форме маятника[6]. Если маятник снабжён точечным грузом на конце невесомого шнура, то эта задача проста, но ни одно из указанных условий не выполняется. Необходимо поэтому определить параметры маятника с невесомым шнуром и точечным грузом, движение которого было бы тем же, что и у маятника со шнуром равномерно распределённой массы [и грузом] заданной формы.

Это определение сводится к установлению центров качания. Кроме того, Гюйгенс вывел общий закон для маятника с невесомым шнуром и многими грузами и для [физического] маятника любой формы. Последняя цель существенно облегчается применением интегрального исчисления, но Гюйгенс [ещё] не владел им и, быть может, не меньше таланта требуется, чтобы обойтись без него, чем чтобы изобрести его.

Некоторые практические трудности потребовали отказаться от качаний вдоль дуги циклоиды; вместо этого были введены небольшие круговые дуги, что оказалось возможным без потери точности. По существу это следовало из теории Гюйгенса о том, что дуга циклоиды в окрестности её самой нижней точки ничтожно отличается от круговой дуги с радиусом, равным радиусу её эволюты[7]. Равномерность хода маятниковых часов таким образом всё ещё является заслугой Гюйгенса[8].

Изохронность маятников нельзя использовать в часах, попадающих в различные условия. Гюйгенс устранил это неудобство, заменив маятник спиральной пружиной, доказав, что её колебания также изохронны. Гук, известный английский математик, пришёл к той же мысли и реализовал её примерно в то же время.

Чтобы добиться известной степени точности, искусство хорологии таким образом потребовало открытий в геометрии и механике. Гения Гюйгенса оказалось достаточным для всего, и его поразительный пример должен заглушить тех, не знакомых ни с наукой, ни с её историей, и находящих удовольствие в повторении мысли о том, что великие открытия в ремеслах были случайны.

[4] Тела, движущиеся по кругу, стремятся удалиться от его центра, поскольку в каждый момент их движение направлено по касательной. Гюйгенс определил отношение соответствующей силы для окружностей различных радиусов и различных скоростей движения, а также и этой центростремительной силы при данной окружности и данной скорости к силе [ускорению] силы тяжести на поверхности Земли. Кроме того, он уже выяснил при помощи своей теории эволют, что небольшие дуги некоторой кривой почти совпадают с дугой окружности с центром на конце радиуса эволюты. Оба эти открытия содержатся в его *Маятниковых часах* (1673), и, взятые совместно, являются теорией центральных сил. Таким образом, Гюйгенс прикоснулся к открытию, принесшему славу Ньютону, и достигнутое им было быть может не менее трудным.

[5] В то время Декартова система вихрей всё ещё имела только либо противников, либо пылких поклонников. Вооружённый тем же арсеналом, которым сам Декарт сумел воспользоваться, т. е. геометрией, приложенной к механике, Гюйгенс начал нападать на неё первым. Ввиду своей теории центростремительных сил он знал, что тела, попавшие в эти вихри, устремляются не в общий центр, а к их оси и что для создания силы тяжести такой вихрь [в единственном числе] должен обладать на своём экваторе скоростью, в 17 раз превышающей скорость вращения Земли около своей оси, что ускорило бы суточное вращение; и что, наконец, те же тела, попавшие в более тяжёлую жидкость, выплывут с большей силой и, в соответствии с системой Декарта, станут тяжелее, что окажется внутренне противоречивым[9].

На эти доводы нельзя было возразить. Но Гюйгенс не был удовлетворён опровержением декартова объяснения силы тяжести. Он пытался вообразить иное обоснование, и, как он полагал, её причиной всё ещё была жидкость. Гюйгенс думал, что жидкость текла как-то иначе, но, по правде говоря, его предположение было вовсе не предпочтительнее, а сложнее и потому труднее опровергаемо.

В отношении своих глубочайших понятий величайшие гении не могут защититься от господства привычек и образования. Легче поэтому было представить себе все частицы громадного потока жидкости движущимися по существу равномерно по кругу, каждая со своей скоростью, чем обладающими обоюдными (réciproque) стремлениями и следующими общему закону. Одна из этих идей выглядит вполне естественно, другая – почти абсурдно.

Даже Ньютон не был обязан упоминать то же самое о жидкостях, о которых нет больше вопроса ввиду метафизики Локка, включённую нами в науку, а может быть и потому, что наши первые представления знакомят нас с идеей всемирного притяжения.

[6] С ранних лет Гюйгенс много занимался диоптрикой, которая стала наукой в руках Декарта. Когда Ньютон обнаружил различия в преломлении света, голландский геометр вовсе не пренебрёг возможностью стать учеником более молодого иностранца и счёл более славным присоединиться к открытиям Ньютона, чем приостанавливать их успех своими возражениями.

Гюйгенс отнюдь не ограничился теорией этой науки; он снизошёл до усовершенствования её практической стороны, что доставило ему удовольствие открыть четвёртый спутник Сатурна, – один из пяти первых обнаруженных, – при помощи телескопа с линзами собственного изготовления. И он доказал, что особый вид Сатурна, который он первым и наблюдал, можно объяснить, предположив, что эта планета окружена плоским кольцом, нигде не соприкасающимся с ней.

Честь открытия других спутников Сатурна остаётся за прославленным [Джованни Доменико] Кассини[10], Гюйгенс и не пытался отыскать их. Трудно поверить, почему. Этот знаменитый человек всё ещё придерживался предрассудков древних, которые Декарт не смог полностью искоренить. Он полагал, что число спутников [любой планеты] не может превосходить числа основных планет[11]. Никто не сможет сказать, как часто суеверия всякого рода пресекали открытия. Гений ползёт, несмотря на свои оковы, но летит, когда сможет сбросить их.

[7] Наблюдения на экваторе доказали, что секундный маятник там короче, чем во Франции, а [ускорение] силы тяжести поэтому слабее[12]. Гюйгенс сразу же понял, что это явление могло быть вызвано различием в центробежной силе. Но он также заметил, что по той же причине сила тяжести не могла быть направлена перпендикулярно поверхности сферической Земли и поэтому заключил, что, поскольку она была направлена именно так, Земля должна была быть сплюснута у полюсов.

Ньютон также обнаружил эту сплюснутость, а после учёта притяжения гор [после учёта местных аномалий силы тяжести] и отказа от представления о совершенно регулярной кривой [о регулярных меридианах] градусные измерения подтвердили его заключение.

[8] Гюйгенс написал небольшой трактат об исчислении вероятностей, который комментировал Якоб Бернулли и который таким образом оказался первой частью [основой первой части] его *Искусства предположений*. Это обстоятельство оправдывает сложившееся высокое мнение о нём. В указанном сочинении Гюйгенс решил две задачи, последовавшие из одного и того же вопроса: игроки, ожидания выигрыша данной суммы у которых не были одними и теми же, соглашаются отказаться от игры. По какому правилу им следует разделить эту сумму?

Открытие этого правила было единственной темой трактата Гюйгенса; аналитическая сторона его задач не представляла трудностей. Он применил тот принцип, что если игрок, к примеру, может либо выиграть, либо проиграть, то его положение абсолютно такое же, как и у другого лица, которое играет в справедливую игру против двоих. Ясно, что при отказе от игры он должен получить треть ставок, потому что он столько же поставил. Поэтому в первом случае игрок тоже должен получить треть, если против него два шанса и только один благоприятен.

Однако, совершенна ли эта аналогия? Положение первых двух игроков очевидно одно и то же, если сравнить каждого с совместным состоянием его обоих противников; но поскольку игра троих справедлива, должны ли мы заключить, что положение каждого таково же, как и положение двух других совместно? […][13]

Гюйгенс включил свой трактат как приложение к книге Ван Схоотена (1657), т. е. до того, как кто-нибудь другой опубликовал что-либо по той же теме. Он наравне с Паскалем[14] может поэтому притязать на славу изобретателя того приложения анализа, которое, видимо, следует установленным законам и подчиняет исчислению правила человеческой осмотрительности и мотивы наших поступков.

[9] Гюйгенс решил знаменитые задачи о кривой aux approaches égales[15] и о цепной линии примерно в одно время с Лейбницем и братьями Бернулли. Оба были вдвойне трудны, потому что требовали составления и решения уравнения, которое должно было быть вначале представлено в конечном виде. Вторая трудность не была бы серьёзной для геометров, применяющих интегральное исчисление, потому что их [обеих задач?] дифференциальное уравнение было очень простым. Гюйгенса, однако, это не касалось, и его решения, как и в других его работах, основывались лишь на методах древних математиков.

В руках Валлиса метод Декарта стал, однако, легче, чем те, но, хотя Гюйгенс досконально знал и даже усовершенствовал его, он предпочитал метод линий (méthode des lignes)[16], и необычная мощь его разума никак не позволяла ему почувствовать его неудобство. Он придерживался этого метода либо ввиду предубеждения, либо, всегда относясь к самим вещам, а не к их символам, представляющим их, метод линий был предпочтительнее как в некотором роде более понятный и полнее удовлетворяющий разум.

Далее, главнейший недостаток метода древних, который неоспоримо свидетельствовал о верховенстве современного анализа, состоял в том, что по самому его существу древние математики могли определять лишь частные решения. Среди задач, требующих интегрального исчисления, чьи общие решения включали произвольные постоянные, были такие, указанные решения которых не могли быть выведены из решений, полученных по методу древних, и к таковым относились задачи о колебаниях упругой жидкости (ligne fluide élastique) и колебания струны, которые Ньютон и Тейлор решили лишь неполно при помощи синтетического метода[17].

Есть [правда] и такие задачи, частные решения которых, полученные по методу древних, легко приводят к общим решениям, и такими были все, предложенные Гюйгенсу[18], который таким образом и решил их. Итак, его предпочтения не могли повредить делу, но их единственное достоинство состояло в том, что было труднее найти лучший метод.

И всё же он вовсе не пренебрегал изучением новых методов и признавал их предпочтительность лишь только как следует знакомился с ними, и он даже применил дифференциальное исчисление для решения задачи, которую опубликовал в 1693 г. в *Actes de Leipzig* [*Actes Eruditorum*], о кривой, касательные к которой имели постоянное отношение к соответствующим частям оси. Он там прямо указал, что иначе было бы трудно справиться с ней.

Эти виды вызовов, предлагавшиеся геометрами, и бывшие столь важными в научной истории прошлого века, более не практикуются. В те дни аналитические методы всё ещё были малоизвестны и оказывались полезными лишь в руках гениев. Каждый метод, – древних, Декарта и дифференциального исчисления, – имел своих сторонников, и, решая задачу, предложенную их противниками, они стремились доказать преимущества и своих методов, и своего таланта.

Общие принципы движения не были ещё известны и оказывалось необходимым создавать частные принципы для каждого случая. Наконец, эти [?] первые применения новых методов касались простых задач, которые требовали серьёзных размышлений[19], но лишь немногих вычислений и приводили к кратким и точным результатам. Ныне, благодаря принципу Даламбера, наука о движении – это наука одних только вычислений; методы, бывшие тайными, стали почти популярными и их простейшие применения исчерпаны. Необходимо либо изобретать новые методы, либо почти всегда довольствоваться лишь приближёнными или даже лишь едва достоверными результатами при помощи длительного и тяжёлого применения старых методов.

Слава, которая прежде могла быть признана для самого гения, теперь может относиться только к гению и его работе. Так, соревнования теперь более не вызываются задачами, которые геометры задавали друг другу, а поддерживаются великими и важными теориями, предложенными для исследования научными обществами. Эти соревнования полезнее ввиду своей цели и к тому же предпочтительнее, потому что не ведут к личному публичному соперничеству, которое может окончиться ненавистью. Порождаемые диспуты были скорее вредны для продвижения наук, ибо поглощали внимание и время геометров, чего сейчас нет, а соревнования сейчас оживлённее, чем могли быть раньше[20].

[10] Гюйгенс много занимался приближёнными квадратурами круга и гиперболы [?] и установил тонкие и особые отношения между свойствами этих кривых. Академия поручила ему исследовать книгу Грегори по этой теме, в которой этот английский геометр заявил, что предложил лучший метод приближений и доказывал, что точная квадратура невозможна.

Гюйгенс справедливо оспорил оба эти утверждения. Он не доказал, что точная квадратура возможна, но что доказательство Грегори было недостаточным. Он, видимо, боялся, притом безосновательно, что, лишая геометров надежды отыскать квадратуру, он вредил продвижению геометрии, – как будто было возможно отыскать среди них кого-то, чтобы вселить в него призрачные надежды.

Если добавить ко всем открытиям Гюйгенса, что он первым возымел идею микрометра и должным образом упомянуть его мысль о более простых методах, которыми он обогатил геометрию, его изящные теории о циклоиде, о логарифмической и иных кривых и большое число интересных наблюдений о ловко придуманных машинах, – если добавить всё это, то можно будет понять его жизнь, потому что в ней не было никаких других событий, кроме открытий и славы, которую они ему заслужили.

[11] Нам только известно, что с детства будущее Гюйгенса было заметно. Не пренебрегая изучением латинского и греческого языков, он девяти лет от роду понял арифметику, географию, музыку. Его талант к механике начал развиваться с 13 лет; уже тогда Гюйгенс понимал машины и даже пытался конструировать их. Посредственные дарования или те, которые ограничиваются лишь единой ветвью познания, могут быть запоздалыми, но гении всегда скороспелы, потому что представляют собой сочетания мощи, общности и проницательности, т. е. качеств, которые для своего развития нуждаются лишь в стечении определённых обстоятельств.

Первым учителем Гюйгенса был фламандец [Jan] Stampioen (1610 – 1690). Автор биографии нашего геометра [Baillet 1691] не упоминает ничего больше и этот учитель известен лишь ввиду своего ученика. Как фосфор, который освещает всё, чего только коснётся, гений распространяет свою славу на всех приближённых к нему.

В 1649 г. Гюйгенс сопровождал графа Гендрика Нассаунского в Данию. Декарт был тогда в Швеции, и Гюйгенс, бывший уже достойным беседовать с ним, страстно желал видеть великого человека, почти уничтоженного миром, который не понимал его значимости, но граф слишком рано вернулся в Голландию. Гюйгенс лишился радости увидеть этого великого человека, и Декарт тоже не испытал удовольствия предвидеть всё, что философия могла ожидать от Гюйгенса.

С 1655 по 1663 годы Гюйгенс многажды посещал Францию и Англию. Во время своего первого пребывания во Франции университет города Анже, в который ещё принимали протестантов, присудил ему степень доктора юриспруденции[21]. В 1666 г. он приехал в Париж по приглашению Кольбера, чтобы воспользоваться поощрением, которое Луи XIV оказывал наукам, и до 1681 года оставался одним из наиболее знаменитых членов бывшей академии[22].

[12] Эдикты, направленные против протестантов, вынудили Гюйгенса покинуть Францию. Безуспешно старался он оставаться там: он презирал особое покровительство, если оно не предусматривалось законами, и вернулся к семье на родину в поисках свободы и мира. Конец его жизни был омрачён семейной скорбью. Его семье было, видимо, трудно извинить его за отказ от всех положенных им преимуществ и стать лишь великим человеком.

Во время своей жизни в Париже Гюйгенс познакомился с Лейбницем, и частично ввиду этого последний обратил свой гений к математике. Научная переписка Лейбница и Бернулли[23], в которой эти знаменитые друзья поверяли друг другу свои самые скрытые чувства, показывает, как высоко они оценивали Гюйгенса, как жаждали ознакомиться с его рукописями и испытывали ревность, находя в них свои собственные мнения, и как они радовались, отклоняя мнение Гюйгенса о толпе противников, привлечённых к исчислению бесконечных его двойной виной, новизной и возвышенностью. Если что-то обоснованно льстит самолюбию, то это подобное похвальное слово, сказанное частным образом великими людьми с оттенком недоброжелательности, в котором нельзя заподозрить никакого желания кроме как убавить восхваление.

Гюйгенс умер 5 июня 1695 г. Его смерть приписали неумеренному труду, и во всяком случае за несколько месяцев он полностью лишился умственных способностей. Подобное случилось с ним ещё в Париже, но в тот раз поездка на родину излечила его, и его гений смог восстановить свою мощь, и, что было ещё необычнее, он вспомнил забытое [вспомнил случившееся с ним].

Но после рецидива у него было лишь несколько минут просвета, и он к счастью занялся тогда своими рукописями и оставил своим ученикам, Volter и Fullen, заботу о приведении их в порядок.

Вот всё, что нам известно о личной жизни Гюйгенса. Говорят, что, будучи в Париже, он познакомился с известной Нинон[24] и сочинил для нее довольно плохие стихи. Его поведение по отношению к Hartsôcker[25], которое Фонтенель описал в похвальном слове последнему, доказывает, что его душа была чистосердечна и возвышена. Он испытал ещё несколько научных диспутов, ныне забытых вместе с именами его противников. Он останется в живых покуда развиваются математика и ремесла. Если он не оставил столь же блестящей репутации как Ньютон, то потому, что, будучи, возможно, таким же талантливым, он лишь подготовил славную революцию, которую осуществил Ньютон в исчислении и философии.

Примечания

Некоторые примечания помечены нашими собственными инициалами (О. Ш.), остальные либо частично написаны Кондорсе (что, однако, представляется сомнительным), либо, частично или полностью, редактором (A. Condorcet O'Connor, F. Arago)

1. Он также изучал непрерывные дроби (Baillet 1691).

2. G. Voetius (1588 – 1676), влиятельный теолог. Упомянутый ниже политик J. Van Olden Barneveldt (1547 – 1619) был признан виновным в измене и обезглавлен. О. Ш.

3. Юшкевич и др. (1970b, с. 192) указали, что в 1657 г. Нейль (1637 – 1670), затем Рен (1633 – 1660), Ферма и Гюйгенс доказали, что спрямление алгебраических кривых возможно, что Хёйрат (1632 – 1723) спрямил циклоиду в 1658 г. и что Валлис опубликовал открытия Нейля и Рена в 1659 г. О. Ш.

4. Так признал [указал] аббат Hautefeuille, упоминая свои доводы против Гюйгенса.

[Аббат Hautefeuille упомянут и в Прим. 8. Две его книги включены в Библиографию. О. Ш.]

5. Юшкевич и др. (1970, с. 207) указали, что Гюйгенс применил термин *таутохронный*, *изохронный* же употребил Пардис (G. Pardies, 1636 – 1673). О. Ш.

6. Измените [исправьте] это [?], потому что теорема очень приятна, а англичане притязают на неё.

[Форму маятника можно учесть, если и его масса, и момент инерции относительно оси подвеса известны. О. Ш.]

7. См также выдержку из соответствующего сочинения Гюйгенса (Юшкевич 1970a, с. 12). О. Ш.

8. Сын Галилея изготавливал маятниковые часы. По поводу этих ссор [ср. Прим. 4] см. работы Гюйгенса и несколько слов, сказанных аббатом Hautefeuille.

9. Уточните это утверждение по тексту Гюйгенса.
10. Кассини обнаружил только четыре спутника; теперь известно более 60. О. Ш.
11. В то время было известно лишь шесть планет. О. Ш.
12. Установите по дате его сочинения о центральных силах, не предвидел ли он этого укорачивания.
[Chapin (1994, т. 2, с. 1091) заявил, что Гюйгенс приписал это укорачивание небрежности измерений. Таким образом автор отверг все дальнейшие рассуждения Кондорсе. О. Ш.]
13. Мы выпустили дальнейшую чепуху. О сочинении Гюйгенса см., например, наш комментарий в книге Бернулли Я. (1986).
В 1772 г., в письме Тюрго, Кондорсе (Henry 1883/1970, с. 97 – 98) объяснил, что в исчислении вероятностей он по существу следовал за Даламбером и таким образом скомпрометировал сам себя. Далее, Todhunter (1865, с. 352) уничтожающе охарактеризовал опубликованную работу Кондорсе по той же дисциплине. О. Ш.
14. Комментаторы почему-то обычно забывают Ферма. О. Ш.
15. Требовалось определить кривую, вдоль которой падающее тело проходит равные расстояния между смежными равноотстоящими горизонтальными прямыми за равные промежутки времени, см. *Encyclopédie* (1751/1966, т. 1, с. 557). Там упомянуто несколько авторов, но не Гюйгенс, *и др*. Общий метод Декарта состоял в сведении геометрических задач к алгебре. О. Ш.
16. Мы не нашли описания этого метода. Кондорсе неоднократно упоминает метод древних, но не уточняет ничего. О. Ш.
17. Синтетическое направление в математике противопоставляется аналитическому, а в качестве примера указывается геометрия Евклида. *Encyclopédie* (1765/1967, т. 15, с. 762, левая колонка) определяет его как рассуждения, основанные на принципах, которые считаются достоверными, и на уже доказанных предложениях. Мы бы сказали, что его можно определить как логическое направление. О. Ш.
18. Ниже, Кондорсе упоминает *вызовы*, предлагаемые геометрами другим или самим себе. О. Ш.
19. Простой, но требующий много размышлений? О. Ш.
20. Кондорсе не мог ничего знать о нынешней научной спешке, о чувстве необходимости (иногда оправданном) во что бы то ни стало быть первым. О. Ш.
21. Франкфурт и Френк (1962, с. 67) и Bos (1972, с. 598) утверждают, правда бездоказательно, что Гюйгенс по существу купил эту степень. Во всяком случае, юриспруденцией Гюйгенс никогда не занимался. О. Ш.
22. Всесильный министр Ж. Б. Кольбер (1619 – 1683). В 1666 г. он сыграл решающую роль в учреждении *старой* (прежней) Королевской академии наук, в которую он пригласил Гюйгенса в качестве её президента (БСЭ, 3-е издание, т. 28, 1978, статья Франция, столбец 164). О. Ш.
23. Лейбниц переписывался с Иоганном, Якобом и Николаем Бернулли. О. Ш.
24. Ninon de l'Enlos, известная куртизанка (1620 – 1705). О. Ш.
25. N. Hartsôcker, 1656 – 1725, голландский биолог, математик и физик. О. Ш.

Библиография

Бернулли Я. (1986), *О законе больших чисел*. Ред. Ю. В. Прохоров. М.
Гюйгенс Х. (1951), *Три мемуара по механике*. М. – Л.
Франкфурт У. И., Френк А. М. (1962), *Христиан Гюйгенс*. М. Научно-популярное сочинение с обширной библиографией.
Юшкевич А. П. (1970a), Общая характеристика математики XVIII века. В книге Юшкевич (1970b, с. 7 – 21).
---, редактор (1970b), *История математики с древнейших времён до начала XIX столетия*, т. 2. М.
Юшкевич А. П. при участии М. В. Чирикова (1970), Инфинитезимальные методы. В книге Юшкевич (1970b, с. 130 – 214).
Baillet A. (1691), *Vie de Monsieur Descartes.* Paris.

Bos H. J. M. (1972), Huygens. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 6, pp. 597 – 613.
Chapin S. L. (1994), Geodesy. In Grattan-Guinness I., Editor, *Companion Enc. of the Hist. and Philosophy of the Math. Sciences*, vols 1 – 2. London – New York, vol. 2, pp. 1089 – 1100.
Encyclopèdie (1751 – 1780), *Encyclopèdie ou dictionaire raisonné des sciences, de arts et des métiers*. Stuttgart – Bad Cannstatt, 1966 – 1967.
Gregory J. (1667), *Vera circuli et hyperbolae quadratura*. Patavii.
Hautefeuille J. De (1692), *Recueil des ouvrages de Hautefeuille contenant plusieurs découvertes et inventions nouvelles dans la physique et dans les mathématiques*. Paris.
--- (1718), *Deux problèmes d'horologie proposez pour résoudre*. No place indicated.
Henry M. Ch. (1883), *Correspondance inédite de Condorcet et de Turgot.* Genève, 1970.
Huygens Ch. (1657), De calcul dans les jeux de hazard. *Oeuvr. Compl.*, t. 14. La Haye, 1920, pp. 49 – 91. French and Dutch. Dutch text publ. 1660.
--- (1888 – 1950), *Oeuvres Complètes*, tt. 1 – 22. La Haye.
Saint-Vincent G., Gregorius a St. Vincento (1647), *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum coni*. Antwerp.
Schooten Fr. (1657), *Exercitationum mathmaticarum*. Amsterdam.
Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability.* New York, 1949, 1965.
--- (1873), *History of the Mathematical Theories of Attraction and the Figure of the Earth*, vols 1 – 2. New York, 1962.

XI

Р. Вольф

Якоб Бернулли из Базеля, 1654 – 1705

R. Wolf, Jakob Bernoulli von Basel, 1654 – 1705.
Biographie zur Kulturgeschichte der Schweiz, 1. Cyclus.
Zürich, 1858, pp. 133 – 166

[**1**] 27 декабря 1654 г. по старому стилю Маргарита Шёнауер, жена советника Николая Бернулли, родила в Базеле сына, крещённого Якобом. Он оказался первым из семи членов этого рода, которые более столетия так отлично разрабатывали математические науки, что Ньютона и Лейбница, а позднее таких учёных как Даламбер и Эйлер, следует считать равными им[1]; что научные общества действительно должны были им проценты на полученный капитал; что ни одного подобного примера в истории нельзя найти; что даже сейчас каждый математик почти на каждом шагу находит их следы и упоминает их с неизменным глубоким уважением; и, наконец, что Швейцария стала достойной за рубежом также в интеллектуальном смысле, как была раньше достойна по причине физической силы, храбрости и преданности.

Якоба предназначали в богословы. Он посещал школу, затем университет в своём родном городе, выучил древние языки и в 1671 г. стал магистром философии. Он продолжил своё учение, как и было решено ранее, но в то же время математические дисциплины, на которые он случайно обратил внимание при рассматривании некоторых геометрических фигур, неотразимо привлекли его. Якоб мог изучать их только в свободное время, не имея никакого руководителя и почти без всяких вспомогательных средств, поскольку отец хотел, чтобы его обучение точно следовало по избранному пути.

Тем не менее, будучи 17 лет от роду, он решил довольно трудную хронологическую задачу, предложенную Швентером: определить год по юлианскому календарю, зная [год] по солнечному циклу в 28 лет, метонову циклу в 19 лет и 15-тилетнему финансовому циклу[2]. Затем Якоб начал в основном заниматься астрономией, и, в соответствии с обычаем своего времени, выбрал эмблему, которая показывала его как возницу солнечной колесницы с надписью *Invito patre sidera verso*[3].

[**2**] В 1676 г. Бернулли выдержал экзамен по богословию и 20 августа начал своё путешествие по Швейцарии и Франции. Вначале, 27 августа, он прибыл в Женеву и оставался там семь кварталов. Свою тогдашнюю жизнь он описал в путевых заметках, всё ещё находящихся в руках уважаемого базельского профессора Рудольфа Мериана. В них он, в частности, написал [Peter Merian (1846)]:

6 октября я пришёл к г-ну Вальдкирху, чтобы обучать его детей в обмен за стол и продолжал исполнять эту обязанность *по три часа в день вплоть до отъезда. Я прошёл с его слепой дочерью полные курсы логики и физики, частично историю по Matthiae* [позднейший перевод (1841)] *и* [богословие] *по краткому руководству Wolleb* [1626], *научил её писать и петь различные духовные песни. Некоторое время я также обучал* […] *дворян* […] *географии и* […] *немецкого дворянина* […] *латинскому языку и* […] *немецкому. Кроме того, в Женеве я прочёл 18 проповедей о различных событиях, трижды обносил чашу во время причастия и дважды публично возражал Турретину.* […]

Подобно французам, которые повсеместно свиньи, они [жители Женевы] *содержат город в очень грязном состоянии. Кто ночами гуляет по аллеям, глядя в небеса, должен остерегаться, чтобы его сверху не окрестили. Они должны быть благодарны северо-восточному ветру, который не даёт воздуху заразиться.* […]

Воды высокого качества остро не хватает. У них только три постоянных колодца, один из них […] *второй* […], *а третий возле гимназии, но вода скверная, и её приносят из Роны. Но речная вода омерзительна ввиду общественных уборных, расположенных там и сям вдоль реки. Мужчины и женщины заходят в них при необходимости, и называется это пойти к Роне. Легко представить, что в питье иногда виднеется комок. Я-то пил вино, неплохое по вкусу.* […]

Обычные дома строятся в основном для удобства, а не изящности. Каменная спиральная лестница ведёт снизу наверх, иногда она служит для 12 – 15 квартир, по три или четыре на этаж. В остальном всё по-свински. У них нет буфетов, картин, просторных залов, канделябров, решёток под лестницей для обтирания обуви. Сидя за столом, они вполне могут выкидывать обглоданные кости через плечо. Обычно, как и во всей Франции, здесь нет печей, и люди согреваются возле кухонного огня. Спереди ноги прожариваются, а вот спина мёрзнет. Стены не обшиваются панелями, либо виден камень, либо они обклеены обоями. Перин нет, одни только голые матрацы. […]

Возле собора Св. Петра расположена аудитория, в которой читаются лекции по юриспруденции и философии, а на противоположной стороне находится аудитория для проповедей на немецком и итальянском языках, а в зимнее время и на французском. Обе аудитории плохо оборудованы, и я пожелал бы им иметь [взамен] *наши базельские гусятники. Это было бы лучше.* […]

Кладбище – за городом, позади дворца Plainpalais. Оно огорожено со всех четырёх сторон, и молодых и старых без разбора, без пения и музыки, бросают в могилы как собак, sine lux, sine crux, et sine Deus[4]. […]

Жители Женевы не отмечают никаких праздников, не знают ни страстной недели, ни рождества, ни нового года. Единственное исключение – Escalade 12 декабря, когда они вспоминают о своём физическом освобождении в 1602 г. от ярма правителей Савойи[5]*. Им следовало бы много больше благодарить*

Бога за духовное освобождение от власти Сатаны чудесным очеловечиванием Спасителя нашего, достигнутого его горькими страданиями и смертью. Их празднование Escalade – это скорее праздник обжорства и попойки, пренебрежение Савойи мертвецким пьянством, а не преданность Богу. Самый бедный горожанин не настолько беден, чтобы воздержаться, а один из жителей отдал каплуна в обмен [на горькую].

8 мая 1678 г. Бернулли выехал из Женевы, чтобы занять предложенное место у

Маркиза Lostanges, проживающего в своём имении в Nede, в провинции Лимузен [во Франции] *и некоторое время обучать его единственного сына, а затем пропутешествовать с ним. За это мне был обещан стол и 15 пистолей в год.*

Он был разочарован:

И мне пришлось узнать, как французы исполняют свои обещания. Кроме единственного сына, о котором мне сообщили, было трое детей, – два сына и малютка-дочь[6]*, которых я должен был обучать, и не только латинскому и немецкому, но и научить их читать и писать. Вместо скорого путешествия я увидел, что они были ещё детьми и не будут отделены от матери в течение шести лет. И каждое воскресенье мне приходилось читать им проповеди и молиться с ними дважды в день.*

Это его не устраивало, и он оставался там лишь немногим более года, проповедуя на французском языке и построив во дворе два гномона. *Пробыв в Nede 13 месяцев и получив от маркизы 12 луидоров, я захотел покинуть эту глушь как можно скорее и поискать счастья в Бордо*. Бернулли прибыл туда 10 июля 1679 г. и вполне приемлемо провёл там шесть месяцев в доме протестантского юриста, обучая его сына в обмен за стол. Напротив, нравы истинных (eigentlichen) французов ему не нравились. Так,

По всей Франции и молодые, и старые едят четыре раза в день. Утром они не выходят из дома без завтрака и стакана вина, в точности как наши пьяницы. Предметов домашнего обихода и кухонной утвари у них мало, нет ни ножей, ни ложек, так что суп и дворянин, и крестьянин пожирает пальцами [?].

[3] 16 февраля 1680 г. Якоб отправился из Бордо в Париж и оставался там 7 недель, затем благополучно вернулся в Базель через Страсбург, оказавшись там 20 мая того же года. Вскоре появилась достопримечательная комета 1680 года. Суеверные наблюдали её с трепетом, он же, напротив, следил за ней с величайшим интересом. Именно в то время старинный страх перед кометами достиг высшей точки, затем уменьшился (Wolf 1857).

С 4 декабря 1680 г. по 17 февраля 1681 г. Бернулли определил ряд положений кометы, хотя, *ввиду отсутствия подходящих инструментов, лишь невооружённым глазом и шпагатом*, и попытался соединить их с теорией, которую разработал в то самое время. И таким образом Якоб составил своё первое сочинение (1681a). В нём он представил кометы спутниками [неизвестной] планеты, обращающейся около Солнца далеко за пределами Сатурна. Приняв эту гипотезу, он вычислил период кометы, равным 38 годам и 147 дням: *Мы вновь увидим эту комету в перигее 27 мая 1719 г., если только живы ещё будем, в 1º12' Весов*, но разумно добавил:

Если моё предсказание совпадёт с результатом, вы сможете смело воспользоваться плодами моих принципов, в противном же случае они могут оказаться произвольными.

[…] Представляется, что Бернулли был довольно далёк от суеверий своего времени, но не хотел резко выступать против них:

Я имел в виду закончить здесь, опасаясь упрёков за то, что учу, что кометы – это тела, которые были созданы в самом начале и предназначались появляться в определённые моменты, как будто хотел возражать священнослужителям, воспринимающим кометы как знаки гнева Божьего. И я должен поэтому отбросить подобное недоброе мнение, поясняя, что оно никак не следует из моих принципов.

Действительно, ведь вполне возможно, что мудрый Создатель, который всё предвидит и по воле которого всё существующее происходит, распорядился ими и повелел им двигаться так, чтобы они появлялись лишь тогда, когда Он пожелает объявить нам о назначенном наказании. С другой стороны, возможно, что Он желает представить нам подобные знаки только тогда, когда комета в соответствии с установленным и приспособленным Им курсом не должна будет опускаться до своего перигея.

И вот окончание, быть может бывшее смешным, но теперь уже совсем противное, [о своём прогнозе]:

Предсказание для старых баб, для благочестивых верующих, для любителей и всяких животных, или же для весёлых людей, которые любят над чем-то посмеяться.

[**4**] Закончив эту работу, которая, несмотря на свою краткость, ввела его в научный мир, Бернулли вскоре, 27 апреля 1681 г., снова отправился путешествовать, на этот раз имея чёткое желание установить научные знакомства, т. е. то, что он, к своему

сожалению, упустил из вида во время своего первого путешествия.

Вначале он добрался до Амстердама через Майнц и надолго остановился там, чтобы отдать издателям две свои работы (1682; 1683)[7]. Первая, на латинском языке, была расширением его самой ранней статьи, её комментировали и благодаря изложенным в ней взглядам он стал по-настоящему хорошо известен[8]. 11 мая 1682 г. о ней сообщил JS [*Journal des savants*], что побудило La Montre, профессора математики в Коллеж де Франс, опубликовать заметку там же (1682). В ней он в частности заключил:

С первого взгляда, система Бернулли представляется изобретательной, и тем не менее она настолько противоречит законам природы, что можно усомниться, всерьёз ли она написана. Принятые предпосылки недостойны этого математика.

Montucla [1799 – 1802] также счёл, что эта статья не вполне достойна её автора, но я не могу согласиться с этим мнением. Нельзя отрицать, что идея Dörffel (1681) [о том же] более удачна, но статья Бернулли тем не менее продвинула теорию комет того времени, поскольку он счёл кометы периодически движущимися небесными телами и попытался установить время возвращения одной из них. Через несколько лет он, естественно, сформулировал новые принципы, но, что примечательно в этом втором издании, он принёс существовавшим суевериям, которые хотели видеть в кометах знак, более значительную жертву: он сохранил ядра комет, но не их хвосты.

Второе сочинение (1683) частично имело дело с весом воздуха, частично – с весом более тонкой материи, чьё давление на тела, как он полагал, объясняет их сцепление. В феврале 1685 г. оно было критически рассмотрено в JS, Якоб же заметил, что дал его [экземпляр?] другому лицу […], *который в свою очередь обещал мне Opera Бойля* [1677; 1680], *Wallis* (1670) *и Guericke* (1672).

[5] Пробыв около двух месяцев в Голландии, Бернулли проехал через Бельгию в Англию и познакомился в Гринвиче с Флемстидом, присутствовал на заседании Королевского общества, а затем отправился домой через Гамбург и Франкфурт, благополучно прибыв 26 октября 1682 г. За исключением более продолжительной поездки по Швейцарии в следующем году, он более не покидал Базель надолго. Вместо предложенного ему места проповедника в кальвинистской общине Страсбурга или в викариате [католическая территориальная единица, приравненная к епархии] по работе при математическом факультете (Bicariats-Besorgung einer mathematischen Lehrstelle) Гейдельбергского университета, он устроился в Базеле и женился на Юдифи Ступан, которая обрадовала его дочерью и сыном. Вопреки желанию отца, впоследствии сын предпочёл искусство науке.

Публичные доклады Бернулли о математике и физике, сопровождавшиеся опытами, были успешными и совсем новым для Базеля[9] настолько, что Фонтенель [1706] заметил, что его *единственно разумный метод философствования тем не менее возник так поздно.*

Соответственно, в 1687 г., после смерти Петера Мегерлина, в Базеле освободилась кафедра математики, и её с полным доверием поручили Бернулли, хотя в то время никто не мог подозревать, что он и его род будут занимать её целое столетие и что скоро она станет главным центром всего университета. И так, продолжил Фонтенель, проявился его новый талант, его дар преподавания,

Способный достичь высшего познания и ведущий других к нему, так что больше умственных усилий иногда требовалось, чтобы спуститься с него вниз, чем подняться ещё выше[10]. *Проводя лекции исключительно ясно и вскоре добившись крупных* [научных] *успехов, Бернулли тем самым привлёк в Базель многих иностранных слушателей*[11].

В 1684 г., когда Бернулли должным образом уладил внешние обстоятельства и смог заниматься без помех любимыми науками, Лейбниц как раз опубликовал в *Acta Eruditorum* образец своего дифференциального исчисления[12]. Для большинства математиков он оказался непонятным, но для нашего Бернулли был достаточен намёк. Глубоко и с выдающимся мастерством, характерными для большинства его работ, он медленно но уверенно проникал в секреты Лейбница, хотя его письмо 1687 г. последнему с просьбой дальнейших пояснений не застало того[13].

В 1690 г., вернувшись из длительной поездки по Германии и Италии, Лейбниц наконец ответил, но Бернулли больше не нуждался в помощи. Он даже так хорошо приспособил новый анализ, что вскоре стал в состоянии опубликовать в *Acta Eruditorum* набросок дифференциального и интегрального исчислений. В нём Бернулли вывел общие формулы, относящиеся к касательным, спрямлениям кривых, квадратурам и т. д. и применил их к параболе, логарифмической спирали, локсодроме, …

Его брат Иоганн, моложе на 13 лет, которого он по возвращении домой с беспрецедентным, как вполне можно сказать, успехом ввёл в математику, не остался позади, так что Лейбниц счёл себя обязанным пояснить, что новый анализ был настолько же их, как и его самого[14].

[6] Новые открытия следовали одно за другим: были достойно исследованы задачи об изохроне, брахистохроне[15], цепной линии, изопериметрические задачи и т. д., хотя вся эта работа была омрачена Иоганном ввиду его запальчивости его несколько неудачного соревнования с братом. Их слава росла так стремительно, что когда в 1699 г. Парижская академия наук впервые назначила 8 иностранных членов, она включила в их число обоих братьев Бернулли[16]. То же произошло в 1701 г., когда по рекомендации Лейбница была учреждена Берлинская академия.

Позднейшие авторы сочинений по истории математики не забывали заслуженно хвалить их обоих при описании открытия дифференциального исчисления. Savérien (1775) даже разразился по их адресу исключительно почётно, но почти слишком сильно:

Ни англичане, ни немцы, ни французы, ни даже их авторы вовсе не поняли значимость их открытий. Слава за предоставление миру двух редких людей, братьев Бернулли, которые подметили широкую перспективу найденного, принадлежит Швейцарии.

Обсуждение отдельных сочинений, которыми Якоб продвинул математику и всех диспутов, в которых он уверенно и спокойно участвовал в отличие от своих противников, в чьём поведении эти качества частенько полностью отсутствовали, – всё это завело бы нас слишком далеко. В общем, достаточно упомянуть богатство его трудов (*Opera*, 1744), которые дают нам знать, что он более или менее изучил все отрасли чистой и прикладной математики. Так, он аннотировал геометрию Декарта (1695); в физике он рассматривал каустики и центры качания; в астрономии, проблемы кратчайших сумерек и определение долготы на море[17] и т. д. Он, однако, предпочитал исследовать теорию рядов, которая, в частности, привела его к *числам Бернулли*[18], теорию сочетаний и её приложение к теории вероятностей, развивать дальше дифференциальное и интегральные исчисления, которые, например, обязаны ему первым интегрированием дифференциального уравнения, и применением этих новых исчислений к теории кривых и некоторым родственным задачам механики.

Мы только последуем за ним и несколько более подробнее обсудим две темы его работ, изопериметрию, в которой мы увидим его в ожесточённом соперничестве со своим братом, и теорию вероятностей, в которой его племянник Николай I Бернулли был возле него [ср. Прим. 9].

[7] Как было указано выше, Якоб с редким успехом ввёл своего брата Иоганна в математику. Вместе с ним он прочитал наиболее значительные математические сочинения и ознакомил его с новым полем, намеченным Лейбницем, за которым он тогда хотел последовать. Оба они вначале работали самым дружным образом совместно. Якоб ценил нетерпеливость и мастерство своего младшего брата, а Иоганн признавал спокойствие и глубину своего наставника.

Однако, неизмеримое честолюбие Иоганна то и дело прорывалось наружу, и он оказался не в состоянии не только относиться должным образом к своему старшему брату и бывшему учителю, на что, возможно, тот иногда намекал, и оно же привело его к попыткам любой ценой возвыситься над ним. Якоб естественно стал холоднее и сдержаннее к Иоганну, и когда в 1695 г. тот уехал в Гронинген и личные контакты между ними прервались, они начали всё более и более отчуждаться друг от друга и наконец между ними вспыхнула упомянутая битва, которую мы теперь опишем.

В июне 1696 г. Иоганн предложил задачу математикам: определить до конца того года линию скорейшего спуска, которую несколько позже назвали брахистохроной. Вначале Якоб не хотел всерьёз заниматься этой задачей, потому что именно так в последнее время поступал Иоганн по отношению к его, Якоба, проблемам. Только когда 13 сентября Лейбниц сообщил, что решил эту задачу и предложил ему также исследовать её, Якоб по-настоящему взялся за неё и решил её за несколько дней, и во всяком случае до 6 октября, т. е. задолго до окончания первоначально намеченного срока. У него также были свидетели, Samuel Battier и Яков Герман. Однако, поскольку Лейбниц сообщил ему о продлении срока до пасхи 1697 г. и просил не публиковать своего возможного решения досрочно, и поскольку он сам, Лейбниц, работал над изопериметрической задачей, Якоб не стал спешить, имея в виду одновременно представить решение обеих.

К концу 1696 г. всё было подготовлено, и оставалось только подумать, послать ли досрочно в Лейпциг [т. е. в *Acta Eruditorum*] лишь результат исследования брахистохроны, или [всё] соответствующее исследование. Он избрал средний путь и, с одной стороны, убедить Иоганна, что его брат действительно отыскал решение, а не просто угадал его, и, с другой стороны, воспрепятствовать посторонним присвоить ход исследования. Затем, однако, он получил программу [?], опубликованную Иоганном 1 января 1697 г., с язвительным намёком на одну из прежних работ Якоба, и призвал его решить задачу [о скорейшем спуске]. Колебаться он больше не мог и в том же месяце отослал в Лейпциг своё решение, добавив и новую задачу:

Кривые равной длины соединяют две точки на оси абсцисс. Определить ту из них, которая ограничивает наибольшую площадь, заключённую между ней и этой осью[19].

Вначале он отослал эту новую задачу своему брату и пообещал ему 50 рейхсталеров от имени друга (который был изумлён собственным решением Якоба) за присылку надлежащего решения до конца года. Ознакомившись с полученным сообщением, равно как и с решением задачи о брахистохроне, которое Якоб опубликовал в мае в *Acta Eruditorum*, Иоганн не колеблясь принял вызов. Он полагал возможным быстро закончить работу и уже в июне 1697 г. частично описал её Лейбницу, см. их переписку (Лейбниц 1742/1855 – 1856, т. 3/1, с. 414) и частично Basnage см. Basnage (1687 – 1709, июнь 1697), и Иоганн Бернулли (1742/1968, т. 1, с. 194 – 204).

[8] Похвалив Ньютона, Лейбница и Лопиталя за решения задачи о брахистохроне, Иоганн затем сослался на своего брата:

Он полагал (потому что, как он сказал, Лейбниц просил его об этом и он больше не хочет избегать труда по её исследованию), *что эта задача надолго займёт его и потребует больших усилий. На самом же деле, он издавна считал, как и Галилей, что наша кривая – это окружность*[20]*, и всё это удивляет меня, потому что подобный тип задач вовсе не требует ни большого труда, ни длительных и тяжёлых вычислений. Они обычно алгебраические, и я могу по меньшей мере сказать, что решил её как только увидел.*

Да, я решил её не случайно, как некто уверяет себя, но, как и требовалось в вызове, по обдуманному намерению. Лейбниц и Ньютон сказали бы то же самое, потому что оба они обнаружили решение, как только ознакомились с задачей. Как бы то ни было, мой брат наконец отыскал надлежащее решение в точности тем же методом как и Лейбниц, который давно уже был счастлив сообщить мне об этом в своих письмах, или немного иным.

Кроме того, я вижу, что Лейбниц рассуждал более сжато, без всех этих окольных путей в поисках аналогий, которые мой брат использовал для подкрепления своего собственного решения[21]*. И таким образом он оказался четвёртым учёным из трёх великих наций, Германии, Англии и Франции, каждый из которых состязался со мной в подобном утонченном исследовании и пришёл к тому же самому результату. Это чудесное совпадение может поэтому доказать высокое качество наших методов тем, у кого нет времени их проверить и кто без понятия опровергает их.*

Затем Иоганн переходит к новой задаче Якоба:

Как бы трудны эти задачи ни казались, я не уклоняюсь от их изучения сразу же после ознакомления с ними. Но посмотрите на мой успех: Вместо трёх месяцев, данных мне для исследования брода, и вместо остатка года для отыскания решения, я потратил всего три минуты для попыток, для начала и глубокого проникновения во все тайны этой задачи[22]*. И намного более того, поскольку я решил задачу в тысячу раз более общую, нежели требовалось*[23] […]

Впрочем, я уже отослал свои решения Лейбницу и попросил его быть нашим судьёй; ведь на самом деле, справедливо и необходимо, чтобы пообещавший награду неизвестный передал её судье, и это именно то, что честный человек не откажется сделать. Как только это произойдёт, Лейбниц опубликует мои решения и в то же время объявит свой приговор о том, основательны ли они или нет.

Однако, я также заранее уверяю, что не желаю выиграть, и лишь интересы бедных людей, для которых я предназначаю эти деньги, заставляют меня трудиться. Мне было бы стыдно получать деньги за что-то, так мало озаботившее меня и потребовавшее время лишь для составления этого объяснения. Если бы даже задача заняла меня на какое-то время, деньги в подобных случаях не являются средством для вознаграждения разума. Благородное рвение, которое чувствуется при изучении *этих прекрасных наук* [?], *намного выше всех денег, и малейшее открытие ценнее всех богатств.*

15 октября 1697 г. Иоганн послал аналогичное письмо Вариньону и отослал своё мнимое решение для публикации (JS 2 дек. 1697; Joh. Bernoulli (1742/1968, т. 1, с. 206 – 213). Лишь только увидав его, Якоб объяснил (JS 7 февр. 1698; Joh. Berrnoulli там же, с. 214), что оно не может быть верным и предложил

1) Отыскать при помощи обоснованного анализа, что привело его брата к решению, опубликованному в этом журнале.

2) В любом случае показать ошибочность следствий [этого решения], *если это желательно для публикации.*

3) Сообщить истинное решение задачи во всей его полноте.

И если кто-либо пожелает назначить награду за эти три обещания, он обязывается потерять столько же, вдвое или втрое больше, если сам не сможет соответственно выполнить первое, второе или третье.

После того, как Иоганн (JS 21 апреля 1698; там же, с. 215 – 220) признал едва заметную незначительную ошибку, допущенную виду поспешности, Якоб (JS 26 мая 1698; там же, с. 220) просто посоветовал брату ещё раз проверить своё предположенное решение.

Иоганн (JS 23 июня 1698; там же, с. 221) продолжал настаивать, что его метод верен и пояснил, что у него есть что-то более интересное для работы, чем повторная проверка своих решений.

Тем временем Якоб резко раскритиковал решение брата в письме Вариньону 26 июня 1698 г. (JS 4 авг. 1698; там же, с. 222) и упрекнул его в случайном выводе верного частного ответа, исходившим *из ошибочной гипотезы при помощи ошибочного рассуждения*. Якоб не был удовлетворен и упомянутым отказом и заявил (JS там же; *Opera*, т. 1, с. 230), что

Никогда не верил, что мой брат владеет истинным методом решения изопериметрической задачи, а теперь я сомневаюсь в этом более, чем когда-либо ввиду трудности, которую он испытывает при проверке своих решений. В конце концов, почему бы мы, не потеряв веры в собственный метод, стали отказываться от сделанного недавно? Если, как он утверждает, ему достаточно трёх минут, чтобы попробовать, начать и глубоко проникнуть во все тайны, то казалось бы, что проверка найденного не окажется вредной для него. И даже если он затратит вдвое больше времени, т. е. шесть минут, на подобную проверку, уменьшит ли это число его новых открытий?

Далее Якоб ещё раз призвал Иоганну вновь исследовать хотя бы некоторую часть своего решения и объяснить его не только Лейбницу, но и Ньютону, Лопиталю и вообще всем тем, кого все даровитые математики признают как судей и лишь попросить их отложить своё суждение до тех пор, пока он не проверит полностью решения своего брата.

[9] И теперь Иоганн вспыхнул. Его ответ от 22 августа 1698 г. (JS 8 дек. 1698; *Opera*, т. 1, с. 231) осыпал брата обвинениями, например:

Мой брат признаёт, что ещё вовсе не видел моего анализа, но тем не менее странным образом отрицает его. Вначале он состряпал какой-то анализ и ошибочно приписал его мне. Он рассуждает безудержно, выдумывает нелепости, противоречия и какую-то бессмыслицу. Он упрям, приписывает мне всё, что угодно в качестве следствий из моего воображаемого анализа. По всему своему письму он с непостижимой самоуверенностью определённо ссылается на [это решение] *как на моё.*

Что за наглость! Что за дерзость! Полностью приписать мне вовсе не мой анализ, а тот, который я сам запрещаю и не одобряю!

Иоганн заканчивает несколько спокойнее:

Во всяком случае, я очень рад, что он наконец действительно желает признать Лейбница как арбитра, и я также согласен с маркизом Лопиталем и Ньютоном. Если он всё же примет это предложение, то сможет избежать многих бесполезных споров. Я давно послал Лейбницу для сохранения все свои решения с анализом и описанием методов, и непосредственных, и косвенных, которые он одобрил и очень хвалил, что весьма далеко от выявления тех погрешностей, исправление которых привело бы к истине[24].

Я приглашаю своего брата также послать Лейбницу, и притом сразу же, описание его собственного метода, решения и анализа. Всё это Лейбниц опубликует в одно и то же время для наших читателей и для всех наших судей, чтобы они смогли противопоставить и исследовать их и судить о них. Остановимся на этом и пусть мой брат промолчит пока наши решения и методы не будут опубликованы. Я буду удовлетворён, если он хотя бы отправит Лейбницу свои решения и методы, чтобы они были опубликованы вместе с моими и в одном и том же источнике.

Справедливость также требует, чтобы его неизвестный друг передал премию кому-либо из наших судей, и он так и сделает, если приличен и честен. Я уже сказал и говорю ещё раз, что ничего не прошу, деньги получат бедные люди.

Якоб не ответил тотчас же, и более года всё оставалось без изменения, но эти 50 рейхсталеров были посланы Вариньону. Только 6 мая 1700 г. Якоб (1700) направил чистосердечное письмо брату, и вот как оно начиналось[25]:

Дорогой брат, имея в виду перебранку, в которой мы оба некоторое время участвовали, я опасаюсь, что в глазах очень *многих она может ухудшить нашу репутацию не потому, что при рассмотрении столь трудной темы я считаю наш спор позорящим нас (даже друзья, не говоря о братьях, могут, не повредив своей дружбы, придерживаться различных взглядов). Дело в том, что мы давно могли бы перестать ссориться, притом, что наши читатели (или по меньшей мере читатели одного из нас) почти всегда подмечали у нас больше похвальбы и сплетен, чем честности и надёжности, и я разумно старался отклонить от нас это подозрение.*

И я думаю, что должен бы по-братски подтолкнуть тебя и предупредить в то же время обходиться с ними немного искреннее, отбросить нерешительность и достичь этого [честности и надёжности] *так, чтобы в конце концов общественности была предъявлена истина и была бы осуществлена забота об общем разъяснении дела и пользы для неё, а наука продвинулась бы вперёд. И, с другой стороны, чтобы никто из нас не потерял бы славы открытия (которая, как наш добрый Лейбниц где-то заявил, является наиболее почётной наградой за работу и может в будущем подстёгивать нас и других).*

И, чтобы всё теперь происходило бы более пристойно и каждый из нас знал, какую долю этой темы приписать себе, я полагаю желательным вспомнить и кратко перечислить всё, известное тебе не менее, чем мне, о чём мы спорим.

Затем Якоб достойно и спокойно, но будучи уверен в своих обоснованных мотивах, описал то, что нам уже известно про возникновение и ход этих споров и попросил Иоганна опубликовать свой метод. В заключение он привёл своё собственное решение изопериметрической проблемы, хотя всё ещё без анализа и раскритиковал оба решения Иоганна.

Иоганн горько пожаловался Лейбницу на это письмо[26], послал ему копию с заметками на полях и умолял поддержать его. Он всё ещё думал, что его раннее посланные решения, хоть они и не совпадали с решением Якоба, были достаточно хороши, и 1 февраля1701 г. отослал их вместе с анализом Вариньону в запечатанном пакете для хранения в Парижской академии не вскрывая без его разрешения. Он (JS 21 февр. 1701; *Opera*, т. 1, с. 377) открыто сообщил об этом и снова излил желчь, например:

Я оставляю за собой право при необходимости выявить другие противоречия, ошибки и просчёты в сочинениях автора этих задач, даже относительно главных аксиом геометрии, но я вовсе не желаю исказить прелесть других его математических открытий, которые можно осуществить разумными рассуждениями. Даже самый великий человек может оступиться и тем более можно извинить того, кто не хочет винить других особенно несправедливо.

[10] Яков, однако, уже не ответил на эти любезности, но в марте 1701 г. опубликовал свой анализ[27] вместе с описанием диспута (1701) как только узнал о том, что Иоганн отправил свои материалы беспристрастному судье, и на этом утомительные раздоры закончились. Можно было бы подумать, что Иоганн теперь начнёт атаковать работу своего брата или по меньшей мере немедленно даст общественности возможность ознакомиться с его собственной работой, отданной на сохранение, но ничего подобного не произошло. Он был побит и хранил полное молчание.

Он понял свою ошибку[28] и совершенство работы своего брата, но не было в нём великодушия, чтобы открыто признать это. Он медлил, тешась пустыми отговорками до тех пор, пока, надеясь, что после смерти Якоба ему не о чём будет опасаться, потому что никто иной не смог бы достаточно глубоко изучить эту тему и оценить различие между их методами[29].

Он не ошибся, его действительно оставили в покое, по крайней мере до тех пор, пока в 1718 г. он сам не почувствовал, что полезно будет признать следующее[30]:

Я просмотрел заново свои давно позабытые решения, и, после нового, наиболее возможного внимательного изучения, я, наконец, вижу, что действительно некоторым образом ошибался. Стремление к истине вынуждает меня честно признать то, чего раннее не заметил, и тем более с меньшим стыдом, поскольку это ожидается от честного человека и поскольку общественность будет мне благодарна за новые открытия, сообщение о которых становится таким образом возможным. Не просмотри я свои рукописи, которые немало способствовали успехам геометрии, эти открытия могли бы оставаться навеки похороненными в них.

В то же время он опубликовал новое решение, которое было лишь переработкой решения его брата, о чём он счёл полезным умолчать. Как больно видеть этих двух исключительных братьев, с громадными заслугами во всём остальном, долгие годы ожесточенно борющихся друг с другом! Мы сочли необходимым подробно рассмотреть эту тему, потому что, несмотря на все её темные стороны, она оказалась высшей точкой в научной жизни их обоих. Решительная победа Якоба над могущественным противником, которого притом поддерживал такой учёный, как Лейбниц, была возможно самой значительной, когда-либо одержанной в чисто интеллектуальном смысле. Нельзя забыть, что их битва происходила в высших отделах математики; что уже проницательность работ Иоганна очаровывала его современников; что позднейшие математики относились к работам Якоба как к чуду изобретательности и глубины и даже полагали, что в его время более трудных задач не было решено; и, наконец, что ни один другой геометр того времени не посмел по крайней мере открыто вмешаться в их битву или хотя бы попытаться решить эти задачи, сформулированные для всех.

Bossut (1802/1804, т. 2, с. 181) подчеркнул, что в задачах *сочеталось все достоинства, способствовавшее духу соперничества: новизна предмета,* [необходимость] *преодоления серьёзных трудностей и* [возможность] *обогащения геометрии*[31].

[11] Прославленный Лаплас (1814/1886, с. CXLVI, перевод 1999, столбец 865 левый), после указания заслуг Гюйгенса, Хюдде, де Витта и Галлея в дальнейшем развитии теории вероятностей, которую первыми атаковали Паскаль и Ферма, [описал заслуги Якоба Бернулли и в частности указал, что его теорема]

исключительно полезна для обнаружения законов и причин явлений из наблюдений. Бернулли разумно придавал громадное значение своему доказательству, над которым, как он сказал, размышлял двадцать лет[32].

После этого свидетельства наиболее компетентного судьи о значимости работы Якоба Бернулли в области теории вероятностей, достаточно добавить несколько подходящих исторических замечаний и ещё несколько подробнее указать на его заслуги.

Имя его племянника, Николая I Бернулли, тесно связано с именем его великого учителя. Якоб уже раньше временами имел дело с вероятностью, и, например, уже в 1685 г. сформулировал соответствующую задачу в JS, однако только в последние годы жизни он начал работать над своим основным исследованием и определённо имел в виду составить свою собственную систематическую теорию[33]. Это произошло как раз тогда, когда он счастливо ввёл в математику своего племянника и тот в некоторой степени испытал благоухание, исходящее от работ Якоба[34].

К сожалению, Якоб не смог довести своё исследование до желаемой цели, и возможно, что *Искусство предположений* было бы навсегда забыто к великому несчастью для наук, если бы Николай не развил его, как в основном показывает его собственное исключительное произведение (1709), за которое он заслужил степень доктора светских и канонических прав и которое создало новую ветвь прикладной математики.

В этом сочинении Николай показал, в частности, как некоторые юридические положения, прежде считавшиеся произвольными и потому бывшие весьма различными в различных странах, могли быть обоснованы научными принципами. Например, в гл. 3-й он рекомендовал считать безвестно отсутствовавшего умершим и отдавать его имущество родственникам без возмещения, если известий от него не было так долго, что вероятность его смерти вдвое превосходила вероятность его нахождения в живых. Это означало, что в соответствии с таблицами смертности 2/3 лиц его возраста умерло[35].

[12] Появление книги Montmort (1708)[36] также привело к новым идеям, и когда [другой] дядя Николая, 17 марта 1710 г. Иоганн, послал Монмору, с которым уже длительное время находился в переписке, замечания о ней (Montmort 1708/1713, с. 283 – 298), Николай приложил свои собственные замечания (там же, с. 299 – 303), которые Монмор прочёл с большим интересом.

И так научная переписка с этим уважаемым математиком началась и для Николая. Монмор считал письма своего нового друга столь ценными, что опубликовал всю их переписку (Montmort 1713), сопроводив её следующими лестными словами (с. XXV – XXVI):

Нет нужды хвалить эти письма, потому что они сами себя рекомендуют. Будет видно, что в этой области ничего лучшего не может быть, и я надеюсь, что геометры будут мне благодарны за то, что их включением я пожертвовал своим авторским честолюбием ввиду своих добрых чувств к общественности и желания совершенствовать науки. В этих письмах и в ответах на них читатель найдёт много новых и очень трудных исследований, не упомянутых в основном тексте моей книги.

В них мы, например, видим, что в 1711 г. Николай опубликовал в JS решение задачи Монмора о лотарингской лотерее; что он указал немало полезных советов для будущего второго издания книги; что свою лондонскую поездку (см. Прим. 49) он в частности использовал, чтобы установить по бюллетеням рождаемости за 1629 – 1710 гг., что на каждые 18 мальчиков там рождалось 17 девочек[37]. И, прежде всего, [мы заключаем], что во время его пребывания у Монмора и совместной работы с ним Монмор проникся глубоким уважением к своему гостю, ибо вскоре после расставания, 20 августа 1713 г., Монмор (1708/1713, с. 400) написал ему:

Вы ужасный человек. Мне казалось, что для продвижения не было нужды начинать тотчас же, но вижу достаточно хорошо свою ошибку. Я намного отстал от Вас и вынужден приложить всё свое честолюбие, чтобы следовать за Вами издалека. Будь я завистливо настроен, Вы нравились бы мне меньше, но ничего подобного! Ваше превосходство и большой талант только крепче привязывает меня, и, если я смею употребить это выражение, только усиливает мои искренние дружеские чувства к Вам.

[13] После всего сказанного выше, вряд ли можно сомневаться, что Якоб Бернулли не смог бы оставить для публикации своё незаконченное *Искусство предположений* кому-нибудь более подходящему, чем своему племяннику Николаю, и можно лишь пожалеть, что сам он не оставил на этот счёт никакого подобного распоряжения. Тем не менее, Николай не терял из вида эту цель, и мы увидим, что по своей вине он не смог полностью достичь желаемого.

Вначале, как следует из его письма 26 февраля 1711 г. Монмору (Montmort 1708/1713, с. 308 – 314, см. с. 313 – 314), он собирался принять его предложение и присматривать за печатанием в Париже и сообщил, что написал об этом Николаю, сыну Якоба. Он добавил:

Великая потеря, что четвёртая часть книги, которая должна была быть основной, не была завершена. Она даже не начата и содержит лишь пять глав, рассматривающие только общие вопросы. Наиболее примечательна последняя, включающая решение весьма изящной задачи, которую он даже предпочитал квадратуре круга, а именно, […][38].

Это указание на ценность рукописи привлекло внимание наследников Якоба, но тем не менее они предпочли продать её издателям в Базеле, и Николай в письме 25 октября 1712 г. из Лондона Лейбницу сожалел, что печатание началось без него и без профессионального присмотра. Он также дал знать о своём намерении поработать над расширением рукописи после своего возвращения, если только наследники доверят ему нужные бумаги. Однако, когда он прибыл в Базель, печатание уже слишком продвинулось, и было невозможно думать об этом пожелании. Он ограничил своё участие добавлением пояснения обстоятельств […][39].

[14] Чтобы закончить этот очерк, всё ещё необходимо добавить что-то о деятельности Якоба Бернулли в своём родном городе и о его последних днях. Meier von Knopan (Ersch & Gruber 1818 – 1889) описывает первую тему

В 1691 г., во время гражданских волнений, которые произошли в Базеле ввиду серьёзных злоупотреблений в городской администрации, он составил памятную записку о практике (о приобретении должностей хитроумными методами) в университете, о вторжении несведущих соискателей в лучше оплачиваемые кафедры, назначении необразованных выбранных представителей (инспекторов богословия и системы образования), об излишних отпусках, привилегиях у тех, кто обладал профессурой на философском факультете, при занятии прибыльных свободных должностей и т. д.

Научный сенат на год отстранил его от администрации университета, он же объяснил, что никогда не называл себя автором той памятной записки, но защищал её содержание и заметил, что его проступок состоит [лишь] *в том, что он обратился к государственным органам расследования. Но он также указал, что если сенат не выправит положения, то либо правительство, либо граждане смогут осуществить изменения в университете, которые возможно не окажутся приятными его штату.*

Следует, конечно же, пожалеть, что мемуар Якоба Бернулли, так ясно обрисовавший основные беды, которые испытывал и будет ещё долго испытывать университет, не возымел почти никаких иных последствий кроме как рассорил его с коллегами.

Представляется, однако, что они вскоре опомнились и поняли, что их поведение по отношению к нему было недостойным. Это обстоятельство вероятно было связано с решением, зарегистрированным в 1692 г. в регистре университетской администрации, уничтожить его страницы, относящиеся к делу Бернулли[40].

Вряд ли нужно указывать, что силы Якоба должны были рано истощиться ввиду непрерывной умственной деятельности, отягощённой медлительностью и глубиной мысли, так что ему приходилось долгие часы работать ночами, равно как и ввиду сидячего образа жизни, существенно связанного с научной работой. Утомительная и длительная битва с братом усугубила этот процесс и повредила ему тем более, чем старательнее он переносил её, оставаясь внешне спокойным.

Уже в 1702 г. он пожаловался Лейбницу о том, что много лет страдает раздражительностью и подагрой. Летом 1704 г. он отправился на лечение в Баден [Баден-Баден], однако, как представляется, без существенного успеха и понял, что его жизнь подходит к концу. Да, это следует из его письма Лейбницу 3 июня 1705 г. (Якоб Бернулли 1993, с. 149 – 151), которое он провидчески закончил утверждением:

По слухам, если они правдивы, мой брат определённо вернётся в Базель, но не для того, чтобы занять кафедру греческого языка (поскольку сам он анальфабетос [в этом смысле неграмотен])[41], *а скорее моё место, которое он, быть может разумно, полагает, что я вскоре умру и покину его.*

И на самом деле, сильная лихорадка усилила другие его вечно повторяющиеся и возрастающие страдания. Будучи ещё в полном сознании, он призвал свою семью и умер 16 августа 1705 г., горько оплакиваемый своими родственниками, согражданами и всем научным миром. В соответствии с его повторным и настойчивым пожеланием, на его надгробном памятнике была высечена логарифмическая спираль с надписью *Eadem mutate resurgo* (изменившись, воскресаю той же). Он таким образом напоминал потомкам не только об одной из своих прекраснейших работ, но и о своей вере в бессмертие памяти.

Примечания

1. Весьма неудачная фраза. О. Ш.

Два Якоба, два Иоанна, два Николая и Даниил, можно добавить и третьего Иоганна, второго Даниила и Христофа. Чтобы предотвратить всякую путаницу среди многих учёных этого прославленного рода, следует привести генеалогическую заметку, для которой достойно известный своими технологическими работами и сочинением (1829 – 1830) профессор Христоф Бернулли в Базеле, сын Даниила II, добросердечно сообщил мне в 1839 г., что Якоб Бернулли (1598 – 1634) был торговцем из уважаемой антверпенской семьи, убежавший во Франкфурт ввиду религиозных преследований, а затем переехавший в Базель и получивший там в 1622 г. гражданство. Следующие потомки его сына,

а) Николая (1623 – 1708), советника магистрата в Базеле, могут быть упомянуты.

b) Якоб I, 1654 – 1705, сын а), профессор математики в Базеле, открывший логарифмическую спираль, переработавший теорию вероятностей и т. д. и учитель Иоганна I и Николая I. Некролог о нём написал Фонтенель (1706).

c) Николай, художник, сын а), 1662 – 1716.

d) Иоганн I, 1667 – 1748, сын а), профессор математики в Гронингене и Базеле, учитель Лопиталя, Эйлера и др., первым переработал экспоненциальные функции и т. д., корреспондент и защитник Лейбница. Некролог о нём написали Formey и Fouchy.

e) Николай I, 1687 – 1759, сын с), профессор в Падуа, позднее профессор права в Базеле, редактор посмертных рукописей Якоба Бернулли I.

f) Николай II, 1695 – 1726, сын d), профессор права в Берне, затем академик в Петербурге. Некролог о нём написал Аноним (1729).

g) Даниил I, 1700 – 1782, сын d), академик в Петербурге, затем профессор физики в Базеле, автор *Гидродинамики* (1738). Некролог о нём написали Кондорсе (1785) и Даниил II (1783).

[Даниил II также опубликовал перевод Кондорсе (1785) на немецкий язык с поправками и комментариями, см. Кондорсе (1785) в нашей Библиографии О. Ш.]

h) Иоганн II, 1710 – 1790, сын d), профессор математики в Базеле.

i) Иоганн III, 1744 – 1807, сын h), Директор астрономической обсерватории в Берлине, затем Директор математического класса тамошней академии.

k) Даниил II, 1751 – 1834, сын h), профессор физики в Базеле.

l) Якоб II, 1759 – 1789, сын h), академик в Петербурге. Некролог о нём написал Аноним (1793).

Об Иоганне I и Данииле I см. в последующих томах моего сборника, другие члены рода Бернулли будут по меньшей мере упомянуты при случае. Более подробно среди работ современников о Якобе I и Николае I следует учитывать в дополнение к Фонтенелю (1706) и Battier (1705) с приложенными 44 заупокойными одами, [позднейшие] статьи Lacroix (1811) и Meyer von Knonau из энциклопедии Ersch & Gruber (1818 – 1889). Кроме того, сочинения Montucla (1799 – 1802), Bossut (1802) и другие, и, естественно, моё выступление (1855) на юбилее по случаю 200-летия со дня рождения Якоба. Р. В.

2. Метонов (по имени древнегреческого астронома Метона) цикл – это лунный цикл. Указанный финансовый цикл применялся для датировки документов. О. Ш.

3. Вольф приводит французский перевод Фонтенеля (1706) этой фразы. Русский перевод: *Я нахожусь среди небесных тел вопреки своему отцу*. О. Ш.

4. Перевод: Попросту, без креста и без Бога. О. Ш.

5. В 1602 г. войска Савойи попытались штурмовать город, но были отбиты. О. Ш.

6. Вольф кратко описывает жизнь этой дочери, Елизаветы. Будучи слепой, она тем не менее получила хорошее образование. Он сослался на соответствующее обсуждение в *Journal des Sçavans* (*Savants*), сокращенно JS, 1680, на поправку Якоба Бернулли, опубликованную там же в 1685 г., и на Schalch (год? т. 2, с. 191 – 196). О. Ш.

7. В 1744 г. Габриель Крамер опубликовал в Женеве оба эти сочинения, равно как и другие очерки, статьи в JS и др., но не *Искусство предположений*, и некоторые его посмертные рукописи, появившиеся также в *Трудах* Якоба Бернулли, посвящённых Николаю I. В 1719 г. Weidler перепечатал его статью (1682), а Лаланд (1803) несколько раз резко заметил, что *Вейдлер, кажется, ещё не был столь крупным астрономом, каким он стал позднее*. Р. В.

8. Немецкая публикация (1681), как представляется, в основном была распространена в окрестностях, и, например, Лаланд (1803) вовсе не знал о ней. Р. В.

9. Иоганн III (1777), представив себе портреты учёных друзей своего рода, висящие на стенах отцовского дома в Базеле, сообщил, что

Портрет маркиза Лопиталя считался хорошей копией нарисованной Rigault картины и быть может ретушированный самим этим великим художником. Думаю, что слышал, что, будучи вовсе не худшим тогдашним изображением, он был нарисован единственным сыном Жака (Jaques) Бернулли, умершего *несколько лет назад государственного советника. Он был предан рисованию, но не работал долгое время. Его отец предназначал его науке, а его двоюродный брат Николай (I – Р. В.) стал художником. Склад их ума не соответствовал основным пожеланиям их отцов, и дети часто оставались чуждыми им.*

Якоб также назвал своего сына Николаем по своему деду. Р. В.

По контексту, Якоб и есть Жак, но в Прим. 1 мы не нашли никого, умершего за несколько лет до 1777 г. Далее, Вольф явно ошибся: Николай I не был художником. Заметим также, что примечание Вольфа не было связано с его основным текстом. О. Ш.

10. Каждое ведомство, даже сейчас ответственное за выборы [преподавателей], должно было бы представлять себе это утверждение, сформулированное 150 лет назад, […] как бы записанным золотыми буквами. К сожалению, их всегда упускают. *Exempla sunt odiosa* [Примеры отвратительны] и поэтому я лучше замолчу. Р. В.

Пропуски были уже в тексте Вольфа. О. Ш.

11. Можно вскользь заметить, что Якоб Бернулли (1686) также редактировал перевод сочинения Baxter (1686) и что его хвалили за, нельзя сказать неудачные, попытки стихосложения на латинском, немецком и французском языках. Один из стихов был опубликован (1681b). Р. В.

12. Я не обсуждаю продолжавшийся и как правило страстный приоритетный спор Ньютона и Лейбница по поводу открытия дифференциального исчисления, поскольку он существенно не повлиял на Якоба. Но я сошлюсь на соответствующие сочинения Герхардта, Био, Sloman (1857) и другие и на то, что я кратко скажу в одном из последующих томов моих сборников, в статье об Иоганне Бернулли. Р. В.

13. Полностью неизвестная, если можно так сказать, переписка Лейбница с Якобом Бернулли включена в его сборник (1855 – 1856, т. 3) под редакцией Герхардта. Этот же том содержит переписку Лейбница с Николаем I и Иоганном Бернулли, равно как и новое и дополненное издание его переписки с Иоганном, опубликованной раннее (1745, тт. 1 – 2), в которой многие письма были искажены. Я наткнулся на этот том лишь незадолго до завершения данного очерка, но постарался использовать его как можно полнее. Р. В.

14. 21 марта 1694 г. Лейбниц написал Иоганну: *Vestra enim non minus haec methodus, quam mea est.* Р. В.

См. основной текст. О. Ш.

15. Вольф упоминает брахистохрону в § 7 и по сути опровергает её появление здесь.

Возможно более успешно сумерки исследовал ещё Pedro Nunes (Petrus Nonius), по латинизированной фамилии которого назван нониус (верньер). О. Ш.

16. Вольф упоминает других иностранных членов Парижской академии [хронологически] до [Иоганна-]Альбрехта Эйлера и замечает, что быть может *ни одна страна или по крайней мере ни одна другая страна, столь же небольшая как Швейцария*, не имела так много своих сыновей среди этих членов и что только в этой стране была семья, представители которой почти столетие постоянно были ими. О. Ш.

17. В оригинале Schwingungspunkt вместо Schwingungs-mittelpunkt. О. Ш.

18. Числами Бернулли являются

$$\frac{1}{6},\ \frac{1}{30},\ \frac{1}{42},\ \frac{1}{30},\ \frac{5}{66},\ \ldots$$

При возрастании n они стремятся к коэффициенту a в равенстве

$$\sum_{n=1}^{x} x^n = \frac{1}{2n+1} x^{2n+1} + \ldots \pm ax.$$

Якоб Бернулли вычислил первые пять этих чисел. Позднее они стали существенны для продвинутой теории рядов, но лишь Муавр и Эйлер обнаружили общий закон для их вычисления, см. Raabe (1848) и Staudt (1844). Р. В.

Числами Бернулли теперь называются коэффициенты ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{t^n}{n!}, \quad B_n = 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{30}, \ldots$$

19. Мы изменили формулировку, но не суть этой задачи. О. Ш.

20. Иоганн здесь основывался на записке своего брата:

Curva pag. 269 proposita videtur esse circulus fig. 5 cujus centrum est in intersectione horizontalis per punctum A transeuntis et alterius rectae ipsam rectam AB ad angulos rectos bisecantis.

Якоб очевидно выписал её при первом чтении задачи своего брата, заложил её в соответствующий том *Acta Eruditorum*, который он позже послал Лопиталю не думая больше о ней. Лопиталь неосторожно приложил её к своему письму Иоганну, указав, однако: *Впрочем, Вы доставите мне удовольствие, промолчав* [о ней]. Иоганн не обратил никакого внимания на эти слова и немедленно послал записку вместе со злорадным примечанием Лейбницу, который ранее также посылал тому отрывки написанного Якобом.

Подобные эпизоды показывают, что в процессе битвы Якоб разумно перестал доверять многим своим прежним друзьям, что, в частности, на длительное время воспрепятствовало его переписке с Лейбницем. Последний, хоть неоднократно убеждал Иоганна сдерживаться, всё же не был полностью беспристрастен. 15 ноября 1702 г. Якоб (1993, с. 100 – 104) откровенно написал ему, что он, Лейбниц, не использует своего положения, чтобы подавить споры в зародыше. Р. В.

21. Уместно заметить, что Якоб намеренно избрал подобный метод, чтобы скрыть ход своих мыслей. Р. В.

22. Оценка интервалов времени вовсе не должна восприниматься буквально. Иоганн Бернулли также упомянул в своей биографии, что он с братом раскрыли секрет Лейбница за несколько дней, тогда как фактически им для этого потребовалось много лет, см. выше § 5. Р. В.

В § 5 Вольф упомянул это без доказательства, притом речь у него шла только о Якобе. Позднее Вольф (1859, с. 71 прим.) заметил, что ссылался на биографию Иоганна, которую опубликовал Roques (1750). О. Ш.

23. В задаче было указано, что ординаты второй кривой должны быть равны данной степени соответствующей ординаты первой, Иоганн же заменил данную степень на *некоторую заданную функцию*. Р. В.

24. Иоганн действительно отослал свое первое решение Лейбницу в июне 1797 [1697?] г., а через год – пересмотренное второе решение. Одобрение Лейбница возможно подкрепило его уверенность в себе. Лейбниц, однако, либо неверно понял его, либо ошибся, что мы сразу же увидим, ознакомившись с *Raisonnement* (рассуждением [?]) Иоганна. Р. В.

25. Вероятно в соответствии с пожеланием Иоганна *Epistola* [см. название послания Якоба Бернулли (1700)] не было включено в перепечатку сочинения его брата. Bossut (1802), крайне интересовавшийся спором и подробно исследовавший его, затем перепечатал [*Epistola*] в *Journal de physique* за сентябрь 1792 г. Р. В.

26. В частности, он написал (см. с. 640 их переписки)

Tota fere conflata est ex calumniis, mendaciis et falsis pro more suo suspicionibus; nonnullis in locis me laudare videtur, sed aspero veneno latente acerrimo. Р. В.

27. Вольф заметил, что этот *анализ* был посвящён *несравненным* Лопиталю, Лейбницу, Ньютону и Никола Фатио де Дуилье и в том же году сообщение о нём появилось в майском номере *Acta Eruditorum*, а позднее в *Opera*. О. Ш.

28. Как и требовалось, Якоб исследовал три элемента кривой. Напротив, Иоганн – только два элемента, что, в частности, было достаточно для брахистохроны, но подвело его в общем случае. В отдельных частных случаях, когда выполнение одного условия необходимо приводило к соблюдению второго, он получал верный результат. Более подробно см. письма и сочинения JS 4 авг. 1698 и *Opera*, t. 1, c. 222, Якоб Бернулли (1700; 1701) и Giesel (1857). Р. В.

Пояснение недостаточно. Иоганн ошибочно имел дело с дифференциальным уравнением второго порядка, а не третьего (Hoffmann 1970, c. 48). О. Ш.

29. *Mém. Acad. Sci. Paris* (1706); Joh. Bernoulli *Opera*, t. 1, c. 424. Пакет с решением Иоганна, хранившийся в Париже, был вскрыт только 17 апреля 1706 г., после смерти Якоба. Р. В.

30. *Mém. Acad. Sci. Paris* (1718); Joh. Bernoulli *Opera*, t. 2, p. 235. Во Введении Иоганн заявляет, что высказывалось подозрение, что он намеренно опубликовал своё сочинение [упомянутое в Прим. 43] после смерти Якоба, однако [истинную] причину его нерешительности описал Фонтенель (1706). Впрочем, я тщетно просмотрел этот источник, чтобы отыскать причину медлительности, которая была бы обоснованной даже после марта 1701 г. и должен поэтому разделять указанное подозрение.

Да, в начале 1701 г. Иоганна обуял страх, когда до него дошли слухи, что Якоб намерен лично привести в Париж своё решение и присутствовать при вскрытии пакета Иоганна, см. переписку Лейбница с Иоганном, Leibniz (1855 – 1856, Bd. 3/2, pp. 654 – 655 и 659 – 660), которая, видимо, усиливает это подозрение. Р. В.

31. Примечательно и заслуживает упоминания, что и позднее изопериметрия также некоторое время изучалась швейцарскими математиками. В аналитическом направлении Бернулли следовали за Эйлером (Базель), а в синтетическом (см. [х, Прим. 17]) – следовали за Llhuilier (Женева) и Штейнером (Берн). Р. В.

32. Думается, что могу упомянуть здесь шесть рядов испытаний (Wolf 1849 – 1853). Р. В. [1849 – 1851. Их целью было сравнение теоретической и статистической вероятностей. О. Ш.]

Вольф связал это с выпущенным нами описанием закона больших чисел. Оставленная нами фраза Лапласа отсутствовала в переводе, перепечатанного с анонимного перевода 1908 г., который, как можно полагать, не был сделан с окончательного варианта *Опыта философии*. О. Ш.

33. Вот условия. А и В играют в кости, согласившись, что побеждает тот, кто первым выкинет 1. Оба в указанном порядке выбрасывают кость один, затем два, три, … раза, либо А бросает кость один раз, В – дважды, А – три раза и т. д. Требуется оценить отношение их ожиданий (sort). См. Якоб Бернулли (1685). Никто не дал ответа и Якоб сам опубликовал его (1690), но при этом несколько изменил условия игры. Подобные задачи включены в *Искусство предположений*, в приложении к части 1. Р. В. [В комментарии к решению Дополнительной задачи № 1 Гюйгенса.]

На самом деле Якоб доказал свою теорему в конце XVII в., см. его *Дневник* (Якоб Бернулли 1975), а также выдержку из *Опыта философии* Лапласа, приведенную выше. О. Ш.

34. Николай I родился 10 октября 1687 г. и рано обратился с особой предпочтительностью к математике, см. Прим. 9. Он заслужил степень Магистра после защиты своей диссертации (1704) под руководством своего дяди [Якоба] и впоследствии она была включена в *Opera*. Затем, не забросив математики, он начал изучать юриспруденцию, о чём свидетельствует его сочинение (1708), навеянное Ньютоном (1707). [Другой] дядя Николая, Иоганн, отослал это сочинение Лейбницу, см. их переписку (1742/1855 – 1856, т. 3/2, с. 827 – 835) или в позднейшем расширенном виде в предыдущем издании переписки (1745, т. 2, с. 179 – 209).

Математические изыскания Николая видны также в его диссертации (1709) [см. начало § 12], в письмах Монморту 1710 – 1713 (Монмор 1708/1713), Лейбницу в 1712 – 1716 и в 1742 – 1743, Эйлеру, см. Лейбниц (1855 – 1856) и Fuss (1843). Николай также написал ряд отдельных статей. Летом 1712 г. он отправился путешествовать в Англию через Голландию, познакомился там с Ньютоном и Муавром, и видимо по этой причине был в 1714 г. избран членом

Королевского общества. Ранее, в 1713 г., он стал членом Берлинской академии, а позже, в 1724 г., – академии в Болонье.

Ньютон подарил Николаю экземпляр своей книги (1711), который всё ещё хранится в Базельской библиотеке, Муавр дал ему экземпляр своих сочинений (1704), который также можно видеть там с заметками Николая на полях, и (1712). В конце [1712] года Николай поехал через Брюссель в Париж, где его самым любезным образом встретил Монмор и взял его в своё поместье, и там они три месяца занимались своей любимой наукой.

Николай был также радушно принят парижским научным миром, о чём бесспорно свидетельствуют имена тех, с кем он там встречался. И его также действительно допустили в высшее общество; герцогиня Ангулемская, хорошо знакомая с Монмором, приняла его с симпатией. Она умерла в старости 12 августа 1713 г. [Монмор (1708/1713, с. 395).]

Точно через год после отъезда Николай вернулся в Базель и прежде всего принялся за печатание посмертной рукописи своего дяди Якоба. В 1716 г., после того, как Герман покинул Падую, Лейбниц рекомендовал его на освободившееся место, но долго Николай там не оставался и в 1722 г. принял профессуру логики в Базеле, для занятия которой он предъявил свои *Тезисы* (1722). В 1731 г. он стал профессором юриспруденции и оставался в этой должности до своей смерти 29 ноября 1759 г. Глубоко уважаемый своими коллегами, он был четырежды назначен ректором. Его должность и другие обязанности не оставляли ему свободного времени для серьёзной работы по математике, о чём он уже в 1742 г. с сожалением сообщил Эйлеру. В противном случае, имея в виду его острую проницательность, он бы наверняка опубликовал выдающиеся работы. Его более краткими математическими трудами, как указано в лексиконе Leu (1747 – 1765, Bd. 3, 1748), являются (1711; 1717; 1719a; 1719b), мемуары в Приложениях (*Suppl.*) к *Acta Eruditorum*, тт. 7 и 9 и в томах 20, 24, 29 и 33 журнала *Giornale de letterati d'Italia*. Наконец, в базельской библиотеке хранится том его рукописей в четвёртую долю листа, – сборник исследований и отрывков по геометрии, механике, астрономии и т. д. Р. В.

О сочинениях Николая Бернулли и его роли в публикации *Искусства предположений* см Kohli (1975a) и Юшкевич (1986). Так, указанная Вольфом роль Николая, будто бы единственного, обратившего внимание на рукопись Якоба, явно ошибочна. Вольф мог бы здесь учесть сказанное в его же переводе Предисловия к этой рукописи. О переписке Николая и Иоганна с Монмором см. Henny (1975), а о диссертации Николая см. Kohli (1975b). О. Ш.

35. Вольф описывает эпизод, в котором соответствующая рекомендация Николая о безвестно отсутствующем оказалась невыгодной для него самого. О.Ш.

36. Экземпляр этой книги в Базельской библиотеке содержит надпись, записанную самим Николаем:

Francisce Christ, Amice mi/Tuas mihi doctissimas/De sorte dedicas theses,/Mihique sic das symbolum/Amoris erga me tui./En offero munusculum/Tibi vicissim, et hoc erit/Amoris erga te mei/Animique grati symbolum. R. W.

37. Это утверждение следует существенно дополнить и исправить. Во-первых, Бернулли выписал статистические данные у Арбутнота (1712), который, в свою очередь, ссылался на *Obsrvations* […] *of the Births in London* (фактически, о крещениях). Во-вторых, Николай достиг много большего (а описание его переписки с Монмором, см. выше, явно неполно). В 1713 г. он (Монмор 17078/1713, с. 280 – 285) исследовал данные Арбутнота и косвенно вывел нормальное распределение, тем самым опередив памфлет Муавра 1733 г. (Шейнин 1970, с. 201 – 202).

Наконец, по поводу публикации *Искусства предположений* (см. чуть ниже) Kohli (1975b, с. 541) утверждает, что Николай

не только подхватил намёки, содержавшиеся с рукописи этой книги, но дословно перенёс в свою диссертации отдельные куски из неё и даже из Дневника Якоба, который вообще не предназначался к публикации. Многочисленные ссылки на Якоба не оправдывают плагиата. Стохастическая часть *Дневника* опубликована (Якоб Бернулли 1975, с . 21 – 89). О. Ш.

38. Это утверждение противоречит предыдущей фразе. В соответствии с заглавием части 4-й она должна была быть посвящена приложениям искусства предположений, но не содержала их вовсе. Интересно привести соответствующее пояснение Монмора (1708/1713, с. XIII): он чувствовал, что не может сделать ничего подобного. Ему следовало бы изучить приложение теории вероятностей к политике, экономике и моральным проблемам, но он указал:

Что мне препятствует, так это трудность, представившаяся при выборе предположений, которые, будучи приложены к достоверным событиям, могли бы руководить мной и помогать мне в моих исследованиях.

См. Якоб Бернулли (1713) в Библиографии. О. Ш.

Совпадение суждения Николая Бернулли с утверждением Лапласа (см. начало § 11) наверняка весьма интересно. Р. В.

39. Вольф привёл немецкий перевод (неполный) латинского предисловия Николая Бернулли к *Искусству предположений*. Полный русский перевод см. Якоб Бернулли (1986, с. 162 – 164) и только в нём сохранился термин Николая I, *исчисление вероятностей* (Calculi probabilitatum). О. Ш.

40. По устному сообщению советника Peter Merian в Базеле. Р. В.

41. Иоганну действительно предложили кафедру греческого языка в Базеле. В ответ на настойчивую просьбу своего тестя, он ушёл со своего поста в Гронингене и 18 августа 1705 г. отправился со своей семьёй в Базель. 23 августа, проезжая Амстердам, он узнал про смерть Якоба. Р. В.

Сведения об упомянутых лицах

Baxter, Richard, 1615 – 1691, богослов
Battier Samuel, 1667 – 1744, ученик Якоба Бернулли, профессор греческого языка
Bernoulli Christoph, 1782 – 1863, естествоиспытатель, технолог
Bossut, Charles, 1730 – 1814
Cramer, Gabriel, 1704 – 1752, математик
Euler, Johann Albrecht, 1734 – 1800, математик, сын Леонарда Эйлера
Fatio de Duillier Nicolas, 1664 – 1753, математик. В 1690 г. предложил теорию гравитации
Formey J. H. S., 1711 – 1797, философ, непременный секретарь Парижской академии наук
Gerhardt, Carl Immanuel, 1816 – 1899, математик
Hermann, Jakob, 1678 – 1733, математик, член Петербургской академии наук
La Montre, Jean Joseph, XVII век, математик
L'Hospital, Guillaume François Antoine, 1661 – 1704, математик
Llhuillier S. A., в конце XVIII в. опубликовал несколько ныне неизбежно забытых мемуаров по теории вероятностей
Mattiae Chr., 1584 – 1655, богослов
Megerlin, Peter, 1623 – 1686, математик
Merian Rudolf, 1830 – 1917, фабрикант
Meton, – V в. Греческий астроном. Метонический цикл покрывает все изменения Луны
Nunes Pedro (Nonius Petrus), 1502 – 1578, математик
Rigault, Rigaud, Hyacinthe, 1659 – 1743, художник
Schwenter, Daniel, 1585 – 1636, востоковед и математик
Steiner, Jacob, 1796 – 1863, математик
Turretin, Jean Alphonse, 1671 – 1737, богослов и историк
Varignon, Pierre, 1654 – 1722, математик
Waldkirch, Esther Elisabeth, род. 1660. См. начало § 2
Weidler, Johann Friedrich, 1691 – 1755, математик, астроном, юрист

Woleb (Wolleb), Johann, 1640 – 1675, профессор музыки, позднее физики в Базеле

Библиография

Юшкевич А. П. (1986), Николай Бернулли и издание *Искусства предположений*. *Теория вероятностей и её применения*, т. 31, № 2, с. 333 – 352.

Anonymous (1729), [Obituary of Nicolaus II Bernoulli], *Commentarii Acad. Sci. Petrop.* for 1727, pp. 482 – 488.

Anonymous (1793), Histoire précis de la vie [of Jacob II Bernoulli]. *Nova Acta Acad. Petrop*. for 1789, t. 7, pp. 23 – 32. Со списком публикаций.

Arbuthnot J. (1712), An argument for divine providence, taken from the constant regularity observed in the birth of both sexes. In Kendall M. G., Plackett R. L., Editors (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability,* vol. 2. London, pp. 30 – 34.

Basnage H. de Beauval, редактор продолжающегося издания (1687 – 1709), *Histoire des ouvrages des Savants*, tt. 1- 24. Amsterdam, 1976 – 1984.

Battier S. (1705), *Vita Jacobi Bernoulli*. Basel.

Baxter R. (1686), *Stimm Gottes*. Basel. Частичный перевод Якоба Бернулли с голландского.

Bernoulli Christoph (1829 – 1830). *Vademecum des Mechanikers*. Stuttgart – Tübingen, 1844. Четвёртое издание.

Bernoulli Daniel I, **Бернулли Д.** (1738, латин.), *Гидродинамика*. Л., 1959.

Bernoulli Daniel II (1783), Vita Daniel's Bernoulli. *Nova Acta Helvetica Physico-Mathematico-Anatomico-Medica*, t. 1, pp. 1 – 32.

--- (1787). *Lobrede auf Herrn Daniel Bernoulli*. Basel.

Bernoulli Jacob (1681a), Neuerfundene Anleitung wie man der Lauff der Comet […] in gewisse grundmässige Gesätze einrichten […]. *Werke*, Bd. 2, 1969, pp. 134 – 151.

--- (1681b), *La pomme d'Eris a Mad. De Lostanges, ou le combat de déesses en vers bourlesques à l'occasion des noces de Jean Louis Frey.* Basel.

--- (1682), Conamen novi systematis cometarum. *Werke*, Bd. 1, 1969, pp. 152 – 189.

--- (1683), Dissertatio de gravitate aetheris. *Werke*, Bd. 1, pp. 318 – 405.

--- (1685), Problème proposé par Bernoulli. *Werke*, Bd. 3, p. 91.

--- (1686), Перевод Baxter (1686).

--- (1690), Questiones nonnullae de usuris cum solutione problematis de sorte alearum propositi […]. *Werke*, Bd. 4, 1993, pp. 160 – 163.

--- (1691), *Memorial über die Missbräuche an der Universität*. In Bernoulli Jakob (1993, pp. 248 – 263).

--- (1700), Ad fratrem suum. In Bernoulli Jacob & Bernoulli Johann (1991, pp. 471 – 484).

--- (1701), Analysin magni problematis isoperimetrici in *Actis Erud*. […] 1697 propositi […]. Basel.

--- (1713, латин.), *Ars Conjectandi*. In Bernoulli, Jacob (1975, pp. 107 – 259). Англ. перевод ч. 4: Bernoulli, Jacob (2005). В 1713 г. опубликовано вместе с *Tractatus de Seriebus Infinitis* [пять мемуаров, 1689 – 1704; перепечатаны в *Werke*, Bd. 4 и переведены: *Über unendliche Reihen.* Leipzig, 1909] и с *De Ludo Pilae Reticularis* [фактически, на франц. яз.: *Lettre à une amy sur les parties du jeu de paume,* перепечатаны в *Werke*, Bd. 3, 1975, pp. 260 – 275.]

--- (1744), *Opera*, tt. 1 – 2. Brussels, 1967.

--- (1969), *Werke*, Bd. 2. Basel.

--- (1975), *Werke*, Bd. 3. Basel. Включает перепечатки *Искусства предположений* и вероятностной части *Дневника* автора и комментариев других авторов.

--- (1986), *О законе больших чисел*. М. Ред. Ю. В. Прохоров. С комментариями.

--- (1993), *Briefwechsel*. Basel.

--- (2005), *On the Law of Large Numbers*. Berlin. Перевод части 4-й *Искусства предположений.* Также www.sheynin.de

Bernoulli Johann I (1742), *Opera omnia*, tt. 1 – 4. Hildesheim, 1968.

--- (1955), *Briefwechsel*, Bd. 1. Basel – Stuttgart. Editor, O. Spiess.

Bernoulli Jacob & Bernoulli Johann (1991), *Die Streitschriften.* Basel.
Bernoulli Johann III (1777), *Lettres sur différens sujets*, t. 1. Berlin.
Bernoulli N. (1704), *De seriebus infinitis earumque usu in quadraturis spatiorum et rectificationibus curvarum.* Basel. Перепечатано в *Werke*, Bd. 3 Якоба Бернулли.
--- (1708), Regula generalis inveniendi aequationes… . Перепечатано в Leibniz (1742/1855 – 1856/1971, т. 3/2, с. 827 – 835).
--- (1709), De usu artis conjectandi in jure. In Bernoulli, Jacob (1975, pp. 289 – 326).
--- (1711), Addition au Mém. de Jean Bernoulli touchant la manière de trouver les forces centrales dans les milieux resistans. *Mém. Acad. Sci. Paris*, pp. 53 – 56.
--- (1711; 1720; 1722; 1731), *Theses juridicae miscellaneae*. Basel.
--- (1717), Solutio generales problematis XV proposita a De Moivre in […] De Mensura Sortis […]. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, No. 341 for 1714, pp. 133 – 144.
--- (1719a), Calculus pro invenienda linea curva, quam describit projectile in medio resistente. *Acta Eruditorum*, pp. 224 – 226.
--- (1719b), Tentamen solutionis generalis problematis de construenda curva, quae alias ordinatim positione datas ad angulos rectos secat. Ibidem, pp. 295 – 304.
--- (1722), *Theses logicae de methodo analytica et synthetica.* Basel.
Bossut C. (1802), *Histoire générale des mathématiques*. Paris, 1810. German translation: Hamburg, 1804.
Boyle R. (1677; 1680), *Opera varia*. Genevae.
Condorcet J. A. N. (1785), Eloge de [Daniel] Bernoulli. *Hist. Acad. Roy. Sci. Paris* pour 1782, pp. 82 – 107; также в трудах автора *Oeuvres*, t. 2. Paris, 1847, pp. 545 – 580. Переведено на нем. язык с комментариями: Bernoulli Daniel II (1787).
De Moivre A. (1704), *Animadversiones in G. Cheynaei Tractatum de fluxionum methodo inversa*. London.
--- (1712, in Latin), De mensura sortis, or the measurement of chance. *Intern. Stat. Rev.*, vol. 52, 1984, pp. 236 – 262.
Descartes R. (1695), *Geometria* …С комментариями Якоба Бернулли. Frankfurt. Комментарии также в Bernoulli's *Opera* (1744).
Dörffel G. S. (1681), *Astronomische Beobachtung des großen Cometen welche A. 1680 und 1681 erschienen*. Plauen.
Ersch J. S., Gruber J. G. (1818 – 1889), *Encyclopädie der Wissenschaft und Künste*. Leipzig. Редакторы несколько раз сменились, сочинение доведено до тома 167.
Fleckenstein J. O. (1970), Nic. Bernoulli. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 56 – 57.
Fontenelle B. de (1706), Jacob Bernoulli. *Hist. Acad. Roy. Sci. pour 1705 avec les Mémoires de math. et de phys. pour la même année*, pp. 139 – 150.
Fuss P. N. (1843), *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres de XVIII siècle*, tt. 1 – 2. New York – London, 1968.
Giesel F. (1857), *Geschichte der Variationsrechnung*. Torgau.
Guericke O. (1672), *Experimenta nova Magdeburgica de vacuo spatio*. German translation: *Ostwald Klassiker* No. 59, 1996.
Henny J. (1975), Nikolaus und Johann Bernoullis Forschungen auf dem Gebiete der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihrem Briefwechsel mit P. R. de Montmort. In Jacob Bernoulli (1975, pp. 457 – 507).
Hoffmann J. E. (1970), Bernoulli Jakob. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 46 – 51.
--- (1977), *Register zu G. W. Leibniz Mathematische Schriften*. Hildesheim – New York.
Huygens C. (1657), De calcul dans les jeux de hazard. *Oeuvr. Compl.*, t. 14. La Haye, 1920, pp. 49 – 91, франц. и голл. Голл. текст впервые опубликован в 1660 г.
Kohli K. (1975a), Zur Publikationsgeschichte der *Ars Conjectandi*. In Jacob Bernoulli (1975, pp. 391 – 401).
--- (1975b), Kommentar zur Dissertation von Nic. Bernoulli. In Bernoulli Jacob (1975, pp. 541 – 556).
Lacroix S.-F. (1811), Bernoulli, Jacque. *Biographie universelle ancienne et moderne*, t. 4, pp. 520 – 522.
Lalande J. J. (1803), *Bibliographie astronomique*. Osnabrück, 1985.
La Montre J. J. (1682), Démonstration physique de la fausseté du système des comètes proposé dans le dernier Journal. *J. des Savants*, 25 mai.

Laplace P. S. (1812), *Théorie analytique des probabilités*. *Oeuvr. Compl.*, t. 7, No. 1. Paris, 1886.
--- (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*, М., с. 834 – 863.
Leibniz G. W. (1745), *Commercium philosophicum et mathematicum.* Geneva.
--- (1855 – 1856), *Mathematische Schriften*, Bd. 3, Tle 1 – 2. Переписка с Jakob, Johann, Nicolaus Bernoulli. Hrsg. C. I. Gerhardt. Hildesheim – New York, 1971.
Leu J. J. (1747 – 1765), *Allgemeines Helvetisches Eydgenossisches oder Schweizerisches Lexikon*, Bde 1 – 20. Zürich.
Matthiae A. H. (1841), *A manual of the History of Greek and Roman Literature.* London.
Merian P. (1846), Reisebemerkungen von Jakob Bernoulli. In *Beiträge zur vaterländische Geschichte*, Bd. 3. Basel, pp. 125 – 145. Hist. Ges. zu Basel.
Montmort P. R. (1708), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Paris, 1713. Reprint: New York, 1980.
Montucla J.-E. (1799 – 1802), *Histoire des mathématiques*, tt. 1 – 4. Второе издание (Paris, 2007) дополнено Лаландом (J. J. Lalande). XVIII в. описан в тт. 3 и 4, и только они сопровождаются (общим) указателем. В нём не упомянут ни Якоб Бернулли, ни его мемуар о кометах.
Newton I., Ньютон И. (1707, латин), *Всеобщая арифметика.* М., 1948.
--- (1711), *Analysis per quantilatum series, fluxiones ac differentias: cum enumeratione linearum tertitia ordinii.* London, 1740.
Raabe J. L. (1848), *Die Jakob Bernoullische Funktion*. Zürich.
Roques P. (1750), [автобиография Иоганна Бернулли]. *Nouvelle bibliothèque germanique*.
Saurin J. (1706), Eloge de [Jacob] Bernoulli. *J. de Savants*, pp. 81 – 89.
Savérien A. (1775), *Histoire des progrès l'esprit humain dans les sciences naturelles et dans les arts qui en dependent.* Paris.
Schalch (год?), *Errinerungen aus der Geschichte der Stadt Schaffhausen.*
Sheynin O., Шейнин О. Б. (1968), On the early law of large numbers. *Biometrika*, vol. 55, pp. 459 – 467. Перепечатано с добавлением в Pearson E.S., Kendall M. G. (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability* [, vol. 1]. London, pp. 231 – 239.
--- (1970), К истории предельных теорем Муавра – Лапласа. *История и методология естественных наук*, №. 9, с. 199 – 211.
--- (2009), *The Theory of Probability. Historical Essay*. Second edition. Berlin, 2009. Also at www.sheynin.de
--- (2010), The inverse law of large numbers. *Math. Scientist*,
Sloman H. (1857), *Leibnizens Ansprüche auf die Erfindung der Differenzialrechnung*. Leipzig.
Staudt Ch. de (1844), *De numerus Bernoullianis*. Erlangen.
Wallis J. (1670), *Mechanica*. London.
Wolf R. (1849 – 1851), Versuche zur Vergleichung der Erfahrungswahrscheinlichkeit mit der mathematischen Wahrscheinlichkeit. *Mitt. Naturforsch. Ges. in Bern*, 1849, pp. 97 – 100, 183 – 185; 1850, pp. 85 – 88, 209 – 212; 1851, pp. 17 – 36.
--- (1855), [Jacob I Bernoulli, Gedächtnisrede]. Bern.
--- (Jahrgang 1857), Über Cometen und Cometen Aberglauben. *Monatschrift Wiss. Verein Zürich*.
--- (1858 – 1962), *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz,* Cyclus 1 – 4. Zürich.
Wolleb J. (1626), Compendium theologiae Christianae.

XII

Норденмарк

Пер Вильгельм Варгентин, 1717 – 1783

N. V. E. Nordenmark, Pehr Wilhelm Wargentin, 1717 – 1783.
Nordic Stat. J., vol. 1, 1929, pp. 241 – 252

[1] Как хорошо известно, самыми старыми демографическими материалами обладает Швеция. Смертность [по ним] может быть безусловно подсчитана с середины XVIII в., а статистические законы статистики населения могли быть установлены даже 150 лет тому назад ввиду научной обработки ценных статистических данных. Подобные исследования в других странах могли проводиться лишь намного позднее, так что шведские демографические изыскания XVIII в. имеют исключительное значение по своему разведочному характеру. В наши дни шведские астрономы придают математической статистике научную основу (care)[1], а в XVIII в. честь создания нашей научной демографии следует также приписать астрономам.

211 лет прошло от рождения человека, который быть может больше, чем кто-либо иной, был в этом отношении пионером. Чтобы начать с каких-либо сведениями о карьере этого выдающегося человека великих времён шведской науки и литературы, укажем, что Пер Вильгельм Варгентин родился 22 сентября 1717 г. в приходе Sunne [исторической провинции] Jämtland, в котором его отец был старшим духовным лицом. Он сбежал из Финляндии в дни Северной войны [1700 – 1721], был для своего времени высоко образован и даже предложен как кандидат на занятие кафедры физики в Дерпте [Тарту].

[2] В 1735 г. Варгентин поступил в Упсальский университет, и среди его учителей были Hjorter, в то время младший астроном на обсерватории, профессора Strömer и Klingenstierna и, последний по счёту, но не по значимости, Цельсий, который пробудил и поощрял его интерес к изучению астрономии. Цельсий поставил перед ним задачу участвовать в общественном диспуте о спутниках Юпитера (в 1741 г.), т. е. об интересной и в то время особенно популярной проблеме, которая занимала его всю жизнь.

Таблицы Луны, которые он составил в качестве своей диссертации, были опубликованы [в 1751 г.] в *Acta* Упсальского общества наук и сразу же принесли ему известность в научном мире. Его избрали в недавно учреждённую Шведскую академию наук, а вскоре во Французскую [в Парижскую] академию, в Королевское общество и научные общества Гёттингена, Копенгагена и Массачусетса. Он подправлял свои таблицы Луны и в то же время исследовал теорию движения Юпитера. Последовательно улучшенные таблицы Луны были перепечатаны Лаландом[2] и Боде, а их пересмотренные издания – в *Nautical Almanach*, *Connoissance des mouvements célestes* и *Astronomisches Jahrbuch*.

В 1749 г. Варгентин был назначен Секретарём Академии наук после Пера Эльвиуса [1710 – 1749]. С того времени он обогатил академические *Acta* примерно 60 мемуарами, посвящёнными главным образом астрономии и геофизике; я останавливаюсь только на его работах по демографии.

Эльвиус, предшественник Варгентина по Академии наук, должен считаться пионером шведской статистики населения. В 1744 г. он опубликовал на шведском языке первое руководство по демографии, комментированную *Сводку годичных чисел детей, рождённых в У.* [Упсале?] *за последние 50 лет,* а через два года отчёт о *Населении Швеции*.

Этот последний из обоих значимых обзоров, как можно предположить, существенно способствовал принятию резолюции риксдага [парламента] об учреждении так наз. *Tabellverket*, позднее *Tabellkommissionen* (Комиссии по таблицам) для составления текущей статистики населения. Уже тогда проявился некоторый интерес к статистике; в дополнение к работам Эльвиуса были опубликованы другие статистические сочинения, в том числе К. Ф. Меннандера, профессора физики в Або, позднее архиепископа Швеции, Якоба Fagott, секретаря Комиссии по таблицам, E. F. Runeberg, главного директора [Комиссии?], Андерса Берча, профессора политэкономии, математика Пера Högström и многих других.

[3] В тот самый год, 1749, когда был учрежден Tabellverket, а также умер Эльвиус, Варгентин стал её членом как представитель Академии наук. Вскоре новые обязанности заинтересовали его, и он понемногу начал публиковать в *Acta* Академии демографические мемуары, чтобы обратить внимание общественности к работе Комиссии. В 1754 – 1755 гг. он, применив статистический материал Комиссии, опубликовал шесть мемуаров под общим названием *Замечания о пользе ежегодных данных о рождениях и смертности в стране.*

В своём первом мемуаре он сослался на аналогичные сочинения Граунта, Петти, Галлея, Керсебома, Зюссмильха и Депарсье и попытался установить отношение числа рождений к населению страны. *Во втором мемуаре* он рассматривал распределение населения по полу и фертильности и утверждал, что в среднем семья имела четырёх детей и что новорожденных мальчиков больше, чем девочек[3].

В третьем меуаре Варгентин исследовал возрастание населения и отношение чисел рождаемости и смертности. *В четвёртом мемуаре* он обсуждал следующие вопросы: в каком возрасте смертность выше и ниже всего. Как долго человек определённого возраста, обладающий хорошим здоровьем, может с некоторой вероятностью оставаться в живых; как много лиц данного возраста или данной возрастной группы приблизительно имеется в обществе. Он утверждал, что

четверть детей умирает на первом голу жизни, затем вторая четверть тает вплоть до 24-хлетнего возраста, третья сопротивляется ещё 36 лет до шестидесяти.

В пятом мемуаре Варгентин рассматривал задачу о числе лиц, остающихся в живых в различных возрастных группах, а *в шестом* пытался составить статистическое представление о причинах смертности.

Таким образом, мы видим, что Варгентин занимался большинством современных демографических проблем. Как он считал сам, результаты, конечно же, были очень ненадёжны, поскольку основывались на таблицах только за один год, и, кроме того, ввиду серьёзных недостатков в исходных данных и пробелов в них.

[4] При публикации своего следующего статистического сочинения 1766 г., *Смертность в Швеции в соответствии с Tableverket*, он обладал существенно более общим и более надёжным материалом, т . е. таблицами за 1755 – 1763 гг. На их основе он составил сведения *О смертности во всём королевстве* и аналогичный отчёт по Стокгольму, а именно указал средние величины за каждый трёхлетний период 1755 – 1757, 1758 – 1760 и 1761 – 1763.

В своих предварительных замечаниях Варгентин описывал имевшийся статистический материал:

Ни в одной другой стране ещё не учреждёно методически работающее учреждение, подобное нашей шведской Комиссии по таблицам, которое по крайней мере столь полно учитывает число ежегодных смертей и лиц, остающихся в живых, их пол и возраст. В этом смысле иностранцы ожидают наиболее надёжных сведений от нас, и несколько человек настойчиво просили меня продолжать эти исследования, особенно потому, что в последнем случае я не посмел опубликовать в качестве вполне надёжного то, что выбрал из шведских бюллетеней.

При выводе доли смертности он поступал следующим образом. Вначале он оценивал [вычислял] среднее число умерших за каждые три года, затем указывал количество живущих в тех же самых возрастных группах в последний год каждого соответствующего трехлетнего периода. Разделив второе число на первое, Варгентин получал *число живущих, из которых один умирает в течение одного года* для каждой возрастной группы и отдельно для мужчин и женщин. Таким же образом он выписывал аналогичные показатели для средних за все годы.

[5] В своём мемуаре 1767 г. *В каком месяце большее число рождений и смертей в различные годы в Швеции* он изучал изменение чисел рождений и смертей по месяцам года, затем те же изменения в женитьбах. Я позволю себе привести его соответствующие таблицы и некоторые из его замечаний к ним[4].

О причинах изменений он в частности указывает:

Более или менее прилежные и тяжёлые работы в различные сезоны года видимо уменьшают или увеличивают радость тела и чувств. Отдых и длинные ночи в декабре вероятно частично *приводят к особому избытку потомства в сентябре. Это объяснение, однако, недостаточно, потому что весной и летом фермер занят больше всего, тогда как осенью он начинает чувствовать некоторое облегчение. И всё же больше детей бывают зачаты весной, а не осенью. Я лично думаю поэтому, что весна и первая часть лета, которые возрождают всю природу, сильнее склоняют и нас быть более любвеобильными, чем в любом ином сезоне и особенно по сравнению с осенью, когда всё теряет к зиме жизненную силу. Единственное исключение из этого правила представляет декабрь, когда* [возросшая] *способность к зачатию должна быть приписана нескольким одновременно действующим причинам*.

К Таблице *Количества умерших в каждом месяце за 12 лет* Варгентин в частности замечает[5]:

Таким образом, в апреле умерло больше, чем в любом другом месяце. За ним следуют май, март, февраль и июнь. В ноябре, сентябре и октябре, если их [также] *привести к тому же числу дней, умерло лишь по две трети апрельского числа. В общем, за первые шесть месяцев года количество умерших на пятую часть больше, чем за последние шесть. Количество помесячно умерших постоянно возрастало с начала зимы в декабре до её окончания в апреле, затем постепенно снижалось до поздней осени.*

Сам по себе ни сильный холод зимы, ни летнее тепло не представляются истинной причиной поведения смертности, потому что при одной и той же холодной погоде, будучи одеты соответственно, мы чувствуем себя так же хорошо, как во время умеренных тёплых дней.

Таблица также указывает, что число умерших в самом холодном месяце, январе, было почти такое же, как и в июне, т. е. в одном из самых тёплых месяцев. Более всего, видимо, поражают наше здоровье неожиданные и резкие изменения холода и тепла. Естественные изменения происходят весной и осенью, притом довольно быстро в нашем климате. Часто настоящая зима длится до конца марта, а уже в апреле дни такие же тёплые, как летом. Холод, однако, наступает после некоторых тёплых дней вплоть до конца мая. Зловонные пары, наполняющие воздух весной при таянии снега и отмерзании земли, также способствуют возрастанию заболеваемости и смертности в этом сезоне, уже начавшемуся в зимние месяцы ввиду многих каждодневных изменений холода на открытом воздухе на сильное нездоровое тепло в помещении. Летом и осенью, пока комнаты не отапливаются, мы живём при более ровной температуре как наружи, так и внутри помещений и поэтому чувствуем себя лучше. Но я отдаю эти замечания для обдумывания врачам, которые смогут также наилучшим образом использовать их.

[6] Замечания к *Таблице о числе помесячных празднеств по поводу женитьб* [wedded bridal couples] *в соответствии с таблицами за шесть лет*[6]:

Столь малое число женитьб в июле и августе и столь большие их числа в четыре последних месяца года вызвано только тем, что у деревенских жителей, которые относятся к празднествам как к основной необходимой части брачной церемонии, летом нет такого большого срока для подготовки к ним, нет и таких припасов продовольствия для гостей, как осенью и зимой. Поэтому многие женитьбы откладываются на несколько месяцев, а от некоторых из них вообще отказываются. И это не является единственной причиной для того, чтобы подобные дорогостоящие и вредные празднества упразднить или по крайней мере уменьшить затраты на них.

[7] В 1769 г. следующее сочинение Варгентина по статистике населения исследовало *Возрастание населения Стокгольма с 1721 по 1767 гг.* Другой обзор назывался *Исследование эмиграции из всего королевства и из каждой его провинции в соответствии с Tabellverket*. В нём он показал, что тогдашняя эмиграция была намного скромнее, чем обычно предполагалась, – примерно 900 человек в год, – и вряд ли превышала иммиграцию.

Последнее демографическое исследование Варгентина появилось в 1782 г., за год до его смерти: *Население всего королевства и каждой его провинции, а также число хозяйств в городах и сельской местности в соответствии с данными Tabellverket в 1751 и 1772 гг. с краткими замечаниями*[7]. Среди прочего, он здесь исследовал относительное возрастание населения.

Мы видим, что сочинения Варгетина по статистике населения внушительны и по количеству, и по качеству, и следует иметь в виду, что они были результатом добровольной работы без вознаграждения на пользу шведской научной культуры, выполненной в дополнение к обычным занятиям астрономией и обязанностями секретаря Академии наук.

[8] Труд Варгентина вскоре стал известен научному миру. Особенно немецкий перевод академических *Acta* гёттингенским профессором Кестнером познакомил более широкий круг читателей в первую очередь со статистическими обзорами Варгентина. И именно таким образом на них обратил внимание Зюссмильх. В последующих изданиях *Божественного порядка* он часто цитировал *искусного Варгентина*, но составил неверное мнение о нём и об его идеях о так называемом методе *стационарного населения*.

Это пагубное представление о Варгентине как о последователе упомянутого неполного метода сохранялось веками и распространилось как легенда почти по всей статистической литературе. По этой причине Кнапп (1874) очень строго судит о демографической работе Варгентина, и его мнение слепо цитировалось и повторялось вновь и вновь; недавно его повторил профессор Cederborg (1919).

Ясно, что Кнапп не читал ничего, кроме первых обзоров Варгентина (1754, 1755 гг.), в которых автор ошибочно приписал Галлею метод оценки населения по бюллетеням смертности. Он не попытался составить таблицу смертности и хотел лишь найти распределение тысячи умерших по возрастным группам. Из полученной таблицы он последовательными сложениями составил новую таблицу остающихся в живых в этих группах. Здесь он исходил из *стационарного населения*, но мы должны помнить, что у него не было листов шведской переписи 1749 г. и что ему поэтому пришлось прибегнуть к приближениям, чтобы по крайней мере составить впечатление о численности населения.

Далее, он (*Acta* шведской Академии наук за 1755 г., с. 16) указывает, что этот метод не может обеспечить верного результата, не может полностью соответствовать истине,

если либо родится больше, чем умирает, либо имеет место противное, т. е. если население устойчиво возрастает либо убывает… В первом случае число лиц должно быть уменьшено, во втором увеличено.

Варгентин был слишком умным астрономом и математиком, чтобы не понимать этого. Политический экономист Берч был поэтому прав, когда в письме Варгентину выразил радость от того, что математик с его способностями занялся проблемами статистики:

Я очень рад, что такая важная работа заинтересовала столь компетентного человека, потому что уверен, что Вы прекрасно её выполните.

В своей автобиографии, очевидно составленной до появления сочинения 1766 г., Варгентин пишет:

Свои опыты о применении ежегодных бюллетеней рождений и смертей были бы намного лучшими, имей я с самого начала в своём распоряжении наши таблицы, но они оставались настолько засекреченными, что мне не разрешили даже посмотреть на них. Теперь я смог использовать их по своему усмотрению и, выяснив больше прежнего путём упражнения и рассуждения, чувствую склонность предпринять новую и вероятно лучшую работу на эту великую тему.

В то время количество населения считалось государственной тайной![8]

В своём мемуаре 1766 г. о смертности в Швеции, который ни Кнапп, ни повторившие его здесь и в других странах, не читали, он уже не прибегает к приближениям, связанным со *стационарным населением*, поскольку пользуется более богатым и надёжным материалом и категория секретности была снята со сведений о населении. Здесь Варгентин использует не только бюллетени о смертности, но и переписные листы для составления первой в своём роде таблицы смертности за 1755 – 1757 гг.

[9] Даже здесь он держится в стороне от так называемого метода Галлея[10]. Сравнив распределение населения по возрастным группам с пирамидой, он говорит (с. 16):

Если каждый год рождается одно и то же число и одно и то же число эмигрирует, возрастные группы в некоторых рядах начнут со временем сокращаться. Но в некоторые годы число рождений превышает на 10 000 числа предшествовавших и последующих лет, а число смертей на 15 – 20 тысяч меньше или же наоборот, поскольку болезни иной раз губят то детей, то стариков чаще обычного, а в другие годы происходят войны или обширные эмиграции, которые опустошают группы средних возрастов, в основном мужчин, не затрагивая ни более молодых, ни более старых групп, так что пирамида должна будет иметь неправильные изгибы и искривления.

Как было упомянуто выше, он здесь ставит в соответствие средние числа умерших за три года с числами живущих в последние годы этих периодов и указывает причину этого:

Таблица состояния со сведениями о всех живущих, распределённых по полу, возрасту, состоянию и т. д., установлена только на каждый третий год. Так, в течение последних упомянутых девяти лет таблицы выпускались только трижды, в 1757, 1760 и 1763 гг. Поскольку кратчайший путь для определения доли смертности состоит в сравнении числа живущих и умерших в одном и том же году, я не смог провести более трёх таких сравнений. Но чтобы как-то воспользоваться первыми двумя таблицами для остальных шести лет, я вычислил средние из чисел смертей в каждом возрасте в 1755, 1756 и 1757 гг., т. е. сравнил одну треть суммы трёх лет с числом живущих тех же возрастов в 1757 г. Так же само я действовал с тремя средними годами и в последние три года. Тем самым я добивался большей надёжности и более закономерных отклонений, чем если бы учитывал только за один год число смертей в случаях, когда оно могло намного превышать обычное или быть намного меньше его (там же, с. 3).

Таким образом, для количественной оценки смертности он использовал не только бюллетени смертности, но и переписные листы […]. Доля смертности у него равнялась $(l_{x-3} - l_x)/3l_x$ (фактически обратной величине этой дроби[11]).

Против этого метода можно сказать, что он приводит к слишком небольшим долям смертности. Ясно, однако, что он очень подходящ в этом смысле, ибо переписные листы указывают слишком небольшие числа. *Из уважения к этому, я полагаю, что смертность в королевстве на самом деле не так высока, как* *представляется* (там же, с. 13). Иначе говоря, доли смертности тем не менее оказываются несколько завышенными.

Варгентин, однако, не вычисляет никаких таблиц степеней убывания (decremental table), хоть и опубликовал некоторые подобные таблицы через несколько лет в четвёртом издании книги Price (1783) в год своей смерти. Из его *замечаний* к *Долям смертности* (1766 г.), см. там же, с. 17, следует, что Варгентин представлял себе значение исследований смертности, особенно для решения задач о годичных рентах и страхования жизни:

Наблюдается существенная своеобразная закономерность в долях смертности. Если даже намного больше человек из общего числа умерло в течение одного года, чем за другой год, каждая возрастная группа всё же всегда страдала в одном и том же соотношении: из малых детей умирало от четверти до пятой части, из молодых людей – до 150 или 160[12] *и т.д. Отношение полов* [среди умерших] *было почти постоянно из года в год, и то же имело место для всего королевства сравнительно со Стокгольмом. Хоть срок жизни каждого человека весьма неопределёнен, мы можем оценить с довольно высокой вероятностью сколько человек умрёт за год из заданной большой группы, как каждая возрастная группа будет постепенно убывать и сколько лет пройдёт пока вся она не исчезнет. Поэтому мы можем надёжно установить стоимость пожизненных и годичных рент, учредить тонтины, вдовьи и сиротские кассы и многие другие полезные учреждения и институты*.

[10] Варгентин был ведущим шведским астрономом XVIII в. и основал шведскую демографию. Поколения, унаследовавшие его труды, будут долго признательны ему за добросовестную и надёжную работу в этих областях. Ясно, что и в Швеции, и за рубежом его статистические исследования оценили весьма несправедливо и нам должно быть важно отбросить преобладающее неверное представление о его впечатляющих трудах в области демографии.

Примечания

1. Автор мог иметь в виду нескольких учёных, в том числе Шарлье, но неплохо было бы вспомнить и о только что (в 1926 г.) умершем Чупрове. О. Ш.

2. См. Delambre, Lalande, Masson (1792), чьи таблицы были, как и указано в их заглавии, включены в третье издание книги Лаланда (Lalande 1792). Видимо в 1771 г. Лаланд опубликовал свою собственную таблицу такого же рода. О.Ш.

3. О преобладании мальчиков среди новорожденных было известно с 1712 г. (Арбутнот). О. Ш.

4. Приведена Таблица ежемесячных чисел новорожденных за 13 лет, обоих полов совместно. Соответствующие годы не указаны. О. Ш.

5. В приведенной таблице, для обоих полов совместно, соответствующие годы не указаны. О. Ш.

6. В приведенной таблице не указаны соответствующие годы, а её название, которое мы привели в основном тексте на английском языке, не совсем ясно. О. Ш.

7. Указанная таблица приведена. О. Ш.

8. И не только в Швеции. О. Ш.

9. Это непонятно. Метод Галлея не разъяснён. Под методом стационарного населения автор видимо понимал допущение соответствующей гипотезы. О. Ш.

10. Приведена таблица долей смертности в королевстве Швеции в соответствии таблицами за 1755, 1756 и 1757 гг. Показаны возрасты: менее года; 1 – 3; 3 – 5; 5(5)90 и более 90 лет, далее: ежегодное число смертей и остающихся в живых по переписи 1757 г. и число лиц, из которых один умирает в течение года. Все данные сообщаются по отдельности для мужчин и женщин. О. Ш.

11. *Обратная величина* появилась в соответствии с наименованием последней колонки таблицы, см. Прим. 10. О. Ш.

12. Последняя оценка никак не являлась относительной. О.Ш.

Сведения об упомянутых лицах

Berch Anders, 1711 – 1774, экономист

Faggot Jakob, 1699 – 1777, математик

Hjorter O. P., 1696 – 1750, математик

Högström Pehr, 1714 – 1784, математик

Kästner A. G., 1775 – 1806, математик

Klingenstierne Samuel, 1698 – 1765, математик, астроном

Mennander Karl Fredrik, 1712 – 1786, физик

Strömer Martin, 1707 – 1770, астроном

Библиография

Bode J. E. (1776), *Sammlung astronomischer Tafeln*. Berlin.

Cederborg A. R. (1919), *Pehr Wargentin als Statistiker*. Helsinki.

Delambre J. B., Lalande J., Masson W. (1792), *Tables astronomiques calculées pour servir à la troisième edition de l'Astronomie*. Paris.

Knapp G. F. (1874), *Theorie des Bevölkerungswechsels.* Braunschweig.

Lalande J. (1771), *Astronomie*. Third edition, Paris, 1792 [New York 1966]. Русское издание М., 1789.

Lindroth S. (1976), Wargentin. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 14, pp. 178 – 179.

Pearson K. (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries etc*. Lectures 1921 – 1933. Editor E. S. Pearson. London.

Poggendorff J. C. (1863), *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch*, Bd. 2. Leipzig.

Price R. (1771), *Observations on Reversionary Payments*. London, 1783. Fourth edition. Последующие издания, например: 1812; 2007.

Sheynin O. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.

--- (1982), On the history of medical statistics. Ibidem, vol. 26, pp. 241 – 286. Русский текст: www.sheynin.de № 29.

Wargentin P. (1766), [Mortality in Sweden according to the Tabellverket]. English editions: Stockholm 1930; New York 1983.

XIII

Дубль

О применимости статистики в медицинской практике

F. J. Double, Applicability of statistics to the practice of medicine. *Quarterly Periscope*, vol. 20, No. 2, pp. 361 – 364

Из редакционного примечания. Автор прочёл доклад, несколько сокращённый перевод на английский приведен, в парижской Королевской академии медицины при обсуждении медицинской статистики. Редакция согласна с автором в том, что статистика не может помочь при лечении данного пациента, но подчёркивает, что он не опровергнул её общей полезности в медицине[1].

[1] В наши дни наука статистики считается одной из самых модных, и в пылу своего рвения её последователи огульно применяли её в медицине[2]. Они пытались подменить логический анализ математическим, заставить арифметику занять место индукции, а благоразумие заменить вычислениями. Посмотрим же, чего некоторые ожидают от приложения статистики к медицинской практике.

В математическом анализе вероятность будущих событий вычисляется по наблюдению предшествовавших фактов, но неизменно по правилам всеобщего закона больших чисел, без учёта какого-либо индивидуального влияния. С другой стороны, количественный метод надеется отыскать в медицинской статистике наилучший способ лечения в каждом возможном индивидуальном случае по наблюдениям предыдущих фактов и их числу. Но ведь это никак невозможно, и я могу заметить, что, будь этот подход когда-либо осуществлён, медицина перестанет быть и наукой, и искусством или даже профессией, она окажется такой же механической, как работа сапожника[3].

[2] То, что в геометрии называется всеобщим законом больших чисел, является правилом и основой всех вычислений вероятностей. Одна из его предпосылок состоит в том, что вычисленные причины событий, хоть некоторые из них постоянны, а другие переменны, не могут изменяться односторонне ни в каком смысле. Из закона следует, что все уравнивающие друг друга различия и неправильности исчезнут в частном [от деления]; именно так вычисляется [действие] лотерей, морского страхования и т. д.

Но это же никак не применимо к медицине. Ни наши успехи, ни неудачи не компенсируются в больших числах, как это происходит в морском страховании. Каждая наша проблема относится лишь к одному человеку, а кроме того заболевания всегда характеризуются своими преобладающими чертами, которые односторонне изменяются в соответствии с бесконечным разнообразием причин. Пуассон, в своей новой работе (1837) [, с. 8] пишет:

В большинстве проблем случайности априорное определение шансов невозможно, и мы можем вычислять их только по наблюдённым результатам. Так, мы не можем априорно вычислить вероятность потери судна в длительном плавании, но должны сравнивать число потерь с числом морских путешествий; если число велико [если числа велики], *результат окажется весьма постоянным, по крайней мере для любого моря и каждой нации.* […][4] *Но если вычисление основано на малом числе фактов, в результате вычислителя не может быть никакой достоверности, если же на больших числах, то они почти достоверны*.

И кроме того следует заметить, что не все математики согласны со значимостью приложения математического анализа к вычислению вероятностей[5]. По самой своей природе и широкому охвату вычисление вероятностей лишь приближается к истине, хотя его результаты часто обладают некоей степенью видимой достоверности. Тем не менее, факты, на которых подобные вычисления основаны, настолько смутны, ненадёжны и переменны, что на результаты нельзя доверяться и иногда происходят самые невероятные ошибки.

[3] Количественный метод с самого начала предполагает и одобряет одну из серьёзнейших ошибок в терапевтике, а именно применение универсальных и единственно возможных мер. Знаменитая задача Питкерна[6], *Найти средство при данном заболевании*, остаётся разумной, лишь если понимать её следующим образом: *Для данного симптома найти наилучший метод его объяснения.* У любого пациента ни одно заболевание не представляет собой простого явления, которое можно было бы считать универсальным; оно не достоверно и постоянно, а непрестанно меняется; пневмония сегодня не та, что была вчера, пневмония Петра не та, что у Ивана.

В качестве примера рассмотрим как разочарован молодой врач при переходе от лекции или поучительного сочинения к постели пациента. И происходит это потому, что он переносится от заболевания в отвлечённом смысле к её реальному проявлению. Возьмём любое обширное собрание случаев, рассмотрим эпидемии у Гиппократа, конституции у Baillou, письма Morgagni, консультации у Hoffmann, у Stork – *ratio medendi* [*Теоретическая медицина*] и т. д., – сколько аналогичных случаев вам удастся найти? Всеобще принятый закон идиосинкразии [своеобразия] и индивидуальности настолько бесконечно разнообразен, что не может быть включён ни в какое вычисление вероятностей.

[4] Давайте вначале исследуем, как количественный метод применяется к здоровому человеку. Выберём двести здоровых взрослых того же пола, возраста, профессии и находящихся в том же состоянии. Сколько из них окажется в точности в том же состоянии, так что мы смогли бы сказать: это здоровье, и то здоровье одно и то же? Либо рассмотрим их умственные способности или способности пищеварения. Сколько из них одинаковы в первом отношении? Во втором?

После образования рядов из одних и тех же интеллектов и способности пищеварения придётся придумать всеобщий метод лечения для каждого ряда, но как можно преуспеть в этом? Снова предположим, что в одних и тех же условиях рожает, скажем, тысяча женщин и что они узнали новость о каком-то прискорбном бедствии. Пятеро быть может сойдут с ума, у остальных 995 рассудок не будет затронут. При вычислении вероятностей это нетрудно будет установить. Но будет ли любой врач уверен, что сможет без всякой опасности сообщить плохую новость роженице?

Или же пусть тысяча сильно вспотевших мужчин выпьют некоторое количество ледяной воды. Десятеро схватят пневмонию, пятеро заболеют гастритом и ещё пять – дизентерией, а все остальные будут по-прежнему совершенно здоровы.

[5] Но перейдём от теоретических рассуждений к фактам. Рассмотрим брюшной тиф, – термин (typhoid fever), который я, кстати, вовсе не одобряю, потому что под ним подразумеваются [перечислено пять различных заболеваний]. Это и привело к безысходному хаосу трудности при вашем недавнем обсуждении упомянутой темы[7]. Ошибка состояла в том, что под брюшным тифом подразумевается некоторое особое патологическое состояние, которое может быть опасным концом или мучительным осложнением почти всех других болезней. Так [перечислено пять заболеваний и хирургическое вмешательство], могут иногда закончиться признаками тифа.

Ещё показательнее случай [трёх лихорадок], которые все, по моему опыту, начинаются как брюшной тиф. И, хотя я видел очень много случаев, ни разу не встретил тифа, который начался бы сам по себе, ему всегда предшествуют […]. И здесь я могу заметить, что думаю, что какое-то зло нынешнего состояния медицины состоит в том, что наш опыт слишком исключительно связан с больницами и мы поэтому видим лишь одно состояние жизни, в котором болезнь уже установлена и редко когда удаётся держать пациента достаточно долго, чтобы видеть все стадии постепенного восстановления здоровья. Именно у тех пациентов, у которых мы никогда не наблюдаем начала заболевания, встречаются наиболее заметные случаи брюшного тифа.

Ну так вот. Можно ли назначать какое-либо всеобщее и исключительно применимое лечение брюшного тифа? Не реши уже этого вопроса практическая медицина, разумная логика ответила бы отрицанием. Если рассмотреть бесконечное видоизменение обстоятельств, степени силы, состояния нервной системы, моральных условий, своеобразий, возраста, пола, родины пациента, характера, длительности и сроков преобладающих черт заболевания и т. д., то увидим, как невозможно какое бы то ни было применение чисел, любых сколь угодно уравновешенных вычислений для выбора какого-нибудь всеобщего метода лечения.

[6] В другом сочинении я показал, что по мнению Лакруа, Лапласа и Кондорсе рассуждение, логика и индукция в медицине не менее полезны, не менее достоверны, чем количественные вычисления. Даже в геометрии почти во всех случаях вычисления до сих пор только подтверждали то, что рассуждение уже подозревало[8]. *Теория* [*вероятностей*], сказал Лаплас (1814/Прохоров 1999, с. 863, левый столбец), *есть в сущности не что иное, как здравый смысл, сведенный к исчислению*.

Разнообразные влияния, видоизменяющие заболевания, не менее многочисленны, чем, к примеру, буквы алфавита, и посмотрите на богатство и многообразие языка, образованного ими. Таким образом, можно составить впечатление о разнообразии обстоятельств, сопутствующих заболеванию. Или, продолжая эту аналогию, скажем, что некоторые элементы алфавита важнее других, и, схоже с этим, заболевания имеют, так сказать, свои гласные и согласные.

Я лично должен сказать, что чем больше вижу заболеваний, тем больше каждый случай представляется мне новой независимой проблемой. Осматривая нового пациента, многие ли врачи смогут указать, со сколькими в точности такими же случаями они имели дело. И поэтому я думаю, что полезные результаты, которые могут быть получены из статистических вычислений при лечении брюшного тифа, должны быть сведены к следующему: мы можем с пользой заметить относительное число показаний в случаях из нашей собственной практики и при данных обстоятельствах для кровопускания, слабительных и укрепляющих средств и т. д.

[7] Но количественный метод никогда не может указать способ лечения ни в одном конкретном случае. Сторонники этого метода, поняв, что брюшной тиф представляет собой тяжёлое поле для битвы, избрали случай перемежающейся лихорадки. Во-первых, эти случаи у нас в стране редки, и, во-вторых, почти любые средства легко вылечивают пациентов. Вот в южных странах эти случаи тяжелы, и я могу мимоходом заметить, что здесь виден ещё один пример сложности заболеваний вообще.

У нас в стране я вылечивал это заболевание самыми разнообразными методами, – местным и общим кровопусканием, рвотными и слабительными средствами и т. д. И если мы исследуем историю медицины, которая при хорошем её понимании даёт наилучшие возможные указания врачам, то установим, что перемежающиеся лихорадки любого типа непрестанно изменяют свою природу и сущность и поддаются многим различным способам лечения.

[8] Из всего этого вовсе не следует, что в медицине вообще нет определённых общих взглядов и установленных принципов. Напротив, в каждом случае мы действуем в соответствии с ними. Это в точности взгляды, которые указывают нам великолепное учение о показаниях. Лишь оно может руководить нами при лечении лихорадок и болезней вообще. Учение, к которому меня привёли мой собственный опыт и история медицины, которого я всегда придерживаюсь и которое всегда отстаивал, это *эклектизм*[9].

Его методы это анализ и индукция; его цель – широкое и полное истолкование фактов; его результат – понимание признаков и знание наилучших методов лечения. Короче, это логика фактов, просвещённая логикой мысли. И всё же для многих этот метод неприятен: некоторые слишком нетерпеливы или слишком безразличны, другие же неспособны на длинную цепь рассуждений. И продолжительные и настойчивые размышления привели меня к следующим выводам.

1. Индивидуальность является неизменным элементом патологии. Заболевание нельзя считать простой, постоянной и однообразной сущностью, оно является множеством разнообразных и переменных действий, а потому в патологии любая теория исключительности, любой абсолютный метод противоречит терапевтике.

2. Количественные и статистические вычисления подвержены многим причинам ошибочности и ни в коей мере не применимы в терапевтике.

3. Единственные допустимые методы в практической медицине это анализ, логика и индукция.

Приложение: о совместной рецензии автора

Poisson S. D., Dulong P. L., Larrey F.-H., Double F. J., rapporteur, 1835

Автор рецензируемого труда применил количественный метод для исследования различных способов хирургического лечения почечнокаменной болезни, рецензенты же отмечают, что его исходные данные были по необходимости ненадёжны (обстоятельства болезни у различных пациентов не принимались во внимание, сведений о послеоперационном периоде не было, а у врачей нет времени на подробные записи), да и вообще следует не считать, а оценивать.

Вот выдержки из рецензии, относящиеся к количественному методу.

В вопросах статистики, т.е. в разнообразных попытках количественной оценки фактов, самой первой заботой является забвение человека самого по себе и его рассмотрение только как частички целого. В прикладной медицине задача всегда индивидуальна (с. 173).

В конечном счёте статистика в своем практическом приложении всегда является действующим механизмом исчисления вероятностей, по необходимости применяемым к бесконечным [?] *массам* [...] *не только для наиболее близкого как только возможно приближения к истине, но также для того, чтобы при помощи известных приемов по возможности изгнать, исключить многочисленные источники ошибок, которых так трудно избежать* (с. 174).

По своему состоянию медицинские науки в этом [в возможности приложения вероятностей] *отношении не хуже и не отличаются ни от каких других физических и естественных наук, юриспруденции, моральных и политических наук и т. д.* (с. 176).

После последовавшей дискуссии о количественном методе Дубль (1835) заявил, что остался при своём первоначальном отрицательном мнении и что в медицине важен не количественный, а логический анализ.

Примечания

1. Редакция сообщает также, что статья автора впервые появилась в *Gazette Médicale*. Поскольку он ссылается на Пуассона (1837), то дата первоначальной французской публикации, 1837, была та же. Английский перевод впервые опубликован в *London Med. Gazette*, 13 May 1837. Мысли, аналогичные высказанным здесь, автор высказал уже в 1835 г. О. Ш.

2. Вот соответствующие слова Курно (1843, § 103):

В наше время […] *статистика расцвела пышным цветом; и приходится даже остерегаться слишком поспешных и неправомерных применений её* […]. О. Ш.

3. Можно понять мысль автора, хотя механически работают, кажется, только на конвейере. О. Ш.

4. Дальнейшие строки – фактически пересказ текста Пуассона. О. Ш.

5. Сомнительное утверждение. Безусловно были высказаны возражения против применения стохастических соображений в *моральных науках*. Пуанкаре, как известно, заявил, что в судах все ведут себя как стадо баранов, аналогично выступил Пуансо, см. Poisson (1836, p. 380); Sheynin (1973, c. 296 прим.). О. Ш.

6. Найти источник этого высказывания нам не удалось. О. Ш.

7. Количественный метод обсуждался в Королевской парижской академии медицины (Sheynin 1982, § 4.2). О. Ш.

8. Под геометрией, быть может по устаревшему уже обычаю, автор подразумевает математику. О Лакруа мы ничего не можем сказать; Кондорсе высказал более взвешенное мнение (Sheynin 1982, § 3.4). Лаплас (1814, глава *Об иллюзиях* …; Прохоров 1999) действительно рекомендовал индукцию, но и предостерегал от возможных при этом ошибок. О. Ш.

9. Эклектика в теории, конечно же, опасна, но в практической медицине быть может и допустима. Сейчас мы, пожалуй, сказали бы, *прагматизм*. О. Ш.

Сведения об упомянутых врачах

De Baillou Guillaume, 1538 – 1616,
Hoffmann Friedrich, 1660 – 1742,
Morgagni Giovanni Batista, 1682 – 1771,

Библиография

Celsus A. C. (1935), *De medicina*, vol. 1. London. Англ. перевод текста I в.

Cournot A. A. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей*. М., 1970.

Double F. J. (1835), [Обсуждение статистического метода в медицине]. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 280 – 281.

Galen C. (1935), *On Medical Experience*. London.

Laplace P. S. (1814, франц.), *Опыт философии теории вероятностей*. В книге Прохоров Ю. В. (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.

Poisson S. D. (1836), Note sur la loi des grands nombres. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 2, pp. 377 – 382.

--- (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements etc*. Paris. [Paris, 2003.]

Poisson S. D., Dulong P. L., Larrey F.-H., Double F. J., rapporteur (1835), Review of Civiale, Recherches de statistique sur l'affection calculeuse. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.

Sheynin O. (1973), Finite random sums. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 9, pp. 275 – 305.
--- (1982), On the history of medical statistics. Ibidem, vol. 26, p. 241 – 286. Русский текст: www.sheynin.de № 29.

XIV

Карл Пирсон

Историческая заметка
о происхождении нормальной кривой ошибок

K. Pearson, Historical note on the origin of the normal curve of errors
Biometrika, vol. 16, 1924, pp. 402 – 404

Открытие нормальной кривой ошибок обычно приписывается Гауссу, но только потому, что *Аналитическая теория вероятностей* Лапласа появилась в 1812 г. и на эту книгу ссылалось большинство авторов. Но его мемуар (1778)[1] уже содержал функцию, соответствующую нормальной кривой и необходимость табулирования интеграла вероятности была им подчёркнута. И мы можем добавить, что ещё раньше Лаплас (1774), при обсуждении теоремы Бейеса, вывел экспоненциальную кривую ошибок в качестве приближения к гипергеометрическому ряду.

Все сочинения Гаусса относятся к XIX веку. Его *Теория движения* появилась в 1809 г., а его теории наименьших квадратов и сочетания наблюдений ещё позже[2]. Полагаю, что нет сомнения в том, что Лаплас должен быть упомянут в связи с нормальной кривой и интегралом вероятности до Гаусса.

Однако, изучая работы Муавра, я обнаружил работу[3], которая появилась намного раньше трудов Лапласа и Гаусса. С точки зрения истории науки соответствующие обстоятельства оказываются весьма своеобразными. Муавр (1730) опубликовал свои *Аналитические этюды*, эту всё ещё едва ли полностью изученную сокровищницу. У многих экземпляров этой книги имеется *Дополнение* с отдельной нумерацией страниц, которое заканчивается таблицей 14-значных логарифмов факториалов чисел 10(10)900. Но лишь весьма *малое число* экземпляров книги имеет *Второе дополнение*, также с отдельной нумерацией страниц (с. 1 – 7) с датой 12 ноября 1733 г[4].

Оно могло быть добавлено только к экземплярам книги, проданным через три года после её издания, и именно это объясняет его редкость. В нём содержится первое известное мне исследование интеграла вероятности и в основном нормальной кривой, притом на полстолетия раньше рассуждения Лапласа. Муавр определил отношение максимального члена разложения бинома к члену, находящемуся на расстоянии x (в его обозначении, на расстоянии l) от него при помощи, как нам теперь следует назвать, *теоремы Стирлинга*. Он предположил, что степень бинома столь велика, что практически можно положить

$$m! = const\sqrt{m}e^{-m}m^m.$$

Постоянную, которую Муавр обозначил буквой B, он вычислил при помощи теоремы о её логарифме:

$$\ln B = 1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} + \frac{1}{1680}; \ \lg B = 0.3992235, \ B = 2.5074,$$

$$m! = 2.5074\sqrt{m}e^{-m}m^m.$$

Далее, в формулировке Муавра (1756, с. 244)[5],

Мой достойный и учёный друг, Джеймс Стирлинг, который исследовал это после меня [при помощи весьма отличного метода] *обнаружил, что величина B равна квадратному корню из длины окружности единичного радиуса*., [т. е. тому, что мы сейчас называем $\sqrt{2\pi}$ (= 2.506628)].

Я считаю, что сообщение Стирлинга о том, что арифметическая постоянная Муавра равнялась $\sqrt{2\pi}$, не даёт ему права претендовать на теорему [об отношении между указанными членами бинома] и что называть её именем теоремы Стирлинга ошибочно.

Муавр обозначил свою постоянную $\sqrt{c}$ и при помощи своей теории он далее

1. Установил, что натуральный логарифм отношения члена, удалённого на x от максимального члена, в наших обозначениях равен $-x^2/2\sigma^2$ или что

$$y = y_0\exp[-x^2/2\sigma^2].$$

Он рассмотрел два случая, $(1 + 1)^n$ и $(a + b)^n$, и показал, что соответственно

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot n}, \ \sigma = \sqrt{\frac{a}{a+b}\cdot\frac{b}{a+b}\cdot n}.$$

Муавр никак не назвал величину σ (стандартное отклонение для бинома, равное $\sqrt{npq}$), но вполне представлял себе и его значение, и то, что все уклонения следует измерять в единицах σ.

2. Указал в Лемме 2 (с. 6) [1756, Лемма 3, с. 249], что положение максимального члена задаётся величиной nq и показал, что должное решение задачи Якоба Бернулли зависело от оценки отношения суммы членов, расположенных между $nq - x$ и $nq + x$, к сумме всего ряда и таким образом впервые ввёл интеграл вероятности[6].

3. Нашёл значение y_0. Действительно, он указал, что отношение максимального члена бинома $(a + b)^n$ к сумме всех его членов (т. е., в наших обозначениях, y_0 ко всей совокупности [членов] N) равно

$$\frac{a+b}{\sqrt{abnc}}, \ \frac{y_0}{N} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

4. Для вычисления интеграла вероятности

$$\int y_0 \exp[-\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{\sigma^2}]dx$$

он разложил экспоненциальную функцию в ряд, положил $x = ls\sigma$ и проинтегрировал. Муавр вычислил то, что сейчас мы бы назвали членом α для $x/\sigma = 1$. Его значение равнялось 0.341344 [Следствие 2, 1733, с. 3; 1756, с. 245], верное же значение 0.341345, так что его результат был верен до одной единицы в шестой значащей цифре.

Менее успешно Муавр оценил интеграл вероятности при помощи квадратур; его разложение в ряд требовало слишком много труда. Так, он получил наше α:

При $x/\sigma = 2$: 0.95428 вместо 0.95450
$x/\sigma = 3$: 0.99874 вместо 0.99730

Его теория верна, но формула квадратур оставалась недостаточно точной, даже когда он включил точку перегиба нормальной кривой.

Бернулли указал, что при достаточно большом n можно определить отношение суммы t членов в окрестности моды бинома ко всему ряду сколь угодно мало отличающееся от единицы. Его доказательство громоздко, неудовлетворительно и оно не показывает, что стандартное отклонение бинома изменяется как квадратный корень из n. Это впервые понял Муавр, и то, что сейчас называется теоремой Бернулли, а именно, что точность возрастает обратно пропорционально корню квадратному из числа испытаний[7], впервые выяснил Муавр. Современные доказательства этой теоремы следуют за *Дополнением* Муавр, но, насколько мне известно, они никогда не ссылаются на доказательство в *Искусстве предположений*, которое, как я уверен, авторы современных учебников и не изучали. Им было бы трудно признать его как ту теорему Бернулли, которая им известна.

Подход Муавра по существу является современным. К примеру, он рассматривал событие, которое может произойти или нет с равными вероятностями и отыскивал вероятность того, что при 3600 испытаниях число успехов окажется между 1750 и 1850[8]. Среднее здесь равно 1800, размах ± 50. Стандартное отклонение равно $\sqrt{(1/2)\cdot(n/2)} = 30$, отношение 50/30 = 5/3 и по существу Муавр (с. 5 – 6) решил, что следовало вычислить интеграл

$$\int_{-5/3}^{5/3} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{t^2}{2}]dt.$$

Мы теперь пользуемся для этого нашими таблицами интеграла вероятности, но он был вынужден применять разложение в ряд или использовать квадратуры.

Если вероятности появления и непоявления события находятся в любом заданном соотношении, отличным от единицы, то задачи, относящиеся к сумме членов бинома $(a + b)^n$ будут разрешены так же просто, как те, в которых это отношение равно единице (с. 7) [1756, Следствие 10 на с. 250].

Тот же материал рассмотрен через 23 года в *Учении о шансах* издания 1756 г. на с. 243 – 250. Тодхантер (1865, §§ 324 и 335) описал его самым поверхностным образом. Он не понял, что указанное *Дополнение* обеспечивает Муавру приоритет не только как открывшему нормальную кривую, но и теорему, которую мы сейчас называем по имени Стирлинга. Он также не понял, что то, что мы сейчас называем теоремой Бернулли, т. е. то, что мера точности зависит от обратного значения квадратного корня из объема выборки[9], целиком принадлежит Муавру, а не Бернулли. И, наконец, Тодхантер совершенно не представлял себе громадное поле приложений, которое сам Муавр предвидел для своей задачи. Для Муавра она была богословской; он определял частость уклонений от первоначального божественного замысла. Не имея этого в виду, невозможно понять историю статистики от Муавра, Дерхама и Зюссмильха к Кетле[10], достигшую высшей точки в современном принципе устойчивости статистических отношений. До Муавра никто не имел ни малейшего представления об идее стандартного отклонения статистического отношения.

Вспоминая, насколько обычно сейчас выводить нормальную кривую как предел бинома, я полагаю, что будет лишь справедливо перестать связывать эту кривую с именем Лапласа и тем более Гаусса и приписать Муавру её открытие. И таким же образом мы должны по меньшей мере говорить о теореме Муавра – Стирлинга, если только сохранить имя Стирлинга как того, кто определил постоянную, $\sqrt{2\pi}$.

Примечания

1. Этот мемуар был опубликован в 1781 г., притом Пирсону следовало бы сослаться на Полное собрание сочинений автора. Чуть ниже, ссылаясь на другой мемуар Лапласа, Пирсон указал не совсем верную (и весьма трудную для проверки) ссылку. Мы отыскали этот мемуар, см. Библиографию и Hald (1998, с. 169). О. Ш.

2. В 1809 г. Гаусс предложил свой первый вывод принципа наименьших квадратов, а нормальное распределение появилось при этом как единственно возможное для ошибок наблюдения. Теории, упомянутые Пирсоном, равно как и новое обоснование принципа наименьших квадратов, Гаусс опубликовал в 1823 г. О. Ш.

3. На континенте Европы работу Муавра 1733 г. впервые обнаружил Эггенбергер (1894, с. 158), на которого затем, в 1899 г., ссылался Чубер (Шейнин 1970, с. 204). В 1713 г. Николай Бернулли в письме Монмору 1713 г. (Монмор 1708/1713, с. 280 – 285), исследуя соотношение мужских и женских рождений, неявно вывел экспоненциальную функцию отрицательного квадрата и прообраз локальной предельной теоремы (Шейнин 1970, с. 201 – 203).

Добавим уже здесь, что мемуар 1733 г. перепечатан (Арчибальд 1926b) и что в нём (с. 1), равно как и в его английском переводе (Муавр 1718/1756, с. 243), указано, что *теорема Стирлинга* была известна автору 12 *или больше* лет назад. Чуть ниже Пирсон замечает, что таблица логарифмов факториалов Муавр опубликовал, видимо, раньше. Наконец, следует указать, что в 1733 г. Муавр доказал первый вариант центральной предельной теоремы. О. Ш.

4. Тодхантер (1865) видимо пользовался книгой 1730 г. и так и не увидел это *Дополнение*. Все три экземпляра этой книги в Библиотеке University College имеют первое *Дополнение*, и только один – второе. Единственный экземпляр в Библиотеке Британского музея имеет только первое *Дополнение*. Из трех экземпляров в Библиотеке Кембриджского университета, как мне любезно сообщил W. H. Macaulay, один имеет первое *Дополнение* и ни один не имеет второе и то же у Королевского общества. Библиотека Bodleian Library имеет только один экземпляр без приложений, и, наконец, Библиотека Эдинбургского университета – два экземпляра, один из них с первым *Дополнением* и ни одного со вторым. К. П.

Тодхантер *увидел* английский перевод мемуара 1733 г. Daw и E. S. Pearson (1972) разыскали пять экземпляров этого второго *Дополнения*, из которых два (а не три, как они указали) нашли мы для них, по одному в Москве и Петербурге. Они также, разумеется, согласились с Арчибальдом (1926а) в том, что на самом деле рассматриваемый мемуар Муавра вовсе не был *Дополнением* к *Аналитическим этюдам*: один из найденных ими экземпляров не имел никакого отношения к этой книге. Впрочем, Пирсон (1926) заметил, что по типографскому исполнению мемуар 1733 г. в точности соответствует *Аналитическим этюдам*.

Чуть раньше Тодхантера английский перевод мемуара Муавра заметил Де Морган (1864, с. 418 – 419). Он, однако, испортил свой мемуар, заявив (с. 421), что при вероятности, равной 2.5, соответствующее событие должно произойти дважды *с равным шансом наступить или не наступить в третий раз*. Но это ещё цветочки, а вот и ягодки (De Morgan Sophia 1882, с. 147), в письме Де Моргана Дж. Гершелю 1842 г.: $\sin \infty = 0$, $\cos \infty = 0$, $\operatorname{tg} \infty = \pm \sqrt{-1}$. Ответа Гершеля мы не нашли. О. Ш.

5. В своей математической части английский перевод мемуара 1733 г. несколько отличается от латинского оригинала, а кроме того в нём, особенно в последнем варианте 1756 г., Муавр рассуждал о его общефилософском значении.

Чуть ниже мы поместили две фразы, отсутствующие в переводе, в квадратные скобки. Более точно: вторая из них вообще принадлежит Пирсону. О. Ш.

6. В 1756 г., в указанной лемме Муавр принял границы, равные $[an/(a + b)] \pm l$, т. е., в современных обозначениях, $np \pm l$. В латинском оригинале это тоже Лемма 3, а не 2. О. Ш.

7. Мера рассеивания (дисперсия) убывает при возрастании этого корня. О. Ш.

8. Следствие 4 на с. 256, но Муавр теперь принял границы 1770 и 1830. О. Ш.

9. См. Прим. 7. О. Ш.

10. Ср. Пирсон (1926, с. 552). О. Ш.

Библиография

Гаусс К. Ф. (1809 латин.), Теория движения, часть раздела. В книге автора (1957, с. 89 – 109).

--- (1823 латин.), Теория комбинаций наблюдения. Там же, с. 17 – 57.

--- (1957), Избранные геодезические сочинения, т. 1. М.

Шейнин О. Б. (1970), К теории предельных теорем Муавра – Лапласа. *История и методология естественных наук*, вып. 9, с. 199 – 211.

Archibald R. C. (1926a), Abraham De Moivre. *Nature*, No. 2946, vol. 117, p. 551.

--- (1926b), A rare pamphlet of Moivre and some of his discoveries. *Isis*, vol. 8, pp. 671 – 675 + 7pp. of the original Latin text of that pamphlet (1733).

Daw R. H., Pearson E. S. (1872), Abraham De Moivre's 1733 derivation of the normal curve: a bibliographical note. *Biometrika*, vol. 59, pp. 677 – 670. Reprinted: Kendall M. G., Plackett R. L. (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2, pp. 63 – 66.

De Moivre A. (1718), *Doctrine of Chances*. London. Later editions: 1738 and London, 1756, reprinted New York, 1967.

--- (1730), *Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis*. London.

--- (1733 in Latin), A method of approximating the sum of the terms $(a + b)^n$ expanded into a series from whence are deduced some practical rules to estimate the degree of assent which is to be given to experiments. In author's book (1718/1738 and 1756, pp. 243 – 254). Original Latin text reprinted in Archibald (1926).

De Morgan A. (1864), On the theory of errors of observation. *Trans. Cambr. Phil. Soc.*, vol. 10, pp. 409 – 427.

De Morgan Sophia Eliz. (1882), *Memoir of Augustus De Morgan.* London.

Eggenberger J. (1894), Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems etc. *Mitt. naturforsch. Ges. Bern* 1893, pp. 110 – 182. Separate edition: Berlin, 1906.

Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930.* New York.

Laplace P. S. (1774), Sur la probabilité des causes par les événements. *Oeuvr. Compl.*, t. 8. Paris, 1891, pp. 27 – 65.

--- (1781), Sur les probabilités. *Oeuvr. Compl.*, t. 9. Paris, 1893, pp. 383 – 485.

Montmort P. R. (1708), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Paris, 1723. Reprinted: New York, 1970.

Pearson K. (1926), Abraham De Moivre. *Nature*, No, 2946, vol. 117, pp. 551 – 552.

Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. New York, 1949, 1965.

XV

Бартон Х. (Г.?) Кемп

Карл Пирсон и математическая статистика

Burton H. Camp, Karl Pearson and mathematical statistics.
J. Amer. Stat. Assoc., vol. 28, 1933, pp. 395 – 401

[1] Отставка Пирсона как профессора Лондонского университета и директора Лаборатории им. Гальтона является кульминацией наиболее достопримечательной главы в развитии статистики. Мужчины и женщины приезжали в его лабораторию из многих стран света, чтобы слушать его лекции и проводить свои собственные исследования в его поощрительном присутствии. Его редактирование *Биометрики* обеспечило ей важнейшее место для хранения статей по теоретической статистике.

До обозрения математических трудов Пирсона следует отдать должное его личным качествам как учителя и учёного. Тот, кто тесно общался с ним, не может обойти эту тему, а кроме того его качества существенны для правильного истолкования его сочинений. Прежде всего, он дружелюбен, что, возможно, недостаточно оценивается теми, кто был лишь его читателями, потому что во многих случаях он едок.

Он расправлялся со своими критиками язвительным и умелым языком. Если они замечали лишь часть намеренного и открыто и заведомо неверно понимали или наивно критиковали его точки зрения, это было заслужено. Иногда же его реакция не была заслужена или по крайней мере не заслужена явно, что, конечно же, бросало на него тень, но не означало, как некоторые могли бы предположить, что он склонен судить поверхностно или жесток. Скорее, если я могу применить американское выражение по отношению к столь стойкому британцу, он скор на пусковой крючок. Был у меня когда-то друг в Гарварде, ковбой, так он обычно говорил, что в Кембридже всё правильно, он же, однако, предпочитал страну, в которой *просто чуточку пахло порохом, не так, чтобы это было неприятно, но как раз достаточно, чтобы все были вежливы друг к другу*.

[2] Ему понравилось бы в гальтоновской лаборатории, когда в ней находился профессор Пирсон и когда, – в этом вся суть, – остальным это тоже нравилось, потому что с этим прекрасным умом и властной находчивостью уживается столь тёплое и доброе сердце, какое только имел когда-либо учитель. Про него нельзя сказать, как про некоторых других, что он так поглощён наукой, что упускает человеческие отношения. И действительно, как ни странно, на самом деле верно что-то почти противоположное. Хоть нельзя находиться с ним не понимая, что перед тобой – выдающаяся личность, хочется оставаться не поэтому, а потому, что он привлекает.

Ежегодно в лабораторию собираются его бывшие коллеги и ученики, живущие достаточно близко. На таких сборах посторонний был бы более всего поражён тем, что присутствующие пришли видимо для того, чтобы почтить не философа, а друга. Его лаборатория была поистине объединением учёных. Местные студенты работали там для того, чтобы получить степень, но большинство трудилось просто для развития науки. Профессор Пирсон был не только действующим главой своей лаборатории, он существенно участвовал во всех направлениях её деятельности. Антропологи, биологи, социологи, психологи, математики и другие были там совместно, каждый работал над своими задачами, но ежедневно, часто дважды в день, профессор Пирсон подсаживался к каждому из них и вместе с ним продумывал всю его работу. Он действительно так сильно помогал, что даже приводил в замешательство: ведь не всегда было легко дважды в день предъявлять успехи в исследовании.

Пирсон неутомим. Он прибывал в лабораторию рано утром, до того, как допускали остальных, и уходил намного позже, чем они должны были покидать помещение. Он торопился с перекуской и возвращался к книгам раньше других. В 1924 г. он не посетил Выставку Британской империи; хоть и было до неё всего-то 10 минут езды, он сказал, что не было у него времени. Даже тогда, в возрасте 67 лет, он работал дома поздними ночами, а уходя в так называемый месячный отпуск в августе, брал с собой свою работу и возвращался в Лондон один или два раза в неделю.

[3] Пирсон старателен в двух важных отношениях. Во-первых, его математика существенно строга. Я был несколько удивлён этим, потому что, обучившись анализу и прочтя большинство его работ, я чувствовал, что его математика могла быть чуточку несерьёзна, но понял, что хоть он и не всегда упоминает тонкие моменты в своих сочинениях, но держит их в уме[1] и на самом деле учитывает. Во-вторых, свои вычисления, хоть естественно были точными, он всегда тщательно проверял, притом он настаивал, чтобы его коллеги поступали бы аналогичным образом. Многие его теоретические труды будут, разумеется, в конце концов пересмотрены и может быть не однажды, но объёмистые таблицы, составленные им и его сотрудниками, в основном не будут вычислены заново. Приятно знать, что они заслуживают доверия. Составление поистине надёжной таблицы – дело не простое, как обычно считают те, кто этим не занимался, и лаборатория проделала здесь громадную и рядовую практическую, и теоретическую работу. По меньшей мере должны быть упомянуты таблицы для статистиков и биометриков (1914), 20-значные таблицы логарифмов (*Table of Twenty Place Logarithms*) и таблицы неполной гамма-функции (1922). В связи с последней была проделана большая теоретическая работа по интерполяции, см. также статью ученика Пирсона Narumi (1919).

Обзор научной деятельности Пирсона придётся ограничить почти исключительно её математической частью. Его высокое положение в других науках было, видимо, в основном обязано его успехам в математической статистике, но его вклад в них также был действительно очень важным.

Трудно надлежаще оценить даже саму его математику без вторжения в различные области знания, что станет ясным по некоторым приведенным ниже ссылкам. Это особенно верно о его работе, опубликованной во многих томах Draper's Company Memoirs [не менее чем в шести томах], а лишь в одной только *Биометрике* без учёта совместных работ и других, несомненно выполненных под его непосредственным руководством, ему принадлежит около 1500 страниц. Он не написал ни одной книги по математической статистике; многие желали этого, потому что по чёткости изложения его статьи трудно сравнить с чем-либо, и у него под рукой имеется громадный иллюстративный материал. Теперь, после его ухода из лаборатории, эту надежду его друзей можно считать скорее осуществимой.

[4] Одна из его важнейших работ по статистике (1895) полностью описывает ныне хорошо известные кривые Пирсона (основные типы). Были предложены и другие кривые, как, например, выражаемые рядами Грамма – Шарлье гиперболических многочленов, которые Пирсон табулировал под видом тетрахорических функций, и различные обобщения обоих типов кривых. Некоторое время оживлённо обсуждалось, какой тип плотности более важен, и это было довольно прискорбно, потому что и кривые Пирсона, и кривые Шарлье выведены из естественных предпосылок и оба типа являются ценным вспомогательным средством анализа.

Поразительно, что почти каждое естественное распределение может быть приближено какой-либо кривой Пирсона или несколькими членами ряда Шарлье, но отсюда не следует, что какая-либо из них в некотором скрытом виде содержит в себе закон природы, и в этом смысле длительные споры о предпочтительности одного из этих типов вряд ли обоснованы. В наши дни кривые Пирсона конечно же становятся известными по другому поводу, а именно как теоретические формы, которым удовлетворяют выборочные распределения нескольких статистических параметров.

В 1900 году Пирсон опубликовал своё открытие критерия значимости [хи-квадрат]. Его теория в том первоначальном виде была по существу обоснована и оказалась очень полезной. Фишер и другие указали, что её следовало бы видоизменить для применения не в идеальном случае, т. е. не тогда, когда совокупность считается известной. К счастью, подобное видоизменение было очень простым и, как чётко отметил Irwin (1929), [вообще] не является абсолютно необходимым. Дело здесь в том, какой в точности вопрос, связанный с вероятностями, нужно решить. Следует также указать, что, пользуясь слишком мелкими подразделениями, Пирсон вначале довёл некоторые подразумеваемые следствия из своей теории до неоправданных крайностей.

Теория выборочного метода рассматривалась во многих томах *Биометрики*. Вначале, когда теория разрабатывалась, объём выборки считался достаточно большим, и обсуждались выводы стандартных уклонений различных статистик, т. е. очень важный вопрос, основной во всей теории выборочного метода. В то время Пирсон не интересовался нынешней проблемой малых выборок, и, опять-таки, обычно занимался идеальным случаем, при котором совокупность считалась известной. Но верно, однако, что современные улучшения часто оказывались возможными при переходе к несколько другим вопросам, решение которых легче отыскивать для малых выборок. Эти ранние статьи о выборочном методе отличаются тщательностью и полнотой, не оценёнными полностью. Взятые совместно, они образуют превосходный источник об основаниях указанного метода. В последнее время Пирсон успешно занимался теорией малых выборок, считая её ценной, хоть и в меньшей степени, чем иногда представляется, и полагает, что ей нельзя полностью доверяться. В 1931 г. он заметил[2], что

Начались весьма полезные экспериментальные исследования о том, как широко может быть распространена нынешняя математическая теория малых выборок при отказе от единого типа генеральной совокупности. Ещё рано категорически судить о пределах приложения подобной теории. В частности, я полагаю, что так называемый z-критерий при его обычном применении к малым выборкам, особенно для оценки правдоподобия или неправдоподобия совпадения констант в малых коррелированных выборках, ещё действительно должен быть рассмотрен.

[5] Мысли, связанные с коэффициентом корреляции, впервые высказал Гальтон, и вначале он назывался функцией Гальтона, но результаты Пирсона по развитию его теории были столь важными, что сейчас этот коэффициент обычно принадлежит ему, и здесь следует указать его статьи (1896; 1903; 1915 – 1917). Пирсон также исследовал такие меры взаимосвязи как коэффициент контингенции (1904). Впрочем, эти другие коэффициенты, равно как и иные, предложенные различными авторами, не столь важны как коэффициент корреляции, и Пирсону пришлось много потрудиться, чтобы доказать это.

Его тетрахорическое r,– теоретически наилучшая мера взаимосвязи в четырёхпольной таблице, – по существу совпадает с мерой r той нормальной поверхности, которая точно соответствует таблице. Многие годы эта мера не была достаточно известна ввиду трудности её вычисления, которая теперь исчезла с появлением в 1931 г. второго собрания таблиц Пирсона (1914/1930 – 1931), см. также *Биометрика*, тт. 11, 19 и 22. Проблема полихорического r всё ещё находится в менее удовлетворительном состоянии, ср. Пирсон К., Пирсон Э. С. (1922), и именно поэтому применяется коэффициент контингенции, что является неудовлетворительной заменой, частично потому, что не зависит от порядка расположения колонок (или строк) корреляционной таблицы.

И здесь уместно заметить, что Пирсон рано осознал ошибочность рассмотрения только лишь упорядоченной таблицы при помощи произвольной нумерации и подчеркнул, что единственным научным методом измерения является градуировка при помощи нормальной кривой. На этом методе основаны многие приёмы в работе психологов и педагогов-теоретиков, а также применение таблиц Kelly – Wood и др.

Пирсон очень заинтересован в истории статистики[4] и жадно читает мастеров ранней теории вероятностей, [Я.] Бернулли, Лапласа и др. Ввиду прекрасного умозаключения он разыскал редкое приложение к тому Муавра, которое показало, что он, а не Гаусс или Лаплас, был истинным автором нормального распределения; он первым вывел соотношение между этой экспоненциальной функцией и биномом теории вероятностей [].

[6] Выше речь шла о мыслях Пирсона о некоторых вопросах, которые известны нам всем. Достаточно быть может кратко упомянуть полдюжины из большого числа тем лишь для того, чтобы указать на разнообразие его интересов в математической статистике. Вот эти темы. *Вероятность, что две выборки принадлежат одной и той же совокупности* (*Биометрика*, т. 8, 1911, с. 250 – 254; т. 10, 1914, с. 85 – 143; т. 24, 1932, с. 457 – 470; т. 25) [и т. 16, 1924, с. 249 – 252]. *Гипергеометрический ряд, также двойной ряд* (т. 16, 1924, с. 157 – 162 и 172 – 188), см. также Романовский (т. 17, 1925, с. 57 – 60). *Двумерные поверхности* (т. 17, 1925, с. 268 – 313), см. также Rhodes (т. 14, 1923, с. 355 – 377) и Narumi (1923, с. 77 – 88 и 209 – 221). *Свойства z-распределения Стьюдента* (т. 23, 1925, с. 268 – 313). *Упорядоченные индивиды и вариации* (т. 23, 1931, с. 1 – 9 и 408 – 415) и т. 24, 1932.

Важны также его ранние труды по технике (engineering) и астрономии, но они не будут особо интересными для читателей этого журнала. Много усилий Пирсон потратил на изучение евгеники и атропологии [антропометрии]. Хоть эти его труды и не относятся к наиболее интересным, они в то же время достаточно важны и не могут быть вовсе забыты. Мы цитируем *University College Magazine*:

В области евгеники он неизменно подчёркивал важность тщательного сбора данных для разработки любых реальных теорий. Его The Treasury of Human Inheritance, опубликованное по частям, представляет первую и до сих пор единственную попытку здесь в Англии обеспечить достаточный материал для изучения генетики человека. Его вклад в научное изучение физической антропологии был, возможно, так же существенен как и труд любого другого автора.

Признание его значимости стало очевидным, когда в 1932 г. ему, единственному антропологов помимо немцев, была вручена медаль Рудольфа Вирхова. Труды Пирсона по познанию медицины были также признаны, когда его выбрали почётным членом Королевского общества медицины, что было весьма необычным почётом для непрофессионала. И он был единственным членом

Клуба актуариев, не входящим в мир страхования. В 1930 г. он закончил третий том своего великого детища любви (1914 – 1930). Тот, кто просмотрит хотя бы его часть, начнёт понимать не только кем был Гальтон, но кем был и кто есть Карл Пирсон.

[7] И таким образом научные достижения Пирсона представляют ещё один прекрасный пример старой истины о том, что успеху и в математике, и в практической науке особенно благоприятны, если им дозволено влиять друг на друга. Современная математическая теория статистики очевидно обязана своим существованием необходимости решать практические задачи в теории наследственности, и большой части современной биометрии не было бы, не заинтересуй эти исследования математика.

Вот сейчас комитет Американской статистической ассоциации изучает вопросы о наилучшем содействии отечественной математической статистике и о способах донесения математических методов и средств до так называемых практических статистиков. Представляется, что лучшее возможное решение может предоставить жизнь Пирсона, а именно учреждение здесь [в США] лаборатории для учёных, аналогичной его гальтоновской, во главе с математиком, подающим надежды на уровне Пирсона, кто стал бы вместе с ними изучать все их проблемы. Если указанное предложение будет слишком трудно осуществить, то именно это окажется замечательным комментарием к тому, чего он добился.

Профессор Пирсон ухолит в отставку после 42 лет службы в University College и 24 лет руководства Лабораторией им. Гальтона. Последняя должность перешла к нему от Френсиса Гальтона за два года до его смерти в 1911 г. Теперь сын Пирсона, Эгон Пирсон, является главой факультета статистики в University College, а Фишер, гальтоновский профессор евгеники, руководит гальтоновской лабораторией.

Примечания

1. Читателю от этого не лучше. О. Ш.

2. Источник не указан. О. Ш.

3. Контингенция или сопряжённость. Можно говорить о таблице сопряжённости качественных признаков, см. также Dodge (2003), но вот русского эквивалента коэффициенту контингенции мы не нашли. О. Ш.

4. См. его посмертное сочинение (1978). О. Ш.

Библиография

K. Pearson

1895, Skew variation in homogeneous material. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A186, pp. 343 – 414.

1896, Regression, heredity and panmixia. Ibidem, vol. A187, pp. 253 – 318.

1900, On a criterion etc. *Phil. Mag.*, vol. 50, pp. 157 – 175.

1903, On the influence of natural selection on the variability and correlation of organs. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A200, pp. 1 – 66.

1904, On the theory of Contingency and Its Relation to Association and Normal Correlation. *Draper's Company Research Memoirs*, Biometric ser, vol. 1.

1914, *Tables for Statisticians and Biometricians*, vols 1 – 2. Univ. College, Biometric Lab., 1930 – 1931.

1914 – 1930, *Life, Letters and Labours of Francis Galton*, vols 1, 2, 3A, 3B. Cambridge.

1916, Novel properties of partial and multiple correlations etc. *Biometrika*, vol. 11, pp. 231 – 238.

1922, *Tables of Incomplete Gamma Function*. Univ. College, Office of Biometrika, 1951.

1978, *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries against the Changing Background of Intellectual, Scientific and Religious Thought*. Lectures of 1931 – 1933. Editor, E. S. Pearson. London.

1922, **Pearson K., Pearson E. S.,** On polychoric coefficients of correlation. *Biometrika*, vol. 14, pp. 127 – 156.

Другие авторы

Dodge Y. (2003), *Oxford Dictionary of Statistical Terms*. Oxford.

Irwin J. O. (1929), Note on the chi-squared test for goodness of fit. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 92, p. 264 – 266.

Narumi S. (1919), Some formulae in the theory of interpolation of many independent variables. *Tohoku Math. J.*, vol. 18, pp. 309 – 321.

XVI

Х. (Г.) Р. Хюлм, Л. С. Т. Симмс

Закон ошибок и сочетание наблюдений

H. R. Hulme, L. S. T. Symms, The law of error
and the combination of observations.
Monthly Notices Roy. Astron. Soc., vol. 99, 1939, pp. 642 – 649

1. Введение

Астрономы и другие, заинтересованные в сочетании наблюдений, широко применяют нормальный закон ошибок, в основном ввиду его простоты. Он сразу же приводит к среднему арифметическому[1] как к наилучшему значению наблюдённой величины, и он надёжно обоснован теоретически. Кроме того, иногда приводились ряды наблюдений, чтобы показать, что наблюдённые ошибки действительно следовали этому закону. Более внимательный анализ показывает, однако, что он не столь уж удовлетворителен и его можно критиковать со многих точек зрения, см. ниже.

1.1. Сравнивая экспериментальные результаты распределения ошибок с кривой Гаусса при той же вероятной ошибке, мы во многих случаях обнаруживаем, что крупные ошибки намного многочисленнее, чем это указывается нормальным законом. Это обстоятельство подробно исследовал Ньюком [1], на которого мы будем часто ссылаться, и фактически представляется, что ряд ошибок, подчиняющийся нормальному закону, является скорее исключением, а не правилом.

1.2. С теоретической точки зрения нормальный закон также имеет недостатки. По Джеффрису [2], он

основан на некотором числе приближений, после исследования которых оказывается, что он должен соблюдаться разве лишь до умеренного числа стандартных ошибок.

Ньюком [1] также отметил, что ряд наблюдений, обычно считаемый однородным, на самом деле может и не быть таковым.

Типичный пример представляют наблюдения на плавающем фотографическом телескопе Куксона[2] [3], который применяется в Гринвиче для определения колебаний широты. Экспозиция фотопластинок выполняется различными наблюдателями в весьма разнообразных атмосферных условиях и поэтому, видимо, разумно предполагать, что вероятность ошибки x лучше представляется функцией

$$p(x) = \sum_r p_r h_r \exp(-h_r^2 x^2), \qquad (1)$$

чем простым законом ошибок. Хорошо известно, что подобные функции приводят к распределениям, в которых, по сравнению с нормальным законом, преобладают крупные и мелкие погрешности [4; 1] и, соответственно, недостаточно средних по величине ошибок.

1.3. Ещё одно затруднение, связанное с нормальным законом, состоит в том, что он не предоставляет никаких действительно удовлетворительных критериев для сохранения или отбрасывания видимо недоброкачественных наблюдений[3], – кроме, разумеется, случаев, когда наблюдатель своевременно заметил, что нельзя ожидать, что наблюдение окажется таким же доброкачественным, как и остальные. В последующем мы предполагаем, что имеем дело с равноточными, *насколько это известно*, наблюдениями.

Для указанной цели было предложено несколько критериев, но многие авторы нещадно критиковали их. Вывод их зависел от предположения, что нормальный закон соблюдался по меньшей мере в пределах погрешностей исследуемых наблюдений, но во многих случаях именно в области крупных погрешностей закон ошибок Гаусса более не представлял наблюдённого распределения. Ясно также, что ни одно правило не является удовлетворительным, если оно оставляет полный вес наблюдению, чья ошибка составляет, к примеру, $4.9r$ и совершенно не принимает его во внимание, если оно ошибочно на $5.0r$ (r – вероятная ошибка).

Задача, стоящая перед нами, поэтому двояка. Во-первых, мы должны отыскать действительный закон ошибок[4], который лучше всего характеризовал бы погрешности и затем определить соответствующую систему взвешивания наблюдений, ибо среднее арифметическое является наилучшим значением только если ошибки следуют нормальному закону. Ньюком [1] и Джеффрис [2] решили эти задачи несколько различными методами, и одна из наших целей – показать, что оба они приводят к одному и тому же результату. Наилучшая система весов может быть установлена гораздо непосредственнее, чем по методу Ньюкома – Джеффриса, см. наш § 2.

2. Метод взвешивания

Предположим, что в результате исследования весьма большого числа наблюдений некоторой величины была найдена вероятность погрешности наблюдения находиться в интервале $[x, x + dx]$; обозначим её через $\varphi(x)dx$. Пусть требуется определить наилучшее значение, которое может быть установлено для той же самой величины по существенно меньшему числу наблюдений x_1, x_2, …, x_n. Мы предполагаем, как сказано выше, что *априорно* наблюдения равноточны. Если истинное значение искомой величины равно η, то вероятность совершить соответствующие ошибки пропорциональна

$$\psi(\eta) = \varphi(\eta - x_1)\,\varphi(\eta - x_2)\,\dots\,\varphi(\eta - x_n).$$

Ньюком [1] определяет *ущерб* (e) [функция потерь] любого значения η_0 как

$$e(\eta_0) = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \eta_0)^2 \psi(\eta) d\eta$$

и принимает за наилучшее значение то η_0, для которого этот ущерб минимален, т. е. такое η_0, для которого

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \eta_0) \psi(\eta) d\eta = 0. \qquad \text{(A)}$$

С другой стороны, Джеффрис [2] принимает соответствующее условие в виде

$$\psi'(\eta_0) = 0, \qquad \text{(B)}$$

при котором $\psi(\eta)$ максимально. Для симметричных $\psi(\eta)$ эти условия совпадают и во всяком случае практически мало отличаются друг от друга. Наиболее важно то, что гораздо легче работать с условием (B), тогда как, если наблюдений более трех или четырёх, строгое применение условия (A) нереально.

Ньюком [1] предполагает, что $\varphi(x)$ даётся уравнением (1) и выводит приближённый метод оценки η_0 при многих наблюдениях. Легко проверить, что в этом случае полученное им значение, см. его уравнение (14) [1, с. 357], в точности соответствует условию (B). Другими словами, приближения, которые ему пришлось принять для оценивания η_0 из условия (A), таковы, что уничтожают всякую асимметрию кривой $\psi(\eta)$. Мы поэтому примем, что уравнение (B) приводит к наилучшему значению, или к значению наибольшего правдоподобия[5], без всяких ограничений на $\varphi(x)$ кроме того, что эта функция в соответствии с условием (B) не приводит к отрицательным значениям весов[6].

Уравнение (B) означает, что

$$\sum_r \frac{\varphi'(\eta_0 - x_r)}{\varphi(\eta_0 - x_r)} = 0, \ \sum_r (\eta_0 - x_r)\omega(r) = 0,$$

$$\omega_r = \frac{\varphi'(\eta_0 - x_r)}{(\eta_0 - x_r)\varphi(\eta_0 - x_r)}.$$

Смысл (3) теперь ясен. Веса наблюдений должны быть назначены пропорционально выражению ω_r. Если

$$\varphi(\eta_0 - x_r) = \exp[-h^2(\eta_0 - x_r)^2],$$

то $\omega_r = \text{Const}$, т. е. нормальный закон приводит к среднему арифметическому как к наилучшему значению.

Интересно рассмотреть веса в случае Ньюкома. Рассмотрим для простоты [только две группы наблюдений]

$$\varphi(x) = p_1 h_1 \exp(-h_1^2 x^2) + p_2 h_2 \exp(-h_2^2 x^2), \ h_1 > h_2.$$

Большое уклонение будет скорее чем малое принадлежать ко второй группе с параметром h_2 и поэтому будет более вероятно иметь меньший вес. Равные веса оправданы лишь при нормальном законе.

3. Результаты

Уклонения [погрешности], отобранные для исследования, были получены из наблюдений колебания широт в Гринвиче, произведенных плавающим зенитным телескопом Куксона в 1927 – 1936 гг. Непосредственно были измерены средние зенитные расстояния большого числа пар звёзд[7]. Из этих измерений мы вычитаем табличные значения средних мест и колебания широт, притом обе эти величины известны достаточно точно, равно как и небольшой суточный член и член, учитывающий влияние ветра. Все подробности указаны в [5]. Предполагается, что каждый из результатов теперь представляет случайную ошибку наблюдения; мы будем называть их *уклонениями*.

В течение указанных лет набралось 9319 таких уклонений, но их нельзя рассматривать совместно, ибо имеются признаки, что вероятная ошибка наблюдения возрастала в течение этого периода. Мы поэтому вначале разделили уклонения на две группы, содержащие годы 1927 – 1931 и 1932 – 1936. Обоснование такого исследования без дальнейшей разбивки наблюдений см. ниже.

В Табл. 1 мы приводим уклонения, полученные в течение обоих периодов, поскольку полагаем, что они представляют наиболее длинный ряд из когда-либо исследованных. Значения уклонений (r) даны в сотых долях секунды, а n_1 и n_2 – количества соответствующих уклонений в указанных двух периодах [для каждого значения r]. Асимметрия не велика и предполагается случайной, и поэтому положительные и отрицательные уклонения объединены и уравнены по Спенсеру [7].

Полученные значения изображены на Рис. 1, на котором показана плавная кривая А, проходящая через них; небольшие волны, которые обычно имеют место при указанном уравнивании, не были приняты во внимание. Мы также провели кривую нормального распределения В, ограничивающую ту же площадь и характеризуемую той же вероятной ошибкой.

Общие черты, указанные в § 1, отчётливо видны. На Рис. 1 кривые соответствуют периоду 1927 – 1931 гг. Второй период, 1932 – 1936 гг., характеризуется несколько более отчётливым избытком больших и малых уклонений. Далее, на кривой А выбираются точки, и соответствующие значения

$$\omega(x) = \frac{\varphi'(x)}{x\varphi(x)}$$

определяются измерением углов наклона касательных. Эти значения $\omega(x)$ показаны на Рис. 2 (для периода 1927 – 1931 гг.), а сплошная линия указывает принятые значения $\omega(x)$. Пунктирная линия относится к периоду 1932 – 1936 гг., но все точки были приняты для первого периода.

Разброс точек вызван неточностью определения наклона, но, выбрав много точек, можно провести хорошую линию кроме как в областях $x < 0.''15$ и $x > 0.''70$. В первой из них вес не изменяется существенно, и в любом случае его небольшое изменение влечёт за собой лишь изменение второго порядка в значении взвешенного среднего уклонения. Более точный метод определения весов во второй области возможен при проведении параболы через примерно 15 точек с принятием её наклона, соответствующего средней ординате. Впрочем, это было бы вполне пренебрегаемым уточнением.

Строго говоря, веса, определённые на Рис. 2, являются первым приближением, и их следует применять для отыскания лучшего значения колебания широты, после чего надо было бы исследовать новые уклонения (с учётом нового значения широты), чтобы определить наилучшие веса во втором приближении. Для наших целей фактически вполне достаточно первое приближение.

Для установления изменений, происшедших при вторичном назначении весов, мы заново вычислили точки на кривой колебания широт за период 1927 – 1929 гг. включительно (Рис. 3). Черными точками показаны первоначальные значения, а колечками – изменённые, причём размер кружочка указывает на вес результата. Проведенная кривая представляет колебания широт, принятые в [5]. Точки, оказавшиеся без изменения, не показаны колечками.

Видно, что уклонения наблюдённых точек от кривой убывают в тех случаях, когда можно было бы сказать, что наблюдённое значение явно оказалось либо слишком большим, либо слишком малым. Метод взвешивания таким образом улучшает результаты и в то же время удовлетворительнее, чем простое отбрасывание тех наблюдений, которые приводят к уклонениям, превышающим более или менее произвольное кратное вероятной ошибки.

Осталось обосновать разделение данных на две большие группы, притом что вероятная ошибка наблюдения возрастала со временем. Мы видели (§1), что любое распределение вида (1) приведёт к кривой типа А (Рис. 1). Поэтому нормальное распределение с параметром, являющимся функцией времени, принадлежит этому типу, если уклонения за длительный период рассматривать совместно.

С другой стороны, для группы одновременных наблюдений распределение окажется примерно нормальным, и лучшим результатом будет среднее арифметическое. Но легко видеть, что только очень небольшая часть избытка крупных уклонений могла быть вызвана изменением вероятной ошибки наблюдения во времени. Для обеих групп, 1927 – 1931 и 1932 – 1936 гг., эти ошибки составили 0″. 124 и 0″.131[8], а число уклонений, ежегодно превышающих 0″.60, наводит на мысль о том, что это возрастание было равномерным.

Приняв это положение, можно элементарным вычислением показать, что фактическое (равномерное) возрастание вероятной ошибки приведёт лишь к 1% избытков, превышающих примерно 4 вероятные ошибки, тогда как в этой области фактический избыток составил около 100%. Ясно поэтому, что каждая из принятых двух групп может считаться единой и что имеются все основания полагать, что распределение уклонений, показанное на Рис. 1, будет относиться к небольшой группе наблюдений, проведенных за короткий интервал времени.

Изменение вероятной ошибки сопровождалось небольшим изменением весов, что показано двумя кривыми на Рис. 2, но всё же нет смысла определять ежегодные веса интерполяцией. Описанный метод взвешивания был также применён к измерению параллаксов. Тем же методом были исследованы уклонения из [8], причём во внимание были приняты лишь те, которым наблюдатель после исследования пластинок придавал полный вес. Всего оказалось 5753 наблюдений и кривая уклонений характеризовалась теми же общими чертами, как и кривая A на Рис. 1, хотя и не столь выраженными, видимо потому, что были тщательно отобраны пластинки, обеспечившие полный вес. Вероятная ошибка оказалась равной 0″.025 и вес $\omega(x)$ падал с 1 до 0.6 для наблюдений с ошибкой в 0″.10.

Авторы благодарны профессору Р. А. Фишеру и доктору Г. Джеффрису за возможность обсуждения.

Выводы

Нормальный закон ошибок не обоснован ни экспериментально, ни теоретически, и не представляет никакого действительно удовлетворительного критерия для отбрасывания крупных уклонений. Следуя за Ньюкомом [1] и Джеффрисом [2], мы разработали метод, который позволяет определить систему непрерывного взвешивания для серии наблюдений. Он был применён к результатам широтных определений в Гринвиче и немного, но определённо улучшил результаты.

Примечания

1. Это замечание не имеет особого смысла: в 1909 г. Гаусс установил, что нормальное распределение следует из постулата среднего арифметического и принципа наибольшего правдоподобия, на котором авторы основываются (§ 2). Утверждение Джеффриса в начале § 1.2 поэтому верно лишь практически. О. Ш.

2. B. Cookson, 1874 – 1909. О. Ш.

3. Напрасно авторы выделяют здесь нормальный закон: этот же недостаток свойственен чуть ли не любому распределению. О. Ш.

4. Первую задачу авторы не решили и не могли решить: она слишком сложна ещё и ввиду действия систематических ошибок. О. Ш.

5. Мы избегаем термин *наиболее вероятное значение*, так как он приводит к затруднениям. Х., С.

6. В современной математической статистике всё же допускаются отрицательные веса. О. Ш.

7. См. Блажко [9, § 114] и способ Певцова определения широт (БСЭ, 3-е изд., т. 19). О. Ш.

8. Реальна ли подобная точность? О. Ш.

Библиография

1. Newcomb S. A generalized theory of the combination of observations so as to obtain the best result. *Amer. J. Math.*, vol. 8, 1886, pp. 343 – 366.

2. Jeffreys H. The law of error and the combination of observations. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 237, 1938, pp. 231 – 271.

3. См. Greenwich publications on the *Variation of Latitude*.

4. Eddington A. S. Notes on the method of least squares. *Proc. Phys. Soc.*, vol. 45, 1932, pp. 271 – 287.

5. *Zenith Telescope Observations, 1911 – 1936*.

6. Spenser J. Graduation of a sickness table by Makeham's hypotheses. *Biometrika*, vol. 3, pp. 52 – 57.

7. Уиттекер Э., Робинсон Г. *Математическая обработка результатов наблюдений*. М., 1935. Впервые опубликовано в 1924 г. на английском языке. Авторы указали на станицу по английскому изданию, но не упомянули года издания книги.

8. *Observations of Stellar Parallax*, vol. 2.

9. Блажко С. Н. *Курс общей астрономии*. М. – Л., 1947.

XVII

Х. (Г.?) Р. Хюлм

Статистическая теория ошибок

H. R. Hulme, The statistical theory of errors.
Monthly Notices Roy. Astron. Soc., vol. 100, 1940, pp. 303 – 314

[1] Мы весьма кратко сообщаем о теории сочетания наблюдений с точки зрения сравнительно недавно развившейся статистики. Интересные для астронома статистические задачи можно, грубо говоря, разделить на два класса. Во-первых, имеются задачи *оценивания*, в которых мы должны решить по данной серии наблюдений, какое значение принять для некоторой величины. Такой величиной может быть непосредственно измеренное положение звезды, либо в более сложном случае, постоянная нутации или коэффициент корреляции.

Второй класс задач относится к *значимости* результатов. Так, определив по 10 наблюдениям двух величин, что коэффициент корреляции [между ними] равен 0.40, мы можем спросить, каковы шансы установить больший по абсолютной величине коэффициент корреляции при его истинном значении, равном нулю.

[2] *Первый тип задач*. Основными здесь являются два понятия, *совокупность* и *выборка*, и отличие между ними следует чётко выдерживать. В случае измерений совокупностью считается множество всех возможных измеренных значений заданной величины, и потому она будет обладать такими чёткими характеристиками как *среднее значение* и средняя квадратическая ошибка или *дисперсия*[1], как она обычно называется в статистической литературе.

Взяв конечное число наблюдений, мы получим выборку, и её среднее и дисперсия будут, вообще говоря, отличаться от этих же величин, характеризующих совокупность. С возрастанием объёма выборки они будут приближаться, хотя и не монотонно, к соответствующим значениям для совокупности. Практически мы, однако, ограничены сравнительно небольшими выборками, и наша задача состоит в том, чтобы сказать что-то о совокупности по исследованию выборки.

[3] Вот типичный пример. Пусть нам даны наблюдения шести положений линии спектра, и мы хотим выбрать какое-то значение в качестве её истинного положения. Имей мы шесть миллионов наблюдений, мы полагали бы позволительным считать, что этим положением является их среднее арифметическое. Однако, определив медиану (то значение, по обе стороны от которого находится одно и то же число наблюдений) или вычислив любое взвешенное среднее арифметическое, мы должны были бы придти практически к тому же самому, если только распределение ошибок симметрично. Для небольших выборок из шести наблюдений различные средние будут обычно отличаться друг от друга, и нам приходится спросить себя, обладает ли среднее арифметическое каким-либо особым преимуществом, которое обязывало бы нас неизменно выбирать его.

Следующее соображение ответит на этот вопрос. Допустим, что у нас есть большое число серий по шесть наблюдений; их средние арифметические будут отличаться друг от друга. Имей мы достаточное число серий, мы могли бы получить результат, находящийся где угодно и [кроме того] построить, допустим, кривую распределения А, симметричную относительно *M*, среднего для совокупности. Мы видели, что *M* не зависит от конкретного метода его установления (медианы, среднего арифметического и т. д. [отдельных серий]), и его можно было бы назвать истинным значением измеряемой величины. Приняв, к примеру, медиану, мы получим соответствующую кривую B.

Если эти кривые расположены так, как показано на Рис. 1[3], то будет ясно, что среднее арифметическое предпочтительнее, потому что в таком случае больше шансов оказаться ближе к *M*. Точнее, среднее квадратическое отклонение [среднего арифметического от *M*] или дисперсия окажутся меньше, чем для медианы. Если распределение измерений следует обычному гауссову закону ошибок, то, как можно показать [1], при одном и том же числе наблюдений дисперсия медианы равна $\pi\sigma_1^2/2$, где σ_1^2 – дисперсия среднего арифметического; при числе наблюдений, равном n, $\sigma_1^2 = \sigma^2/n$, где σ^2 – дисперсия одного наблюдения. […]

Этот вывод обычно формулируется как утверждение, что *эффективность* медианы составляет лишь $2/\pi = 64\%$ эффективности среднего арифметического. Для указанного распределения среднее арифметическое является наиболее эффективной статистикой. Но допустим теперь, что наблюдения не следуют распределению Гаусса. Тогда среднее арифметическое не будет непременно являться самой эффективной статистикой для вычисления [для оценки] истинного среднего (всей совокупности). Но если нам известен закон распределения наблюдений, то существует, к счастью, возможность сочетать наблюдённые значения так, чтобы вычислить наиболее эффективную оценку в указанном выше смысле.

[4] Пусть шанс наблюдения оказаться в интервале $\varepsilon \pm d\varepsilon/2$ от среднего равен

$$yd\varepsilon = f(\varepsilon)d\varepsilon.$$

Если результаты наблюдений обозначить через

$$x_1, x_2, \ldots, x_n, \tag{1}$$

то вероятность осуществить такую выборку будет пропорциональна выражению

$$f(x_1 - \mu)\cdot f(x_2 - \mu) \ldots f(x_n - \mu)dx_1dx_2 \ldots dx_n, \tag{2}$$

где μ – истинное, но неизвестное значение среднего. Важно признать, что это утверждение нельзя обратить, нельзя сказать, что раз (1) действительно является результатом наблюдений, то

$$f(x_1 - \mu)\cdot f(x_2 - \mu) \ldots f(x_n - \mu)d\mu \qquad (3)$$

пропорционально вероятности того, что μ находится в пределах μ ± $d\mu/2$. Имеет смысл поразмыслить о последствиях подобного утверждения.

Пусть нам что-то известно о μ, так что до наблюдений мы можем сказать, что вероятность его упомянутого расположения равна $\varphi(\mu)d\mu$. Тогда вероятность одновременного нахождения μ и (1) в указанных интервалах будет равна

$$\varphi(\mu)d\mu\, f(x_1 - \mu)\cdot f(x_2 - \mu) \ldots f(x_n - \mu)dx_1dx_2 \ldots dx_n.$$

Шанс получить выборку (1) при любом значении μ будет равен интегралу от этого произведения, взятому по всем значениям μ. Следовательно, после наблюдений вероятность, что среднее действительно располагается в интервале μ ± $d\mu/2$, может быть определена обычным образом:

$$P = \frac{\varphi(\mu)d\mu f(x_1-\mu)f(x_2-\mu)...f(x_n-\mu)}{\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\mu)d\mu f(x_1-\mu)f(x_2-\mu)...f(x_n-\mu)}. \qquad (4)$$

Практически, конечно же, функция φ, которую можно назвать *априорной* функцией распределения, обычно неизвестна. Если предположить, что она постоянна, выражение (4) сведётся к (3). Это означает, что применение обратного утверждения, или принцип обращённой вероятности, как он был назван, равносилен предположению, что вначале все значения μ были равновероятны, что явно никак не оправдано. Если наблюдений много, и при некотором значении μ функция (4) будет иметь острую вершину, а φ(μ) в её окрестности довольна полога, её форма не будет особенно влиять на результаты. При возрастании *n* форма кривой φ становится несущественной, но всё же нежелательно вводить её, потому что всё наше знание содержится в выражении (2).

[5] Произведение (2), взятое без дифференциалов, Фишер [2] назвал *правдоподобием* заданного значения для μ в отличие от вероятности того, что среднее находится в интервале μ ± $d\mu/2$. Правдоподобие не является вероятностью и не подчиняется законам вероятности, и всё же оно может быть аксиоматически принято как численное выражение рационального доверия. Выбирая μ так, чтобы выражение правдоподобия оказалось наибольшим, мы получим некоторое значение для среднего, – допустим, μ_0, – и основное свойство функции правдоподобия *L* состоит в том, что такое μ_0 является наиболее эффективной оценкой истинного среднего[4]. Кроме того, можно доказать, что дисперсия этой оценки определяется из равенства

$$\frac{1}{\sigma^2} = -\frac{1}{n}\frac{\partial^2}{\partial\mu^2}\ln L. \qquad (5)$$

Возьмём для примера обычный закон Гаусса, а результаты наблюдения пусть будут по-прежнему (1). Тогда

$$L = \exp\ [-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(x_r - \mu)^2],$$

$$\text{и } \frac{\partial L}{\partial\mu} = 0 \text{ приводит к } \sum(x_r - \mu) = 0,$$

т. е. среднее арифметическое будет являться наиболее эффективной статистикой. Кроме того,

$$-\frac{1}{n}\frac{\partial^2}{\partial\mu^2}\ln L = \frac{1}{\sigma^2},$$

что в этом случае подтверждает уравнение (5).

Итак, мы можем сказать, что некоторые методы оценки величин более эффективны, чем другие в том смысле, что та же самая точность может быть получена при меньшем числе наблюдений. И если только нам известно распределение исследуемой величины, "метод наибольшего правдоподобия" позволяет нам выбрать наиболее эффективную оценку.

[6] При сочетании наблюдений почти всегда предполагается закон Гаусса, но с точки зрения общей теории статистики нет никакой особой причины для того, чтобы какая-либо совокупность имела это особое распределение. Причины для этого были указаны для частного случая ошибок наблюдений. По [3] (и другим авторам) подобные предположения *включают некоторое число приближений, после исследования которых оказывается, что этот закон должен соблюдаться лишь до умеренного числа стандартных* [средних квадратических] *ошибок*[5].

Да, действительно, можно указать серии наблюдений, произведенных *по мнению наблюдателя* при тех же самых условиях, которые, вообще говоря, не приводят к остаткам [уклонениям от среднего], подчиняющимся гауссовой кривой. Вместо неё, они часто характеризуются избытком малых и крупных ошибок при недостатке ошибок промежуточной величины. Этого следовало бы ожидать [4], если совокупность состоит из суммы двух или более распределений Гаусса с различными дисперсиями, как, например, при различных наблюдателях или при изменившихся условиях наблюдений. Но утверждать, что подобные уклонения от распределения Гаусса всегда должны происходить от какого-то незамеченного нарушения единообразия, означало бы *подразумевать* желаемое: это было бы равносильно признанию того, что при единообразных сериях наблюдений уклонения по определению подчиняются закону Гаусса.

Фактически мы не можем опытным путём ни обосновать существование, ни опровергнуть наличие обычных предпосылок этого закона. И всё же, как оказывается, ошибки наблюдений обычно довольно хорошо подчиняются закону Гаусса; в сочетании с простотой его формы и применения это привело к его всеобщему признанию. И тогда среднее арифметическое является лучшей статистикой, хотя применять его следует с осторожностью: можно принять среднее арифметическое значений параллакса звезды, поскольку он измеряется непосредственно, но её соответствующие расстояния не будут следовать распределению Гаусса[6].

Во многих задачах звёздной статистики часто предполагают гауссовы распределения скоростей, плотностей [т. е. относительного количества звёзд в данном объеме] и т. д. В них не участвуют ошибки наблюдений, и в большинстве случаев это делается только лишь ввиду математической простоты последующего исследования.

Мы можем заключить, что нормальное или гауссово распределение безусловно является простейшим для работы с ним и действительно почти всегда оказывается единственным практически применимым; оно достаточно хорошо подходит к уклонениям в однородной серии наблюдений, и мы поэтому подробнее исследуем его свойства.

[7] *Выборочные распределения*. Мы уже видели, что среднее арифметическое выборки вообще говоря отличается от среднего совокупности в целом и кривая (кривая *A*, Рис. 1) показывает относительную частоту появления выборок данного объёма, средние которых находятся в любом небольшом интервале. Мы будем называть эту частоту *выборочным распределением среднего арифметического*.

Понятие выборочного распределения имеет основополагающую значимость. Мы уже упоминали пример его применения; мы видели, что выборочное распределение медианы (кривая *B*, Рис. 1) было более пологим, нежели для случая среднего арифметического и смогли заключить, что для оценки среднего всей совокупности медиана не столь эффективна[7].

Для обсуждения значимости результатов, полученных при сочетании наблюдений, необходимо развить понятие выборочного распределения, и мы займёмся этим, предполагая, что наблюдения следуют закону Гаусса. Выборочное распределение можно отыскать для любой величины, например для среднего арифметического, стандартного отклонения, отношения этих величин, размаха. Начнём с первых двух.

Пусть совокупность ошибок задана распределением[8]

$$ydx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}]$$

со средним значением μ и средним квадратическим отклонением или дисперсией σ^2. Рассмотрим выборку n наблюдений (1) и введём

$$s^2 = \frac{\sum (x_r - \overline{x})^2}{n-1}. \qquad (6)$$

О выборе (n – 1) вместо n см. § 8. Итак, выборка характеризуется двумя величинами, s^2 и $u = \overline{x} - \mu$, т. е. расстоянием между средними выборки и совокупности. Выражение для относительной частоты выборок, характеризуемыми параметрами s^2 и u, лежащими в пределах $s^2 \pm ds^2/2$ и $u \pm du/2$ впервые привёл Гельмерт [5]:

$$ydud(s^2) = \left(\frac{\sqrt{n}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{nu^2}{2\sigma^2}) du \right) \cdot$$

$$\left(\frac{(n-1)^{(n-1)/2}}{2^{(n-1)/2}\Gamma[(n-1)/2]} (\frac{s^2}{\sigma^2})^{(n-3)/2} \exp[-\frac{(n-1)s^2}{2\sigma^2}] d\frac{s^2}{\sigma^2} \right). \qquad (7)$$

Прежде всего следует заметить, что s^2 и u распределены независимо друг от друга. Это, возможно, удивляет, потому что можно было бы ожидать, что для выборки с большой дисперсией более вероятно значительное u. Но следует помнить, что σ^2 было зафиксировано; в противном же случае большое s^2 указывало бы на большое σ^2 и, в свою очередь, на большое среднее значение u.

При интегрировании по всем значениям s^2 останется лишь первая скобка, и видно, что u подчиняется нормальному распределению с дисперсией σ^2/n. Отсюда следует тот хорошо известный факт, что [в этом случае] *вероятная ошибка* среднего из n наблюдений равна $\rho/\sqrt{n}$, $\rho = 0.6745\sigma$ – вероятная ошибка одного наблюдения.

Если же мы заинтересованы лишь в распределении s^2, то должны будем проинтегрировать по всем значениям u, так что останется лишь вторая скобка, которая укажет распределение дисперсии в функции n и s^2/σ^2 (или s/σ). Кривые распределения асимметричны, но с возрастанием n они стремятся к нормальным кривым, симметричным относительно точки $s = \sigma$ [прямой $s = \sigma$]. Для значительных n кривая распределения величины s примерно нормальна со стандартным отклонением $\approx \sigma/\sqrt{2n}$. Отсюда следует (менее строгое) утверждение, что при значительных n

$$\frac{\text{вероятная ошибка } r}{\rho} = \frac{\text{вероятная ошибка } s}{\sigma} =$$

$$0.6745 \frac{\text{ср. кв. ошибка } s}{\sigma} \approx \frac{0.6745}{\sqrt{2n}}.$$

Это – приближённая формула вероятной ошибки вероятной ошибки.

[8] Основная задача оценивания состоит в том, чтобы, исходя от $\bar{x}$ и s^2, сказать что-то о μ и σ^2. Относительно μ очевидно, что следует принять $\bar{x}$ в качестве наилучшего имеющегося значения; его среднее квадратическое отклонение равно σ^2/n. *Наилучшее* значение σ^2 несколько более произвольно. Обычно принимают его равным s^2, потому что $\overline{s}^2$, т. е. среднее по всем выборкам, фактически равно σ^2. Это равносильно приравниванию наблюдённого s^2 среднему значению [абсцисс] кривой распределения s^2, но можно принять и медиану, моду или какое-либо иное значение для той же кривой и получить другую оценку.

Уравнение $\overline{s}^2 = \sigma^2$ обосновывает определение s^2 с $(n - 1)$ в знаменателе взамен *n*. Будем называть s^2 оценкой дисперсии совокупности. Интересно отметить, что она также выводится по методу наибольшего правдоподобия из второй скобки уравнения (7), так что из всех совокупностей с различными значениями σ^2 выборка, характеризуемая формулой (6), вероятнее всего была получена из совокупности, у которой $\sigma^2 = s^2$.

Обычно утверждают, что $\sigma^2 = s^2$, но следует всегда иметь в виду, что s^2 является только оценкой σ^2 и, более того, лишь одной из множества возможных оценок. Важно поэтому иметь в виду, что, вычислив вероятную ошибку серии наблюдений, мы на самом деле только даём её оценку и что поэтому весьма желательно обеспечить какое-то понятие о надёжности этого. Всегда следует указывать соответствующее число наблюдений, что предпочтительнее так называемой *вероятной ошибки вероятной ошибки.* Причина этого станет ясна, если рассматривать возможные здесь критерии значимости.

При объединении различных серий наблюдений им обычно назначают веса, пропорциональные $1/s^2$, но мы должны остерегаться придавать слишком большой вес тем сериям, у которых значение s^2 случайно оказалось малым. К примеру, при определении параллакса 251 звёзд в Гринвиче оценки вероятных ошибок (0.6745*s*) фотопластинок единичного веса изменялись от 0″.013 до 0″.041, но этот размах был не намного больше того, которого следовало ожидать в выборках из совокупности с постоянным σ. В этом случае предпочтительнее принять постоянную вероятную ошибку для параллакса всех звёзд.

[9] *Задачи “значимости”*. Теперь мы можем обсудить второй тип проблем, относящихся к значимости возможных результатов, имеющих существенное значение для выявления систематических ошибок. Типичный пример можно описать следующим образом. Пусть имеется *n* наблюдений (1) со средним $\bar{x}$ и оценкой дисперсии s^2, тогда как по прежним измерениям мы обоснованно предполагали, что значение неизвестной величины на самом деле равно x_0. Как решить, обусловлена ли разность $\bar{x} - x_0$ (= *u*) систематической ошибкой последующих измерений или случайным распределением [ошибок наблюдений в] выборке? Достоверность, конечно же, исключается, но некоторые объективные вероятностные утверждения возможны.

Прежде всего предположим реализацию гауссова распределения с определённым значением σ. Выборочное значение величины *u* задаётся первой скобкой в формуле (7), которая представляет показанную на Рис. 2 нормальную кривую со стандартным отклонением $\sigma/\sqrt{n}$. Пусть общая площадь заштрихованных равновеликих треугольников на концах кривой [ограничивающих критические границы] равна $1/p$. Тогда будет лишь 1 шанс из p для того, чтобы среднее выборочное оказалось в каком-либо из них. Точки $-u_p$ и u_p на оси абсцисс, в которых заканчивается штриховка, задаются уравнением

$$\int_{u_p}^{\infty} \exp(-\frac{nu^2}{2\sigma^2})du \Big/ \int_0^{\infty} \exp(-\frac{nu^2}{2\sigma^2})du = \frac{1}{p}. \qquad (8)$$

Пусть, к примеру, $p = 20$, тогда при $\sigma/\sqrt{n} = 1$ будет $u_p = 1.96$, так что можно ожидать лишь одну выборку из 20, для которой $|u| > 1.96$. Если среднее $\bar{x}$ наших наблюдений отличается от предполагаемого значения x_0 больше, чем на 1.96, мы можем решить, что это произошло не случайно (так могло бы случиться только один раз из 20) и, соответственно, можно будет приписать этот результат действительной или систематической разности. Критическое значение p [уровень значимости] конечно же произвольно, и некоторые предпочитают принимать $p = 100$. Соответствующие значения вероятности (0.05 и 0.01) применяются часто, а значения $u\sqrt{n}/\sigma$, т. е. переменной в интеграле (8) [?], табулированы для различных значений p [6].

Интересно исследовать логический смысл вышеуказанных утверждений и их возможные последствия. Мы показали, что для реализации неравенства

$$|\bar{x} - x_0| > 1.96 \qquad (9)$$

существует [при заданных выше условиях] один шанс из 20. С другой стороны, если нам неизвестно ничего о x_0, но мы желаем сказать, что имеется тот же шанс для существования того же неравенства, то следует соблюдать особую осторожность при истолковании такого утверждения. Его нельзя понимать как вероятность *в смысле формулы* (4) того, что имеет место (9), ибо это было бы допущением так называемого принципа обращённой вероятности и подразумевало бы, что *априорно* все значения x были равновероятны.

[10] И всё же мы можем высказать объективное утверждение о вероятности, понимаемой в несколько отличном смысле. Фишер [2] назвал её фидуциальной, чтобы отличить от той, которая определяется в смысле формулы (4).

Можно сказать, что если в ходе различных изысканий окажется необходимым исследовать некоторое число выборок (при $\sigma/\sqrt{n} = 1$), то мы должны будем ожидать, что только один раз из 20 будет выполняться неравенство (9). И, если мы согласны ошибаться один раз из 20, то можем сказать, что имеет место неравенство противоположного смысла. Иначе можно сказать, что (фидуциальная) вероятность неравенства (9) равна 1/20. Это означает ни больше, ни меньше того, что имеется один шанс из 20 для ошибочности обратного утверждения.

Логическое содержание утверждений обращённой и фидуциальной вероятностей весьма отлично друг от друга: они относятся к различным совокупностям.

Фидуциальная вероятность относится к совокупности всех возможных случайных выборок, обращённая же вероятность – к группе выборок, отобранных для представления действительно наблюдённого [7].

Недостаток только что рассмотренного критерия значимости состоит в том, что мы должны знать значение σ, хотя, вообще говоря, мы можем только оценить его по самой выборке. Существуют другие критерии значимости, свободные от этого недостатка, но логическое содержание у всех должно быть по необходимости того же типа, как было у рассмотренного выше. Можно упомянуть один частный случай.

Мы видели, что обычная оценка σ^2 описывается формулой (6), так что оценка стандартного отклонения среднего выборочного равна

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x} - x_r)^2}{n(n-1)}}. \qquad (10)$$

Введём

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}},$$

т. е. расстояние выборочного среднего от среднего совокупности в единицах оценки стандартного отклонения совокупности [нормированное этим отклонением]. Можно показать [8], что выборочное распределение t даётся формулой

$$ydt = C\frac{dt}{[(1+t^2)/\nu]^{(\nu+1)/2}}, \nu = n - 1. \qquad (11)$$

Соответствующая кривая не совпадает с нормальной, но при большом n стремится к $\exp(-t^2/2)$, т. е. к нормальной кривой с единичным стандартным отклонением. Значимость результатов оценивается как было указано выше; лучше всего привести пример. Пусть имеется 5 таких наблюдений величины x, что $\bar{x}$ = 3, а правая часть формулы (10) равна 2. Тогда[9]

$x = 3 \pm 1.359$ (вероятная ошибка = $\sigma \cdot 0.6745$).

Проверим гипотезу: истинное значение $x_0 < 0$. Мы должны будем принять $\bar{x} - x_0 > 3$ и потому $t = 3/2$. По соответствующим таблицам [9] мы находим, что ордината $t = 3/2$ отрезает 0.104 *всей* площади под кривой (11), так что существует примерно один шанс из 10, что будет иметь место одна выборка с $|\bar{x}| > 3$. Можно поэтому сказать, что истинное значение x положительно, зная, однако, что мы ошибёмся в одном случае из каждых десяти.

Интересно рассмотреть те же условия, т. е. $x = 3 \pm 1.359$, при $n = 100$ (вероятная ошибка отдельного наблюдения теперь гораздо больше). Мы обнаружим, что ордината $t = 3/2$ отрежет 0.067 всей кривой; иначе, то же самое утверждение будет ошибочным примерно один раз из 15. Этот пример показывает, что вероятная ошибка сама по себе недостаточна для оценки значимости результата, и мы снова подчеркнём, что всегда следует указывать число наблюдений.

Описанный только что критерий не требует знания σ, но следует указать, что результат его применения может ввести в заблуждение, если окажется, что выборка случайно имеет или [слишком] большое или [слишком] малое значение s^2.

Часто случается, что имеются две выборки, $x_1, x_2, \ldots, x_n$, и $z_1, z_2, \ldots, z_m$ со средними $\bar{x}$ и $\bar{z}$, и мы желаем узнать, можно ли считать разность $|\bar{x} - \bar{z}|$ происшедшей от случайных вариаций. Следует найти выборочное распределение величины $\bar{x} - \bar{z}$ и применить аналогичные доводы. Фактически лучше использовать величину, соответствующую t см. выше:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{z}}{\sigma}\sqrt{\frac{nm}{n+m}},\ \sigma^2 = \frac{1}{n+m-2}[\sum(\bar{x} - x_r)^2 + \sum(\bar{z} - z_r)^2].$$

Выборочное распределение величины t даётся формулой (11) при $\nu = n + m - 2$ и, как и раньше, мы найдём шансы столь же больших значений $|t|$. Практически иногда наиболее удобно табулировать только значения t, соответствующие уровням значимости в 5% и 1%, ибо точная оценка шансов ошибочного решения несущественна. При обращении к таблицам критерия t нужна некоторая осторожность. Для заданного (положительного) значения t некоторые таблицы указывают долю *всей* площади справа от соответствующей ординаты, другие же – долю, лежащую за пределами ординат $\pm\, t$, т. е. вдвое большую.

В нашем примере таблицы первого типа приведут к (фидуциальной) вероятности неравенств $\bar{x} - x_0 > 3$, второго типа – к вероятности (9). Что именно нам требуется, зависит от той гипотезы, которую мы проверяем; при исследовании разности двух средних следует проверять $|\bar{x} - \bar{z}|$.

Наконец, мы должны упомянуть распределение коэффициента корреляции в выборках из нормальной совокупности в том случае, когда на самом деле никакой корреляции нет. Для выборки объема n обозначим этот коэффициент через r. Тогда соответствующее t будет равно

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2}.$$

Можно показать, что t распределено в соответствии с уравнением (11) при $\nu = n - 2$. В примере, рассмотренном в начале этой статьи, было $r = 0.4$, $n - 2 = 8$, так что $t = 1.23$, и мы находим, что $|r| > 0.4$ примерно один раз в каждых четырех выборках. Таким образом, нельзя сказать, что коэффициент корреляции в этом примере значим[10]. Польза критерия t основана на том, что [при его применении] мы не должны принимать какое-либо значение для σ.

Суммируя, заметим, что в общем нельзя сказать, что вероятность среднему или какому-либо [другому] параметру совокупности находится в определённом интервале. С другой стороны, утверждая нечто типа *среднее совокупности всегда расположено внутри некоторого интервала от выборочного среднего*, мы можем выбрать этот интервал таким образом, что в среднем ошибёмся только один раз из заданного числа утверждений. Конечно, если нам известно что-то о функции *априорной* вероятности $\varphi(\mu)$, мы можем определённо судить о вероятности первого типа, см. формулу (4). Такая возможность, однако, редка.

[11] *Критерий значимости* χ^2. Этот весьма общеупотребительный критерий разработал Пирсон [10], и его применение лучше всего пояснить примером. Оценивая отсчёт по шкале с точностью до 0.1 цены деления, некоторые наблюдатели, как хорошо известно, склонны к определённым значениям. Так, отсчёты 0.0 и 0.5 нередко встречаются чаще ожидаемого. Рассмотрим следующий воображаемый пример.

Число наблюдений, в которых появились отсчёты 0.0(0.1)0.9:
102; 118; 89; 94; 85; 121; 91; 105; 83; 112 (всего 1000)

Выясним, действительно ли наблюдатель был склонен выбирать некоторые значения, или же колебания чисел были вероятно обусловлены случайностью. Подобный тип задач встречается часто, к примеру, когда задано число событий в каждой из некоторого числа категорий, равно как и соответствующие ожидаемые относительные числа.

Мы прежде всего проверим гипотезу о случайности уклонений от равномерности. Определим [χ^2 распределение]

$$\chi^2 = \sum_{r=1}^{n} \frac{(m_r - \overline{m}_r)^2}{\overline{m}_r}.$$

Здесь m_r – число событий, попавших в ячейку r, $\overline{m}_r$ – их ожидаемое число в соответствии с принятой гипотезой и n – число ячеек. Можно показать, что если величины $\overline{m}_r$ не слишком малы, выборочное распределение величины χ^2 задаётся кривой

$$y = C\exp(-\chi^2/2)\chi^{\nu-1}. \qquad (12)$$

Величина ν называется числом степеней свободы множества ячеек и равна $n - \kappa$, где κ – число независимых линейных соотношений или условий, наложенных на исходные данные. Здесь имеется только одно условие, сумма фактических частот должна равняться сумме ожидаемых, и потому $\nu = n - 1 = 9$.

В этом же примере, полагая $\overline{m}_r = 100$, мы найдём, что $\chi^2 = 16.9$ и в соответствующей таблице [9] при $\nu = 9$ окажется, что

$P(\chi^2) = P(16.9) =$
площади [под] кривой [справа] от ординаты [16.9] = 0.05.

Имеется, стало быть, около одного шанса из 20 вывести подобное большое значение χ^2 ввиду случайных уклонений от равномерности, и мы заключаем, что эти уклонения реальны.

Мы видим, что сумма нечётных десятых долей равна 558, а сумма чётных долей – 442. Это наводит на мысль о проверке гипотезы о том, что соответствующие вероятности равны 0.56 и 0.44. При новых значениях $\overline{m}_r$ мы теперь получим $\chi^2 = 7.3$, но теперь на исходные данные наложено два условия, так что $\nu = 8$ и $P(7.3) = 0.5$. Уклонения, указанные выше или даже более значительные, вполне обычны, и критерий не даёт никаких оснований для отклонения второй гипотезы.

Весьма полезно аддитивное свойство χ^2. Имея две выборки аналогичных данных, характеризуемых параметрами χ_1^2, ν_1 и χ_2^2, ν_2 (обычно $\nu_1 = \nu_2$), легко показать, что можно применить все данные для проверки заданной гипотезы приняв $\chi^2 = \chi_1^2 + \chi_2^2$ и $\nu = \nu_1 + \nu_2$.

Критерий χ^2 можно использовать и при непрерывных случайных величинах [11]. Имея ν независимых величин $x_1, x_2, \dots x_\nu$, распределенных нормально с нулевым средним и дисперсиями $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_\nu^2$, и полагая

$$\chi^2 = \sum_r \frac{x_r^2}{\sigma_r^2},$$

можно показать, что выборочное распределение величины χ^2 снова даётся формулой (12).

В заключение я хочу поблагодарить доктора J. Wishart за возможность обсудить с ним содержание этого отчёта[11].

Примечания

1. Некоторые авторы (Dodge 2003, с. 254) действительно приравнивают дисперсию и среднюю квадратическую ошибку, другие же (Никулин 1999), равно как и геодезисты, определяют последнюю как корень квадратный из дисперсии, однако в статистике она употребляется редко. Можно пожалеть, что её не ввёл Гаусс. О. Ш.

2. Начиная с Фурье, многие авторы независимо друг от друга определяли истинное значение измеряемой константы как предел соответствующего среднего арифметического при бесконечном возрастании числа наблюдений (Шейнин 2007). О. Ш.

3. Автор пояснил Рис. 1 в начале § 7 и там же повторил ошибочное утверждение об универсальном предпочтении среднего арифметического. Лишь несколько ниже он отказался от указанной всеобщности. О. Ш.

4. Автор описал суть принципа наибольшего правдоподобия, который он ввёл несколько ниже. В широком классе случаев оценка по этому принципу является состоятельной и асимптотически эффективной. Автор молчаливо предполагает, что эта оценка всегда существует и единственна, хотя сам он (§ 6) упоминает смесь нормальных законов с различными дисперсиями, т. е. многогорбые распределения. О. Ш.

5. Следовало бы упомянуть, что в силу центральной предельной теоремы плотность распределения вероятностей ошибок при большом числе наблюдений приближается к нормальной. *Соблюдается до определённого числа*… означает, что крупные по абсолютной величине ошибки не входят в совокупность остальных, менее значительных ошибок. О. Ш.

6. Расстояние звезды определяется из параллактического треугольника с основанием, равным диаметру земной орбиты. Треугольник является равнобедренным и его высота практически равна боковой стороне. Даже при значительном параллаксе искомое расстояние можно считать кратным радиусу орбиты. Автор указывает, что погрешности расстояний, в отличие от ошибок измерения параллаксов, не распределены нормально, но это противоречит свойству устойчивости нормального распределения. О. Ш.

7. См. Прим. 3. О. Ш.

8. Плотность распределения вероятностей записывается без дифференциалов; см. также формулы (7; 11; и 12) автора. О. Ш.

9. Автор вычислил свой результат по формуле (10): σ (= s) = 2, 2·0.6745 = 1.349, что чуть отличается от указанного им, выписанного, впрочем, с избыточным числом значащих цифр. Подсчёт t (см. чуть ниже)соответствует отсутствующей у автора формуле

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s},$$

которая, однако, пригодна для отдельного наблюдения, а не для среднего их них. О. Ш.

10. Слуцкий (1912, § 12 2-й части) заявил, что при корреляционных подсчётах число наблюдений должно быть не менее 20. О. Ш.

11. Эта статья была опубликована под общим заглавием *Отчёты об успехах астрономии*. О. Ш.

Библиография

Источники, указанные автором

1. Fisher R. A. (1925), Theory of statistical estimation. *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, vol. 22, pp. 700 – 725, см. с. 706.

2. Fisher R. A. (1930), Inverse probability. Ibidem, vol. 26, pp. 528 – 535.

--- (1933), The concepts of inverse probability and of fiducial probability referring to unknown parameters. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A139, pp. 343 – 348.

Противоположную точку зрения см.

Jeffreys H. (1939), *Theory of Probability*. Oxford, особенно гл. 1. Последнее издание 1983 г.

3. Jeffreys H. (1938), The law of error and the combination of observations. *Phil. Trans. Roy. Soc.,* vol. A237, pp. 231 – 271.

4. Eddington A. S. (1933), Notes on the method of least squares. *Proc. Phys. Soc.*, vol. 45, pp. 271 – 287.

5. Deming W. E. & Birge R. T. (1934), On the statistical theory of errors. *Reviews of Modern Phys.*, vol. 6, pp. 119 – 161.

Содержит более полный отчет о выборочных распределениях и критериях значимости. Там же приведены ссылки на статью Гельмерта и на многие другие статьи.

6. См, например, *Trans. Roy. Soc. Edinb.*, vol. 39, pp. 257 – 322 либо почти любую другую книгу о статистике или сборник статистических таблиц.
7. See [2], Fisher (1933, p. 348).
8. Это распределение Стьюдента приводится в большинстве книг по статистике, например в
Aitken A. C. (1939), *Statistical Mathematics*. Edinburgh – London. Last edition, 1983.
9. См., например, [10] или
Fisher R. A. & Yates F. (1938), *Statistical Tables*. London – Edinburgh. Last edition, 1974.
10. Прекрасный отчёт о критерии хи-квадрат см. в
Yule G. U. & Kendall M. G. (1911), *Introduction to the Theory of Statistics*. 11th edition: Kendall & Yule, London, 1937.
11. См., например, Jeffreys, [2, 1939, § 2.7]

Источники, введенные нами
Никулин М. С. (1999), Средняя квадратическая ошибка. В книге Прохоров Ю. В., редактор, *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., с. 644.
Слуцкий Е. Е. (1912), *Теория корреляции*. Киев.
Шейнин О. Б., Sheynin O. (2007), The true value of a measured constant and the theory of errors. *Historia Scientiarum*, vol. 17, pp. 38 – 48.
Dodge Y. (2003), *The Oxford Dictionary of Statistical Terms.* Oxford.
Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.

XVIII

Андерс Ангстрём

Статистика и метеорология

Anders Ångström, Statistics and meteorology.
Nordic Stat. J., vol. 1, 1929, pp. 228 – 234

[1] В последние годы статистические методы проникают всё глубже во все точные науки. Многие самые важные результаты были получены в результате тесного взаимодействия точных измерений и обработки материала в соответствии со статистическими законами. Что касается свидетельств в пользу одной или другой гипотезы, то как правило выбор в громадной степени определяется надёжностью измерений, степень которой измеряется *вероятной ошибкой*. [Даже] вне зависимости от её важности для силы или укрепления гипотезы, для практического или теоретического применения данного ряда измерений весьма важно, чтобы эта мера была определена. Но нередко, особенно в раннем периоде развития точных наук, переоценка точности случайных измерений приводила к совершенно ложным идеям о явлениях. И поэтому развитие точных наук оказалось в довольно существенной степени следствием развития статистических методов и особенно вычисления вероятностей.

[2] Что касается соотношения между точными науками и той наукой, которая имеет дело с законами больших чисел, то существует особый и весьма важный класс явлений, заслуживающий специального внимания, а именно все явления, появляющиеся при взаимодействии очень многих других *одной и той же природы*.

К этому классу относятся в первую очередь все те, которые могли быть выведены из движения атомов и молекул, а кроме того явления гидродинамики, связанные с так называемым турбулентным течением и видимо вызванные беспорядочным движением некоторых малых частичек жидкости или газа. На основе определённых главных предположений о природе атомов или элементарных масс, прилагая чисто статистические вычисления, удалось во всех этих случаях вывести законы, преобладание которых было установлено раньше или позже эмпирическими методами, к примеру, на давление, расширение, диффузия и т. д. Более того, теория оказалась основой для указания направлений будущих эмпирических исследований.

Между 1890 и 1900 гг. Больцман заложил фундамент кинетической теории газов и приложения законов больших чисел к гипотезам об атомах и электронах позднее привело к длинной цепочке самых великих результатов в точных науках. Среди них можно в первую очередь назвать работы Планка, Смолуховского, Эйнштейна и Бора. Больцман статистически вывел понятие *энтропии*, имеющее громадное значение в физике, и, после открытия своей так называемой Н-теоремы пришёл к определению энтропии физического состояния непосредственно по логарифму его *вероятности*.

[3] Ясно, что развитие метеорологии, самим предметом которой является *физическое* состояние атмосферы, в некоторой степени зависело от указанного развития статистической физики и что некоторые метеорологические законы, как, например, соотношение между давлением атмосферы и высотой места, или диффузия водяных паров в атмосфере, были открыты ввиду этого последнего развития. Но значение статистических законов для обработки метеорологических проблем ещё шире и настолько фундаментально, что вряд ли будет преувеличением описать метеорологию как науку, носящую в большой степени статистический характер.

Причины этого легко понять. Вообразим, что определено математическое отношение величины y к заданному числу других величин, $x, z, u, \ldots$ Если можно определить значение y, а также всех величин, от которых оно зависит и если добиться этого с такой точностью, что погрешности в $x, z, u, \ldots$ приведут к столь пренебрегаемой погрешности в y, то значение статистических методов определения вероятнейшего значения $y = F(x, z, u, \ldots)$ окажется весьма второстепенным. […]

Фактически в обширных областях экспериментальных наук обстоятельства весьма схожи. Удобнее и точнее было бы в достаточной мере повысить точность методов измерений, чем применять их при более значительных источниках ошибок и поэтому обязательно прибегать к статистическим методам для определения вероятнейшего значения искомой величины[1].

[4] Однако, метеорология имеет существенной целью наблюдать природу, а условия наблюдения не могут быть произвольно изменены путём экспериментальной предосторожности, так что её положение совсем иное. Во-первых, погрешности $dx, dz, \ldots$ зависящие от недостатков метода измерений, как правило достигают таких размеров, что результирующая погрешность dy превышает практически допустимые пределы. Во-вторых, только довольно ограниченная часть факторов, влияющая на y, действительно известна по измерениям.

Нам приходится иметь дело с определением вероятного соотношения между двумя или более факторами по измерениям, при которых ряд других не измеренных факторов также влияют на них. Ясно поэтому, что только статистические методы чётко и логически удовлетворительно представляют результаты; только введение вероятностей делает возможным полно теоретически и практически использовать метеорологические измерения.

Является ли это переходной стадией в развитии метеорологии? Дойдём ли мы постепенно до такого познания всех метеорологических факторов и их взаимоотношения, чтобы, например, зная $x, z, u, \ldots$ мы могли вывести точное значение y и его будущие изменения? С точки зрения теории познания это возможно, и некоторые оптимисты метеорологической науки пытались даже утверждать, что это возможно и практически.

Подобное развитие привело бы к изменениям вплоть до сдвига преобладающего рабочего метода практической метеорологии от статистики и, в частности, теории вероятностей[2], к математической физике и особенно к её приложению в гидро- и аэродинамике.

[5] В настоящее время скорее, видимо, всеобще принято, что можно надеяться на убывание пределов ошибок ввиду ввода новых факторов в систему наших метеорологических наблюдений. С другой стороны, число факторов, не поддающихся измерениям, наверняка останется столь значительным, что, например, наши прогнозы всегда будут сбываться с *определённой степенью вероятности* и никогда не окажутся достоверными. Метеорологический *прогноз*, т. е. определение значения y в заданное будущее время, должен определять не только вероятнейшее значение, но и вероятные уклонения от него, а это возможно только если применять статистические законы к соответствующему материалу наблюдений.

[6] Чтобы показать важность статистики для проблем метеорологии на конкретных примерах, я, наконец, приведу случаи из практики, которые представляются мне особо поучительными. Довольно много лет подряд Аббот из Смитсоновского института в Вашингтоне занимался особо обширной работой по определению так называемой солнечной постоянной, т. е. меры интенсивности солнечной радиации на внешней границе атмосферы. Её непосредственное определение невозможно и поэтому необходимо выводить её по измерениям радиации *внутри* атмосферы, приняв определённые основные предпосылки о её поглощении в атмосфере.

Исследования привели Аббота к мысли о том, что солнечная постоянная не является постоянной, а подвержена суточным изменениям примерно до 10% и в нескольких процентах из года в год. В этих условиях определить вероятную ошибку метода на основе определений солнечной постоянной на одной станции не было возможно и возник вопрос: какую долю этих видимых флюктуаций следует приписать случайным ошибкам измерений, и какая доля вызвана реальным изменением солнечной постоянной.

Вначале Аббот утверждал, что несравненно большая часть наблюдённых изменений является действительно вариацией и указывал, что одновременные измерения на двух независимых станциях проявили очень ясный параллельный ход. C. F. Marvin и B. F. Kimball подробно исследовали данные этих станций и заявили, что амплитуда реальных вариаций не могла в среднем превосходить половину видимых. Отсюда следовало, что различие в фазах [?] между видимыми и реальными вариациями весьма значительны, достигая значений, при которых определение солнечной постоянной на одной станции не может служить достаточно хорошим основанием для изучения соотношения между солнечной активностью и атмосферными явлениями в целом. В данном случае оказалось, что только статистическая обработка материала смогла выявить измерения и их поведение в подлинном свете[3].

Далее, довольно важна метеорологическая проблема определения периодических вариаций и их амплитуд и фаз равно как и вероятности их действительного существования. Большинство метеорологических явлений, как например температура, количество осадков, уровень воды [какой воды?] подвержены значительным вариациям, в которых как правило ясно заметны и точно определяются годичные и суточные периоды. Но существуют ли другие периоды, и если это так, с какой степенью точности они могут быть установлены?

[7] Определение периодов было популярным развлечением, с заметным предпочтением им занимались несколько поверхностные учёные в период до развития статистических методов и особенно до их внедрения в метеорологию и геофизику [вообще]. Вряд ли можно было назвать такую проблему, в которой, по их утверждению, они не усматривали одного или нескольких периодов. Статистические исследования в этой области, развитие которых было быть может вызвано не менее теоретически подготовленными пионерами геофизики, чем достижениями чисто статистического характера, привнесли в эту область исследований порядок и систему и заложили необходимое объективное основание.

Так, известный физик и математик А. Шустер разработал метод изучения периодических вариаций, используя сравнение амплитуды предположенного периода с ожидаемой, которая выводится стохастически в предположении, что вариации совершенно случайны. Отношение этих амплитуд обосновало меру вероятности реального существования предположенного периода. Шустер предполагает, что соотношение амплитуд должно достигать значения 3 или 4, чтобы оправдать сформулированное предположение[4].

В качестве примера можно упомянуть, что F. Bergsten, изучая вариации уровня воды в озере Wäner по методу Шустера и обнаружив периоды в 5 2/3, 7 1/3, 11 2/3, 16 и 36 лет, вычислил указанные отношения, оказавшиеся равными соответственно 1.8, 2.5, 2.9, 2.8 и 1.9. Таким образом, по Шустеру ни один из этих периодов нельзя было считать вполне достоверным. Но ответ на исследуемый вопрос в отношении достоверности или недостоверности несколько произволен и, в частности, главное состоит здесь в указании, что на основе статистических методов мы в состоянии [и вынуждены] пренебрегать вопросом существования, заменив его вопросом о степени вероятности, которая может служить основанием для ответа по крайней мере с некоторой объективностью. Аналогично, введение понятия корреляции, основанное на теории вероятностей, дало более объективный метод определения вероятности отношения между различными явлениями и тем самым метод, обеспечивающий возможность открытия новых физических связей[5].

[8] Как пример плодотворного сотрудничества в метеорологии между теорией и гипотезой с одной стороны, и статистической обработкой имеющихся наблюдений с другой, можно упомянуть ещё одну проблему более существенно относящиеся к метеорологии. Хорошо известно, что теория циклонов, разработанная V. и J. Bjerknes, была основана на предположении о том, что их следует считать волновыми образованиями на границе между холодным (часто арктическим) и тёплым (часто экваториальным) воздухом. С теоретической точки зрения, это волновое движение во многих отношениях принимает тот же характер, что и волны, которые могут происходить, например, на границе между поверхностным массивом пресной воды и солёной, а потому более тяжёлой воды ниже его.

Из этой гипотезы могут быть выведены многие важные следствия о скорости движения циклонов, их направлении и т. д. И, например, после принятия некоторых упрощающих и, как правило, допустимых предположений Bjerknes [единственное число!] утверждает, что скорость движения должна быть пропорциональна корню квадратному из разности температур холодного и тёплого воздуха. Недавно E. Palmén в Хельсинки провёл весьма интересное статистическое исследование скорости движения циклонов и тем самым фактически подтвердил этот закон. Нельзя отрицать, что указанное только что соотношение может быть выведено и без предположения о том, что по своей фундаментальной сущности циклоны являются волновыми движениями, но главное, что следует здесь подчеркнуть, это побуждение теории, которое приводит к статистическому обнаружению определённого закона.

[9] Иногда можно наблюдать, что, как и по отношению к другим отраслям статистики, существует определённое недоверие к приложению статистических методов к проблемам метеорологии. Оно также частично обосновано, поскольку выступает против той формы статистики, которая пытается скрыть физические и реальные отношения взамен их выявления. [Подобная] метеорологическая статистика, не основанная на знакомстве с методами измерения и физическими взаимодействиями, очевидно опасна. В первую очередь это объясняется тем, что указанное знакомство является условием для возможности оценивать до какой степени исходные данные удовлетворяют требованиям создания основы для приложения статистических методов. С другой стороны, враждебное отношение к статистическим методам часто возникает из-за темперамента тех учёных, которые усматривают опасность в объективном исследовании их любимых идей и которые, в соответствии с большинством людей интуитивного характера, склонны к категорическим заявлениям.

Примечания

1. Точность измерений действительно важнее всего, но статистическая обработка не может выправить плохих измерений. О. Ш.

2. В англоязычной литературе *статистика* может включать теорию вероятностей. О. Ш.

3. Смогла выявить погрешности в них. Слуцкий (1933, начало статьи) считал, что аналогичный ход протекания метеорологических процессов на обширных территориях исключает пользу измерений на нескольких станциях. О. Ш.

4. А нельзя ли было воспользоваться критерием хи-квадрат? О. Ш.

5. В связи со значимостью статистики и особенно теории вероятностей для метеорологических прогнозов мы сошлёмся на наше исследование (1922). А. А.

Библиография

Слуцкий Е. Е. (1933), О существовании связи между солнечной постоянной и температурой. *Ж.Геофизики*, т. 3, с. 263 – 281.

--- (1935), Статистический эксперимент как метод исследований. Критические заметки о проблеме Земля – Солнце. *Ж. Геофизики*, т. 5, с. 18 – 38.

Abbot C. G. (1922), Статья в *Annals Astrophys. Obs. Smithsonian Instn*., vol. 4.

--- (1927), Corrected solar constant values, Montezuma, Chile from May 27 to Aug. 24 1927 inclusive. *Monthly Weather Rev*., September.

--- (1932), Статья в *Annals Astrophys. Obs. Smithsonian Instn*, vol. 5.

Abbot C. G., Bond Gladis T. (Publ. 3172), Periodicity in solar variation. *Smithsonian Misc. Coll*., vol. 87, No. 9.

Ångström A. (1922), On the effectivity [efficiency] of weather warnings. *Nordisk Statistisk Tidskr.*, Bd. 1, pp. 394 – 408.

Mervin C. F. (1930), Are meteorological sequences fortuitous? *Monthly Weather Rev.*, vol. 58, No. 12.

Sheynin O. B. (1984), On the history of the statistical method in meteorology. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 31, pp. 51 – 93.

Примечание. Перечисленные статьи выбраны нами из библиографий, приведенных Слуцким, и других источников. Мы сочли желательным указать и те, которые появились позже, чем статья Ангстрёма.

XIX

Тор Андерссон

Статистика и страхование

Thor Andersson, Statistics and insurance.
Nordic Stat. J., vol. 1, 1929, pp. 235 – 240

Основанием страхования является статистика
E. Phragmén

Единственно прочное основание страхования образует статистика
V. E. Gamborg

Актуарии ошибутся, если полностью ограничатся математикой. Следует тщательно изучить местность, чтобы разумно применять на ней математику.
Э. Чубер

[1] Первой публикацией по статистике была книга Граунта 1662 г. Он впервые попытался (только попытался) составить таблицу живущих по действительным наблюдениям. Недостатки исходных данных и недостаточное знание математики привели к тому, что, хоть высоко оценённое современниками, сейчас его попытка интересна в основном с точки зрения истории. Вспоминая, что во время выхода в свет труда Граунта основания науки вероятностей лишь закладывались, не станешь удивляться, что Граунт при этой своей первой статистической попытке не обладал достаточным математическим опытом[1]. То же самое относится к большинству из тех, чьи имена встречаются в общей истории статистики. Недостаточность математической практики и у вождей, и у рядовых практических статистиков привела к тому, что прошло свыше двухсот лет до того, как Лексис смог сформулировать декларацию независимости статистической науки[2]. Однако, Варгентин, основатель статистики населения Швеции, в своём основном сочинении 1766 г. первым привёл таблицы населения страны отдельно для мужчин и женщин, основанные на переписях в Швеции и долях смертности в 1755 – 1763 гг[3].

Даже во время публикации таблицы Граунта и закладки оснований науки о вероятностях некоторые из главных проблем современного страхового дела были в центре общей политики. Государственные финансы, часто опустошённые многочисленными войнами, нуждались в достаточном доходе. Деньги пытались отыскать, предлагая пожизненные ренты, но для этого и для другой работы по страхованию требовались таблицы смертности, чтобы обосновывать необходимые подсчёты.

[2] Страховщики-математики должны были вычислять в соответствии с научными требованиями, и страховая математика испытала немало превратностей, пока не смогла заложить удовлетворительную во многих отношениях основу, на которой и теперь покоится прочное страхование. Несмотря на значительный труд, эта основа всё ещё нуждается в укреплении и расширении, что в основном вызвано тем, что статистика так долго не смогла стать полностью независимой наукой, не сумела подтвердить своё положение первой науки [?]. Статистика, достигшая независимости при помощи стохастических вычислений, не могла обойтись без математики, но математическая наука – служанка статистики, а не её госпожа.

Практика страхования сильно влияла на научную статистику с самого начала её развития. Необходимость в статистике смертности для страхования особо способствовала развитию общей статистики, так что эта тема была выдвинута на первый план. По этой причине статистические исследования длительное время почти полностью пренебрегали и до сих пор слишком сильно пренебрегают существенными проблемами рождаемости.

Основная и длительная работа страховых математиков в различных областях статистики смертности привела к тому, что математическая часть их работы оказалась главной, но большая часть фундаментальных статистических исследований была вытолкнута назад и почти нигде не продвинулась ни на своё должное место, ни в центр работы научного страхования.

Труды Чубера известны всему миру даже в области страховой математики, и, конечно же, он ясно представлял себе значение математики для практики страхования, но это не помешало ему особо предостеречь против чрезмерного увлечения ей, см. эпиграф[4]. Статистика предоставляет все данные, математика прилагается для их полного применения в страховом деле.

[3] Во многих странах *актуарием* сейчас называют тех, кто занимается научной работой в страховании, тех, от которых зависит прочность и успех в страховом деле. Вот определение этого понятия из *Enc. Brit*. [11-е издание, т. 1, 1910, статья *актуарий*]:

В древнем Риме актуариями или писцами назывались чиновники, которые регистрировали <u>Acta Publica</u> сената, а также офицеры, которые хранили военные счета и добивались должного выполнения военных поставок. В своей английской форме значение этого слова постепенно суживалось. Вначале оно, видимо, относилось к любому клерку или регистратору и более определённо к секретарям и консультантам любых акционерных обществ, в первую очередь страховых, теперь же оно означает конкретно каждого, кто вычисляет вероятности жизни, на которых основана практика страхования жизни, оценка revisionary interests (изменения процентов?) *и отсрочки платежей по ежегодным рентам и т. д.*

В первоначальном значении титул актуария всё ещё относится к актуарию также и в Англии, где, например, штат архиепископской епархии Кентербери состоит из главного викария, регистратора и актуария. Там [где именно?] актуарий относится к низшей ступени служащих. В старой прусской администрации титул актуария применялся уже в начале Нового времени к лицам, которые были как бы главными присмотрщиками или швейцарами, занимавшимися актами департаментов гражданской службы [гражданского состояния?]. В департаментах Скандинавских стран титул актуария всё ещё применяется к лицам, которые хранят принятые и посланные акты. В некоторых шведских департаментах, публикующих статистические отчёты по всему королевству, служащие среднего звена также называются актуариями, хотя в большинстве случаев они до сих пор не имеют никакого научного статистического образования. В некоторых ведущих коммерческих фирмах тот же титул иногда применяется к длительно работающим как титул бухгалтера.

[4] Профессор Phragmén, наиболее известный нынешний шведский учёный, президент шведского Общества актуариев и президент организационного комитета очередного девятого международного конгресса актуариев[5], заявил, что статистика является основой практики страхования, а наиболее влиятельный покойный председатель датского Общества актуариев Гамборг присоединился к этому мнению, утверждая, что [см. эпиграф].

Статистика – основной элемент при страховании будущего и основа его научной деятельности. Как сказал Phragmén, страховую математику не следует считать отраслью науки в буквальном смысле, а довольно второстепенной прикладной наукой. Деятельность страхового учёного ныне в основном имеет статистический характер, и это должно быть ясно отражено в его титуле. Таким образом, *страховой статистик* следует считать наиболее подходящим обозначением. В англо-немецком словаре Muret-Sanders английский *актуарий* именно так и переводится (Versicherungsstatistiker).

Титул *страховой статистик*, ныне впервые предлагаемый для так называемого актуария[6], быть может не кажется очень привлекательным. В современном обществе существует бесконечное множество так называемых статистиков, но очень небольшая их часть имеет право на это название в современном научном статистическом значении. Обозначение *страховой статистик* означает, что лицо, справедливо называемое таким образом, является достойным представителем не только статистической науки, но и её приложения к практике экономической жизни, а также в возвышенных социально-этических целях. Его, следовательно, никак нельзя сравнивать с главным присмотрщиком старой прусской администрации, вероятно первым так названным в стране, в которой этот титул не применялся к страховым учёным.

Если слово *статистика* обозначает тех, кто занимается научной частью страхования, то статистика должна привлекать внимание всего страхования. Значение статистики для страхования не всегда оценивалось так высоко, как теперь передовыми скандинавскими страховщиками, но мнения о её пользе в различных отраслях страхового дела неизменно отличаются друг от друга. Есть даже так называемое страхование, многие из практиков которого считают статистику почти бесполезной.

Сегодня и наиболее влиятельные представители, и практики страхования, по крайней мере в Скандинавии, знают, что научная статистика является основой любой такой практической работы в страховании, которая может справедливо претендовать на незапятнанное (pure) имя страхования, применяющее самый обоснованный опыт практической экономики и стремящийся к возвышенным социально-этическим целям.

[5] С тех самых пор, с каких можно было говорить о страховании в современном смысле, частное страхование развивалось на основе статистики. Страхование жизни, старейшее, и, ввиду своей цели и научной практики, первое среди постоянно растущего числа отраслей страхования, стремилось обеспечить себе научное статистическое основание ещё до того, как возникла научная статистика. В последние годы частное страхование и в других отраслях начало понимать значение хорошей статистики. В крупной области огневого страхования, в страховании от несчастных случаев, от болезней и возмещения убытков производится всё более и более обширная работа по обеспечению прочного статистического основания, и в то же время статистическая наука всё глубже проникает во все владения страхования.

В здравом обществе обоснованная практика страхования относится к основной экономической деятельности. Но даже там, где эта мысль была хотя бы в какой-то степени воспринята, государства делают немного для защиты и продвижения такой практики. Одна из многочисленных возможных мер в распоряжении государства состоит в том, что государственная статистика должна иметь в виду все пожелания страхования и стараться выполнять их.

Достаточно заметить, что ни в одной стране нет ещё подходящей огневой статистики, статистика морских грузовых перевозок не составляется с должным учётом специальных нужд морского страхования, и, что ещё хуже, главнейшая деятельность государственной статистики, проведение переписей, до сих пор происходит по всему миру без заметных усилий собирать данные, которые сегодня могли бы быть неизмеримо полезны. Это положение, однако, можно приписать самому страхованию, которое всё ещё не обеспечило должного места статистике в своей научной работе. Когда это произойдёт, Burn уже не сможет по справедливости утверждать, что со страховой математикой всё покончено[7]. Если даже сейчас она находится в застое, развитие и успехи статистики лучше подготовит её к существенной деятельности на службе страховой статистики и страхования в целом.

Примечания

1. Граунт не был математически образован, но обладал замечательным статистическим чутьём. Именно оно позволило ему (правда, с большими ошибками) использовать почти негодные исходные данные. О. Ш.

2. Мы не знакомы с этой *декларацией*, но о статистике как о независимой науке рассуждали многие до Лексиса, например Курно (1843, §§ 103, 105, 106). Даже знаменитое утверждение Шлёцера (1804, с. 86), – *История – это движущаяся статистика, а статистика – застывшая история*, – означало, что он воспринимал статистику (правда, в смысле государствоведения) наравне с историей. Другое дело, что многие статистики не соглашались считать свою дисциплину самостоятельной. О статистике до XX в. см. Шейнин (2002; 2003). О. Ш.

3. В 1826 г. Кетле (Шейнин 1986, с. 294) составил отдельные данные о смертности в Брюсселе для мужчин и женщин. О. Ш.

4. Можно вспомнить Чупрова (1922/1960, с. 416): *Математиков, играющих в статистику, могут победить лишь статистики, вооружённые математикой*. Эта ссылка тем более уместна, что Чупров опубликовал свою статью в журнале *Nordisk Statistisk Tidskrift*, который издавал Андерссон. О. Ш.

5. Очень краткое сообщение об этом конгрессе см. в *Nature* (vol. 126, 1930, p. 76). О. Ш.

6. Означает ли это, что Андерссон первым предложил указанный термин? О. Ш.

7. Для опровержения этого заявления можно сослаться на Г. Крамера, крупнейшего статистика-математика, который пришёл в статистику из страхования. О. Ш.

Сведения об упомянутых лицах

Burn Sir Joseph, 1871 – 1950, актуарий. Президент английского Института актуариев в 1926 – 1928 гг.

Gamborg Villads Emanuel, 1866 – 1929, актуарий

Phragmén Lars Edvard, 1863 – 1937, математик, актуарий

Библиография

Курно Ог. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей.* М., 1970.

Чупров А. А. (1922, нем.), Учебники статистики. Рецензия. В книге автора *Вопросы статистики*. М., 1970, с. 413 – 429.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.

--- (1986), Quetelet as a statistician. Ibidem, vol. 36, pp. 281 – 325.

--- (2002), Теория статистики: исторический эскиз. *Вопросы статистики*, № 9, с. 64 – 69.

--- (2003), Social statistics: its history and some modern issues. *Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Statistik*, Bd. 223, pp. 91 – 112.

Schlözer A. L. (1804), *Theorie der Statistik*. Göttingen.

XX

Арвид Торберг

Статистика и профсоюзное движение

Arvid Thorberg, Statistics and [the] trade union movement.
Nordic Stat. J., vol. 1, 1929, pp. 33 – 35

С самого начала своей работы деятели шведского профсоюзного движения поняли, что не могут ни контролировать его, ни достигнуть каких-либо результатов при переговорах одними лишь общими фразами о необходимости улучшения условий труда. Они поняли, что были обязаны указать на основе фактов конкретные условия, имевшие место для различных групп работающих. Прежде всего нужно было знать потребность в рабочей силе в различных отраслях промышленности, заработки, стоимость жизни в различных районах, продолжительность рабочего дня и т. д., всё это для оценки условий труда.

В процессе переговоров требовалось некоторое знание изменений в экономической конъюнктуре, способность конкуренции в промышленности, а потому нужно было знать экономические условия труда за рубежом и оценивать влияние политики на реальную стоимость денег и т. д. Другими словами, чтобы иметь возможность с приемлемыми результатами добиваться улучшения условий труда, мы должны были представлять себе действительное состояние [жизни и труда] и их развитие.

Лицам практической жизни, которые нуждались в чём-то полезном для своей повседневной работы, теории политэкономии представлялись довольно туманными. Необходимость в фактах не убывала от споров среди экономистов. Для рядового члена профсоюза теории политэкономии склонны казаться личными идеями учёных джентльменов, более или менее субъективно искажёнными политическими и экономическим интересами и их окружением. И поэтому политэкономия не могла быть непосредственно практически применена в работе профсоюзов.

Ближе и более очевидна была нужда в способности приводить количественные данные о фактах и условиях и тем самым указывать, что должно иметь место. И действительно, профсоюзные организации довольно рано начали собирать данные о стоимости жизни и заработках и по возможности обрабатывать их. И тут проявились трудности сбора достаточно подробных сведений, которые могли бы обеспечить сносные надёжные результаты, принимаемые нанимателями. Особо затруднительным оказалось сравнение статистических данных различных профсоюзов, собранные и обработанные различными методами.

По это причине следует требовать, чтобы государство собирало и публиковало статистику на научной основе для указания существующего положения и [описания] всех различных слоёв (departments) общества. Статистическая деятельность государства и общин имеет громадное значение для оценки множества явлений социальной и экономической жизни, но до сих пор государственная статистика дефектна. Желательно её исправление, и необходимо заявить, что она никак не основана на единообразных принципах и сравнение данных различных ведомств затруднительно. По поводу жилищных условий и другой социальной статистики профсоюзные организации выразили пожелание расширить и углубить её, чтобы знать скрытые или неверно освещённые условия. Члены профсоюза не понимают борьбу за бережливость, которая стремится предотвратить прочное развитие практической статистики.

Международная организация труда, учреждённая Лигой Наций [и теперь находящаяся при ООН], является социально-политическим институтом громадного масштаба и великого значения, но до сих пор она не сумела обеспечить почти никакой сравнимости статистик различных стран, что чрезвычайно затруднило её деятельность. Большие международные усилия требуются для такого однообразного представления статистики всех стран, которое оказалось бы естественным источником для оценки социально-экономических проблем общества и способствовало бы международному сотрудничеству.

От учёных требуется заинтересованное сотрудничество и существенный труд для организации статистики на научной основе, чтобы она неизменно и ясно указывала реальные условия для суждения о возможных или необходимых мерах, способствующих прочному развитию в различных направлениях. Деятели профсоюзного движения желают поэтому выразить своё одобрение усилиям журнала *Nordisk Statistisk Tidskrift*, направленные на обеспечение доброкачественной статистики.

XXI

Ирвинг Фишер

Статистика на службе экономики

Irving Fisher, Statistics in the service of economics.
J. Amer. Stat. Assoc., vol. 28, 1933, pp. 1 – 13
Адрес Президента Американской статистической ассоциации (1932)

[1] Мне уже давно казалось, что лица, изучающие социальные науки, особенно социологию и экономику, тратят слишком много времени на обсуждение того, что они называют методологией. Обычно я чувствовал, что тот, кто хочет сказать всем остальным как решать сложные задачи, будет выглядеть убедительнее, если вначале обоснует свой ещё не опробованный метод, решив несколько из них сам. Представляется, что те мнимые авторитеты, которые вечно указывают другим как достигнуть желаемых результатов, сами ничего стоящего не достигают.

Хорошо помню, как почти 40 лет назад слушал учёную лекцию новоиспечённого профессора социологии о методологии в его науке, полную громких слов, если не существенных мыслей. За всю свою жизнь он не достиг ничего, кроме выдачи советов, которые, насколько мне известно, никому никогда существенно не помогли.

И вот теперь я сам добавляю свою собственную долю к литературе, уже столь значительной и так мало полезной об этой вечно пленительной, пусть даже несколько невыгодной теме, о методе. В своё оправдание могу сказать, что это лишь моё второе прегрешение; первое произошло 26 лет назад. И с тех пор я большей частью старался не вмешиваться в чужие дела и заниматься своими собственными вместо того, чтобы поучать других, как они должны это делать. Но я думаю, что истинная причина моего нынешнего вторжения в методологию состоит просто в том, что она представляется подходящей темой для представления и [Американской] статистической ассоциации, и Эконометрического общества, старейшего и новейшего научных обществ[1], преданных изучению экономических и социальных проблем.

[2] Разрешите начать, сказав, что в основном я интересуюсь обоими этими обществами как экономист и что поэтому ограничусь *статистикой на службе экономики*, и притом только частью этой обширной темы, а именно теорией экономики.

Когда 42 года назад я написал в своей докторской диссертации о некоторых математических исследованиях в теории стоимости и цен, я изучал математическую физику и с юношеским пылом мечтал видеть экономику или одну из её ветвей ставшей истинной наукой при помощи тех же методов, которые давно уже превратили физику в истинную и величественную науку.

Конечно же, я не был первым, кто мечтал об экономике как о науке. Курно, Джевонс, Вальрас, Парето, Маршалл, Эджуорт, Викселль и несколько других мечтали о том же, но некоторые из них слишком часто убеждались в том, что рынок для их товара был невелик и обескураживающ. Книгу, чисто теоретическое руководство, которая первой воспламенила моё юношеское рвение, написали австрийские банкиры Auspitz и Lieben (1889), как и Рикардо, другой банкир, перед ними. Но, посетив в Вене в 1893 г. второго автора, я обнаружил, что читателей у них было очень мало. Я не знаю ни одного американского экономиста кроме самого себя, кто хоть бы прочёл эту примечательную книгу.

Через год, в 1894 г., я присутствовал на лекции Эджуорта по математической экономике в Британской ассоциации продвижения науки и услыхал её необоснованную, как я счёл, критику со стороны Sidwick, который представлял собой типичного экономиста того времени. Мне было печально слышать, как Эджуорт сказал, что чувствовал себя *обескураженным* тем, что Sidwick считал предосудительным внедрение в экономику таких еретических методов как математические.

Даже Курно был в те дни почти неизвестен экономистам, и Джевонс и Маршалл едва спасли его от забвения. Как ныне знаменитый в биологии Мендель, в экономике Курно представлял пример учёного, мало признанного при жизни; его труд был на время забыт. Несколько позже я вновь обнаружил, что современник Курно, Джон Rae выпустил книгу (1834), которую я тогда счёл и сейчас считаю работой гения, заслуживающей по научному методу и результатам место намного впереди *Богатства народов* Адама Смита; критике этого сочинения была частично посвящена книга Rae. Она не была математической, её легко читать, и она очаровывает. Вместе с профессором W. G. Mixter, который *открыл* забытую работу Rae и признал его *предшественником Бём-Баверка*, я делал всё, что мог, для того, чтобы помочь возвратить его книгу к жизни. Позднее профессор Mixter переработал, аннотировал и перепечатал её под другим названием (1905). Я также посвятил Rae свои собственные книги о процентах. Но даже позже это великое сочинение не вполне ожило. Он не только олицетворял то, что мне представлялось верным *методом*, но правильно описал научную методологию и противопоставил свой метод ненаучному методу Адама Смита[2].

В его книге нет математических символов, но раз ей не удалось добиться заслуженного быстрого и полного признания, то это должно было быть частично вызвано какой-то иной причиной, а не математикой. Ей частично могла быть та самая методология, которой я так восхищался, но у которой в то время не было круга читателей, готовых оценить её. Трудности, испытанные при усилиях добиться принятия методов физической науки большинством тех, кто объявил себя экономистом, почти лишили меня надежды увидеть при жизни как экономика стала наукой в том же смысле, что и физика.

[3] Примерно 20 лет назад молодой экономист из западного университета, который разделял мои взгляды о методологии, поразил и огорчил меня, сказав, что практически отказался от первоначальной мечты своей жизни добиться признания своих усилий по преобразованию экономики в истинную и полезную науку. Но он был слишком рано обескуражен, ибо даже тогда те из нас, которые ещё ранее пришли в экономику, исходя из естественных наук, а не философии или истории, уже подметили громадную перемену.

И сегодня мы вдруг неожиданно осознаём, что методы, которые преобразовали физику в науку, наконец сильно повлияли на подрастающее поколение экономистов. Мне достаточно упомянуть среди многих других Фриша, Divisia, Rueff, Шумпетера, Кейнса, Боули, Amoroso, Джини, Хаберлера, Леонтьева, Завадского, Кондратьева, Хотеллинга, Moore, Шульца, Roos, Эванса, Crum, Ezekiel, Роджерса.

Более того, учреждение международного Эконометрического общества, происшедшее два года назад, его последующие заседания в Европе и Америке, его журнал *Econometrica*, который начнёт выходить в следующем месяце, свидетельствуют об этом зарождении научного духа в экономике. Но в чём суть научного метода, который появился в глубине душ этих молодых экономистов? Я постараюсь истолковать её и сошлюсь на пояснение Шумпетера в его прекрасной статье, которая появится в первом номере *Эконометрики*.

Как я понимаю, этот новый всплеск научного духа является не новой *школой*, а просто приспособлением экономики к методам, уже в наилучшей степени испытанным в естествознании. Надеюсь, что оно может знаменовать начало конца *школ* в смысле кучек сторонников или культов. Нынешний экономист находится на полпути между тем, что было принято называть австрийской и исторической школами. Первая заслужила почёт за внедрение собственной основополагающей мысли о *предельной полезности* (marginal utility, как этот термин обычно называется на английском языке, или предельной степени полезности, final degree of utility, как её назвал Джевонс) или разделила этот почёт с Тюненом и Госсен в Германии, Джевонсом в Англии, Вальрасом в Швейцарии и Кларком в США. Эта мысль близка к идее производной в математике и математической физике[3].

[4] Тем не менее, первоначальный пыл по поводу понятия предельной полезности австрийской школы и его приложения сменился разочарованием. Эта школа, как представлялось, не выдала второго урожая, сравнимого с первым. Некий мнимый критик опубликовал статью о *предельной тщетности предельной полезности*. Профессор, позднее Президент Hadley выразил своё разочарование следующим образом:

Мы преподаём теорию полезности больше, чем наши отцы, но делаем ли мы столько же для претворения в планомерную жизнь нации этой теории? Если нам не удаётся повлиять на общественную жизнь, то мы терпим неудачу в главнейшем приложении наших занятий наукой и в том, что почти составляет их важнейшее обоснование. […]

Прежняя политэкономия выражала свои результаты в фунтах, шиллингах и пенсах. Они могли быть правы или ошибаться, но во всяком случае они умели измерять и проверять. […]

Новая политэкономия заменила более конкретное понятие богатства менее отчётливым и многие её предложения претерпели соответствующую потерю ясности и точности. Школа меркантилистов измеряла богатство деньгами. Первое поколение их критиков измеряла его продовольствием, второе и третье – товарами, а наше собственное поколение измеряет его полезностью. Но продовольствие – *менее определённая и осязаемая мера, чем деньги, товары* – *ещё менее, а полезность* – *возможно наименее определённая и осязаемая из всех.* […]

Я склонен серьёзно думать, что излишнее применение терминов и понятий психологии за счёт пренебрежения чисто коммерческих оказалось наиболее действенной причиной ослабления влияния экономистов на государственных деятелей и лиц, умудрённых жизнью.

Президент Hadley был прав. Хоть предельная полезность оказалась действительным вкладом [в экономику] у австрийской школы очевидно не было полного контакта с реальностью. И всё же немецкая историческая школа, хоть она и подчёркивала реальность, разочаровывала ещё сильнее. Начав, как и физики, с похвальным почтением фактов, она ошибочно посчитала свои компиляции *индукцией* в экономике. Она никуда не пришла. Её тяжеленнейшие тома содержали громадные собрания исторических фактов и статистики, но у школы не было или почти не было связующего принципа. Ни австрийская дедуктивная школа, ни немецкая школа уже не вызывают большого энтузиазма. Некоторое время старались отыскать удовлетворительный способ объединения теоретических и исторических изысканий, и эти усилия нашли своё выражение в математике, статистике и математической статистике; математика – для выражения теории, а статистика – для описания исторических фактов.

[5] Эконометрическое общество, как сказано в его официальных документах, стремится *содействовать прогрессу экономической теории в её отношении к статистике и математике.* Сегодня никто не должен извиняться или хотя бы защищать статистику или математику в качестве законных и полезных средств на службе экономики. И та, и другая обильно представлены в каждом современном экономическом журнале. Американская статистическая ассоциация имеет теперь отдельный журнал, посвящённый математической статистике. Каждый современный учебник повышенного типа по экономике обычно содержит статистические таблицы и схемы, диаграммы спроса и предложения и некоторые математические формулы, пусть даже только в приложениях.

Всё это произошло так постепенно, что каждый, кто возьмёт на себя труд сравнить современную экономическую литературу с той, что была одно или два поколения тому назад, и хотя бы просмотрит наудачу несколько страниц, отыскивая диаграммы и формулы, будет поражён различиями[4]. Риккардо (1817) не применял ни математических символов, ни статистики. Даже во время моих студенческих лет ведущее экономическое сочинение того времени, Walker, *Advanced Course*, не содержало ни статистики, ни математики. В своей докторской диссертации 1891 г. я посвятил несколько страниц защите применения математики в экономике от тогдашних возражений против неё.

И всё же математический метод состоит только в применении символов в качестве кратких выражений измеримых величин, а статистический метод только *изучает социальные явления, которые могут быть сосчитаны*. Они таким образом являются в большой степени удобством, а не необходимостью. Иначе говоря, поскольку статистика и математика способствуют объединению теории и фактов в истинно экономическую науку (или их можно приспособить для этого), они скорее влияют на эту цель, но не являются необходимыми средствами.

[6] Научная экономика будет, естественно, широко применять математику и статистику, но суть научного метода не в форме, а в содержании. Первое неотъемлемое требование состоит, по моему мнению, в признании абсолютного отличия между научной и исторической истинами, т. е. между принципами и явлениями. По моему впечатлению, только очень немногие студенты-экономисты, а может быть никто их них, если не был существенно обучен физическим наукам, когда-либо воспримет это основополагающее отличие.

Научная истина облечена в условную форму *Если А истинно, то В истинно*, тогда как исторический факт безусловно объявляет, что *А истинно* или *В истинно*. Будь это отличие ясно усвоено всеми студентами, которые желают понять и открыть прочные экономические принципы, экономика, как я представляю, очень быстро стала бы истинной наукой. До того, как существенное большинство наших студентов действительно поймут это, большая доля экономических сочинений окажется псевдонаукой типа либо непродуманной экономической теории, либо незрелой экономической истории. В 1906 г., будучи президентом экономической секции Американской ассоциации продвижения науки, я сказал:

Те, кто считает, что экономика не является и никогда не сможет стать подлинной наукой, основывают своё утверждение на том факте, что социальные явления непостоянны, подобно, как они говорят, явлениям астрономии и физики, а существенно различны в разное время и при различных обстоятельствах. Они указывают, что установление цен при современной свободной конкуренции совершенно отлично от того, что было при феодальной системе обычаев и положения; что вознаграждение за труд зависит от сути исторических и юридических институтов в их отношении к рабовладению, законодательству о труде и т. д.; что экономические явления *сегодня нельзя сравнивать с теми, которые были при греках и римлянах, а явления в США – с явлениями в России.*

Для тех, кто знаком с духом науки, эти изменения являются, однако, настолько далёкими от возражений, что на самом деле представляют подтверждение той теории, что экономика – это наука. Ибо для всей науки фундаментально справедливо, что явления будут <u>*изменяться в соответствии с обстоятельствами*</u> *и что обязанности учёного состоят просто и только в установлении при каких обстоятельствах произойдёт то или иное множество* [явлений]. *Вряд ли можно утверждать, что гидростатика – это не наука, потому что в горных озёрах вода спокойна и сохраняет свой уровень, а в Ниагарском водопаде она движется и изменяет свой уровень; что вода в мельничном лотке движется вниз, а в нашем доме она течёт по трубам вверх; что при помощи сифона*[5] […].

Вся наука гидростатики была развита в результате настойчивых усилий разгадать эти загадки, и сегодня мы знаем не только, что при различных обстоятельствах вода действует различным образом, но можем указать, каковы точные условия, при которых она действительно будет действовать каждым отдельным образом.

В экономических исследованиях мы также должны стараться определить какие условия приводят к отличию явлений в современности и древности, или в восточной и западной цивилизациях и не довольствоваться элементарным указанием на их отличие. Многое здесь уже сделано. Так, известно, что в условиях свободы соглашений и конкуренции стоимость товара определяется пересечением кривых спроса и предложения, и что, напротив, при монополии она устанавливается по принципу что выдержит торговля, как это превосходно показал Курно.

В указанных случаях результаты не абсолютны и безусловны, они зависят от принятых предположений. В этом отношении они в точности аналогичны любым другим научным результатам. Если экономика – это наука, то её истины должны быть условны. Например, налог на арендную плату за землю уменьшает её стоимость, если нет причин, действующих в противоположном смысле. Это не значит, что на самом деле так и произойдёт, потому что может вмешаться подобная причина, как например, появление нефтяной скважины.

Возрастание денежной массы поднимет пропорционально цены, если только скорость её обращения и объём сделок останутся прежними. Эта <u>*количественная теория*</u> *не утверждает, что цены действительно растут при каждом возрастании денежной массы, и те, кто истолковывает её подобным образом, повинен в упомянутом смешении условных и безусловных истин, т. е. научного закона и исторического факта.*

Подлинная наука не состоит из простой группировки исторических явлений, и по существу Бэкон отличает то, что он называет популярным и индуктивным методами или что можно предпочтительнее назвать по примеру Джона Rae систематическим и научным. Они совершенно различны, хоть их *обычно путают. Система означает классификацию явлений, наука состоит в открытии законов, которым онисоответствуют. Система объясняет явления обычным и известным, наука – простым, но сколь угодно неясным.*

Примерами системы являются грамматика, описательная география, история, а примерами науки служат такие аналитические исследования, как в математике и физике и, в последнее время, биологии. Классификатор или строитель систем удовлетворяется обобщением фактов, которые выражают обычный ход событий, например восход Солнца один раз в сутки, но не причину или принцип.

Многие ныне научные изыскания произошли от того, что вначале было систематическим. Предшественники современных физиков подразделяли тела на лёгкие и тяжёлые. Железо, как они утверждали, тяжёлое, а потому падает, огонь не тяжёл и потому поднимается. Насколько же отличается этот устаревший метод отношения к телам от тех современных аналитических средств, при помощи которых мы объясняем падение вниз железа и подъём огня!

Аналогично, прототипом биологии была естественная история, и состояла она в основном из простой классификации животных и растений в виды, роды и т. д. Современная биология заменила подобную сложную классификацию введением дарвиновских аналитичеких идей наследственности, вариации и отбора и тем самым описательное изучение естественной истории преобразовалось в подлинную биологическую науку.

[7] Законы Менделя добавили понимание того, что оставил Дарвин и что предоставило нам абсолютные математические выводы в терминах вероятности и в некоторых случаях достоверности. Мы знаем, что у голубоглазых супругов все дети также голубоглазы. Если А истинно, то В тоже.

Та же эволюция, которая имела место в общих чертах и в физических, и в биологических науках, теперь несомненно происходит в экономический науке. Но надо признать, что до сих пор лишь немногие усвоили различие между общим фактом и научным законом. Если нам говорят, что основным в политэкономии является то, что квалифицированный труд оплачивается лучше, чем черная работа, то ясно, что это – только общее правило, а не необходимый закон. Тот единственный факт, что некоторые швеи, хоть и квалифицированы, плохо оплачиваются, достаточен для того, чтобы опровергнуть указанное утверждение в качестве необходимого закона, хоть и не затрагивает его как общего факта.

Историческая школа справедливо жалуется на поверхностный характер некоторых предложенных теорий, однако это возражение имеет силу не по отношению к теории вообще, а к ложным теориям, и в этом-то и состоит достоинство метода Бэкона, индуктивного метода, при помощи которого должна быть проверена каждая теория явлений по действительным историческим фактам, и который таким образом предоставляет средство для отличия истины от ложного.

Отбрасывание ложных теорий весьма отлично от отказа от всякой теории. Что сейчас требуется от политэкономии, это избавиться от ложных и поверхностных теорий, построенных априорно и вне зависимости от фактов, и, с другой стороны, освободиться от дешёвого эмпиризма исторической школы, которая признаёт своей целью лишь обобщение явлений без их анализа. Наука едина. Логика для экономической науки должна быть логикой всей науки, т. е. сочетанием индукции и дедукции. Факты являются и критерием, и исходным материалом науки, но её конечная цель – законы, т. е. не факты, а отношения между ними. Первый закон механики Ньютона утверждает, что тела стремятся двигаться равномерно по прямой. Это не факт, а общее выражение фактов. Ни одна частица во всей вселенной вероятно никогда не двигалась в точности по прямой или с постоянной скоростью даже в течение одной-единственной секунды, но так же ошибочно было бы заключить, что закон Ньютона нереален и на самом деле не соблюдается в природе.

В этом законе есть но: если на тело не действуют силы или действуют совершенно уравновешивающиеся силы, его движения окажутся равномерным и по скорости, и по направлению. Для разума, не мыслящего научно, удалённый таким образом от действительных событий закон представляется утратившим всякую объективную истину. И это снова ошибка: закон Ньютона абсолютно соответствует природе и его условность не приводит к произволу. Мы не имеем права заменить его средневековым мнением, что *тело, предоставленное самому себе, постепенно теряет свою силу и его скорость убывает.* В отличие от закона Ньютона это утверждение не выдержит испытания фактами. […]

Иногда утверждают, что окончательный критерий науки это возможность предвидения, но это критерий не только науки. Удачное предвидение требует соблюдения двух условий: знания науки, т. е. того, что произойдёт при заданных обстоятельствах; второе, настолько же существенное, состоит в знании истории, т. е. обстоятельств в данный момент, будущее которого должно быть предсказано. Провал предсказания обусловлен отсутствием любого из этих двух существенных условий.

Пример неудачи предсказания ввиду несовершенного знания фактов можно найти в [стоимости серебра в Индии в 1893 г., когда не было принято во внимание наличие большого количества серебра, хранимого на дому по местному обычаю][6]. Обычно, однако, неудачи предвидения вызваны не историческим, а научным незнанием. Во время гражданской войны [в США в 1861 – 1865 гг.], когда золото было в большом спросе, что нетрудно было бы научно объяснить, население приписало это махинациям спекулянтов, Конгрессу пришлось закрыть биржу золота, после чего, к ужасу ответственных за этот неразумный запрет, стоимость золота возросла и стала выше, чем когда-либо. Запрет пришлось срочно и стыдливо отменить.

Подобный опыт слишком обычен в экономическом законодательстве. Он предостерегает, что прежде, чем пытаться самовольно вмешиваться в экономические условия, следует несколько ознакомиться с экономической наукой. Большинство тех, кого следует предостеречь, презирает все теории и называет себя практиками. Это они сегодня вводят какую-то меру, а завтра по необходимости отменяют её. Действительно практик – это человек, который может предсказать как будет действовать та или иная мера, но эта его способность требует не только того, что называется практичным, но и теоретического знания; короче, знания не только истории, но и науки.

[8] К сожалению, до сих пор и экономические законы, и экономические исходные данные недостаточно известны для того, чтобы экономисты могли удачно предсказывать. В обоих отношениях экономическая наука ещё отстаёт от многих других. […] Мы теперь находимся на стадии экономического мрака, который начался в сентябре 1929 г., и лишь немногие экономисты предсказали его наступление, а может быть и никто не сделал этого, и во всяком случае никто не объявил об этом во всеуслышание. Экономика станет наукой в большей степени, когда мы сможем предсказывать депрессии. Мы, правда, удовлетворены тем, что существует физическая наука подобная метеорологии, которая ещё не способна хорошо предсказывать […] и жители Калифорнии увидели, как не предсказанное облако прикрыло предсказанное затмение Солнца.

Поскольку за последние четыре года практически все мнимые предсказатели экономических событий позорно не сумели подсказать ожидаемого деловым людям, бизнесмен [и экономист] Альфред Коули III решил финансировать Эконометрическое общество в надежде, что оно сможет привести к научным предсказаниям. Он также учредил статистическую лабораторию и пытается применить в ней самые обещающие методы. Он представит доклад на объединенном заседании Американской статистической ассоциации и Эконометрического общества о некоторых неудачах недавних экономических прогнозов.

Хорошо, что нам приходится терпеть неудачу и что в таких случаях мы смиренно признаём это. Верно, что я [сам] в сентябре 1929 г. открыто заявил, что мы тогда были *в верхней точке рынка акций*, но что произойдёт рецессия. Главным образом я основывался на подробном корреляционном анализе Карла Карстена. Так оно и случилось, но к сожалению я также сообщил своё мнение о том, что рецессия будет небольшой и кратковременной, а это оказалось ошибкой.

[9] Теперь я вижу, что моя неудача была обусловлена недостаточным и в научном, и в историческом смысле знанием. В то время я не знал некоторых научных законов депрессии и не знал так хорошо, как должен был, исторический фон условий. Так, я рассчитывал на продолжение политики Бенджамина Стронга (управляющего Федеральным резервным банком Нью-Йорка) открытого рынка, не знал, что она в основном умерла вместе со Стронгом годом ранее. Что же касается законов, управляющих депрессиями, я тогда не знал, но с тех пор выяснил и включил в свою книгу (1932), что важное значение имеет чрезмерная задолженность и её склонность подрывать уровень цен посредством панических продаж, сокращения денежных вкладов и убывания скорости их обращения.

Знай я всё это в 1929 г., хотя бы в том скромном объеме, которым, как могу утверждать, обладаю сейчас, […], моя неудача в предсказании экономического мрака была бы по крайней мере уменьшена. Но даже при всей предусмотрительности, которой мы теперь обладаем после происшедшего и нынешних научных исследований, мы всё ещё только смогли бы осуществить предсказание в общем и в довольно качественном виде, а не в определённом и достаточно количественном смысле. Более того, всегда происходят непредвиденные обстоятельства и любое предсказание, даже в астрономии, должно сопровождаться оговоркой *при прочих равных условиях* или почти так.

Я предполагаю, что мы, экономисты, никогда не сможем надеяться соперничать с астрономическим предсказанием затмений; мы будем счастливы, если когда-либо сможем оказаться наравне с метеорологическими прогнозами облачности. Но для отчаяния по поводу предсказания депрессий, притом в некоторой количественной степени, нет никаких оснований. В нынешнем году сессии Американской статистической ассоциации в основном посвящены изучению этой проблемы депрессий.

Они должны будут помочь заложить фундамент для дальнейшего и всё более успешного исследования их природы и в конце концов приведут к добротным предсказаниям. Но такой исход не произойдёт ни ввиду только подобных априорных изысканий, которые характерны для австрийской школы, ни в результате чисто описательных изысканий в духе исторической школы, ни даже после установления коэффициентов корреляции между статистическими рядами, внутренние соотношения между которыми неизвестны или возможно не существуют. Чистый эмпиризм разочарует нас настолько же, насколько все другие методологии, которые мы потихоньку отправляем на свалку. Вдобавок к эмпиризму нам нужен рациональный элемент.

[10] Астрономы никогда не смогли бы предсказывать затмения при помощи коэффициентов корреляции. Они редко используются в астрономии, хотя существующие в ней статистические данные намного обширнее, чем в экономической науке. Причиной этого служит то, что обычно в астрономии имеются лучшие и более фундаментальные соотношения, чем обычные линейные зависимости, определяемые методом корреляции[7]. Подобные результаты и в астрономии, и в экономике по необходимости поверхностны, и в конце концов должны будут уступить место чему-нибудь более глубокому.

Ни один астроном не вздумает просто засунуть свои сырые статистические данные, т. е. бесконечные угловые телескопические измерения, в жернов корреляционной мельницы. В противном случае он никогда даже во сне не назвал бы извлечённую мешанину наукой. И я очень опасаюсь, что многие вычисления с коэффициентами корреляции, произведенные экономистами и статистиками, не продвинут нас существенно.

Они могут послужить хорошей затычкой или временной мерой вплоть до установления подлинных рациональных соотношений.

Различие между мелким статистическим эмпиризмом и рациональным статистическим анализом хорошо видно в ранних исследованиях бюджетов рабочих и недавнего использования тех же данных Рагнаром Фришем, нынешним редактором *Эконометрики*. Данные об этих бюджетах обычно представлялись просто в виде процентов, потраченных на продовольствие, одежду, квартплату, отопление, освещение и пр. Наиболее интересным результатом был так называемый закон Энгеля, утверждающий, что чем выше доход, тем меньшая его доля затрачивается на продовольствие. То обстоятельство, что экономисты так опрометчиво назвали это эмпирическое обобщение законом, уже выявляет характер экономики как науки.

Мало кто из нас попытался использовать эти проценты совместно с данными о стоимости жизни для статистического вычисления кривых спроса и предельной полезности, которые в соответствии с экономической теорией должны лежать в основе и определять выбор рабочим продовольствия, одежды и пр. и в результате устанавливать явления бюджета и цен.

Метод Фриша прослеживания фундаментального закона спроса по явлениям бюджета практичнее первого. Его фактические статистические результаты пока ещё предварительны и вполне могут оказаться неточными, но в отношении метода его труд является образцом того, чем должна быть статистика на службе экономической науки. Таким образом мы можем предоставить место в статистике даже столь основополагающим, хоть и в большой степени теоретическим понятиям, как предельная полезность. И тогда при помощи надлежащего метода смутные идеи австрийской школы смогут быть преобразованы в статистические результаты.

В этом методе определённую роль играют некоторые уравнения чистой теории, без которых одна лишь статистика не скажет нам почти ничего. И среди этих существенных отношений простейшей является хорошо известная теорема о том, что предельная полезность, скажем, продовольствия равна предельной полезности денег, умноженной на его стоимость. Лишь подобная научная методология сможет довести статистика вглубь от поверхности эмпирических соотношений, подобных *закону Энгеля*, до статистической оценки кривых спроса или полезности.

[11] У ранних астрономов был свой аналог закону Энгеля, и назывался он законом Боде. Он выражал относительные расстояния планет от Солнца, но сегодня ни один астроном не припишет этому закону ничего больше грубого описания эмпирического правила. Это не закон, сравнимый с ньютоновскими законами движения или притяжения или с кеплеровыми законами движения планет.

Мы никогда не сможем статистически успешно использовать соотношения фундаментальной экономической теории, если не используем их при обработке сырого статистического материала;

таким же образом астроном не сможет вычислить орбиту планеты по самому полному материалу угловых телескопических измерений, если не воспользуется законом всемирного притяжения.

В обоих случаях теория и факты должны быть тесно связаны, иначе вся совокупность наблюдений и статистических данных окажется почти бессмысленной ввиду отсутствия рациональной основы. Обратно, наша теория будет почти бесполезной при отсутствии всякого статистического выражения или статистической проверки. В таких случаях нам придётся иметь дело с двумя раздельными и бесплодными мирами статистических наблюдений и искусно сплетённых теорий, соответствующих исторической и австрийской школам.

Шесть лет назад профессор Уэсли Клэр Митчелл в качестве президента Американской экономической ассоциации упомянул в своём докладе, что количественный анализ не только отличен от теоретического, но, как было выяснено, имеет дело с другим множеством понятий. Это без сомнения справедливо в экономической статистике, но этого не должно быть. Пока это имеет место, мы не сможем похвастаться, что работаем вполне научным способом.

Другим возможным примером может послужить оценка скорости обращения денег. Мы обсуждаем эту тему в наших курсах экономической теории и обычно указывали, что оценка никак невозможна. Но можно показать, что общее обращение действительно существующих денег в течение года равно количеству денег, хранящихся это время в банках, плюс годичные зарплаты плюс некоторое число незначительных сумм. Общее обращение, делённое на обращающуюся массу, равно скорости обращения. Из этого соотношения совместно с необходимыми статистическими данными можно вывести не при помощи эмпирических корреляций, а посредством соответствующей рациональной теории тот статистический результат, что деньги в США обращаются примерно 25 раз в год.

[12] Теперь, когда столько способных молодых людей, только что обученных методам физических наук и математики, вступают на поле экономики и статистики, можно ожидать, что постепенно исчезнет и грубый эмпиризм, и кабинетная теория, последовательно замененные рациональным научным методом сочетания фактов и теории. И тогда мы сможем познать наши явления: А – истинно. Мы познаём наши законы и при помощи априорного рассуждения, и апостериорным испытанием установили наши законы: если А – истинно, то и В должно быть таким же. И, наконец, исходя из этих двух видов познания, – из знания и исторического факта того, что А – истинно, и научного закона, гласящего, что если А – истинно, то и В должно быть таким же, – мы сможем сказать наперёд, что В окажется истинным.

Для многих всё это может показаться чем-то новым в экономике, но это лишь применение чего-то очень старого в тех науках, вслед шагам которых мы должны продвигаться, если когда-либо займём своё место среди них. Это должно быть нашей целью и нашим правом. И по мере того, как экономика занимает своё надлежащее место как наука, которая обладает законами, обоснованными фактами, и которая способна в какой-то степени предвидеть, экономисты будут удовлетворяться, ощущая, что прочная экономическая теория имеет практическое применение, что критика Hadley [§ 4] была преодолена и что деловой человек и государственный деятель обоснованно просят нашего ответа так же, как и в других областях науки.

Обе группы этих лиц усиленно стремятся овладеть количественным знанием, быть в состоянии взвешивать и измерять. Им нужна эконометрика. Без нее их бухгалтера очень скоро разработают свои собственные методы, основанные на своих собственных теориях. И, кстати, одна из наших задач, которую уже взял на себя профессор Canning, состоит в том, чтобы увязать эти результаты опыта практической работы бухгалтерского учёта с экономической теорией.

Короче говоря, что нам нужно в экономике, или в той её отрасли, которую мы теперь называем экономической теорией, так это побольше старого, да, старого, метода, который преобразовал астрономию, физику, химию и недавно биологию в подлинные науки. К этой цели, как я представляю себе, стремится подрастающее поколение изучающих *экономическую теорию*. Более того, они знают, куда идут, и они уже в пути.

Примечания

1. Старейшим обществом подобного рода является Лондонское (позднее Королевское) статистическое общество, но Фишер, видимо, имел в виду старейшее в США. О. Ш.

2. Адам Смит, конечно, же, классик, но в упомянутом сочинении имеются *вульгарные взгляды* (БСЭ, 3-е издание, т. 23, 1976, с. 614). О. Ш.

3. Более наглядно можно было бы сказать, что аналогичным является введение в математический анализ понятия предела. О. Ш.

4. Два поколения тому назад, в 1867 г., появился первый том *Капитала* Маркса, в котором имеются таблицы (которых Фишер, правда, прямо не называет), см. гл. 27, гамбургское издание 1872 г., переизданное в Берлине в 2004 г. Большое число таблиц включено в главы 42 и 43 третьего тома (Гамбург 1894, перепечатано в том же издании). Есть в *Капитале* и линейные алгебраические уравнения. О. Ш.

5. Трудно объяснимая ошибка: течение воды никак не относится к гидростатике. О. Ш.

6. Мы передали плохо понятный текст обобщенно. О. Ш.

7. Существует и криволинейная корреляция. Статистику в астрономии применял Пирсон, изучая связь между различными параметрами звёзд (Шейнин 1984, § 9.2.2), но астрономы отрицательно отнеслись к этому нововведению. Распределение звёзд по небесной сфере исследовал уже Уильям Гершель. О. Ш..

Сведения об упомянутых лицах

Туган-Барановский Михаил Иванович, 1865 – 1919
Amoroso Luigi, 1886 – 1965
Clark James Bates, Кларк Джеймс Бейтс, 1847 – 1938
Cowles Alfred III, 1891 – 1984
Engel Ernst, Энгель Эрнст, 1821 – 1896
Ezekiel Morducai, 1899 – 1974
Frisch Ragnar, Фриш Рагнар, 1895 – 1973

Gossen Herman Heinrich, Госсен Герман Генрих, 1810 – 1858
Haberler Gottfried, Хаберлер Готфрид, 1900 – 1995
Hotelling Harold, Хотеллинг Гарольд, 1895 – 1973
Mitchell Wesley Clair, Митчелл Уэсли Клэр, 1874 – 1948
Rae John, 1796 – 1832
Rodgers James Edwin, Роджерс Джеймс Эдвин, 1823 – 1890
Rueff Jacques, 1896 – 1978
Schulz Theodor William, 1902 – 1998
Sidwick Henry, 1838 – 1900
Strong Benjamen, 1872 – 1928
Tünen Johann Heinrich, Тюнен Иоганн Генрих, 1783 – 1850
Walker Francis Amanda, 1840 – 1897

Библиография

Слуцкий Е. Е. (1910), *Теория предельной полезности*. Киев. Дипломная работа, рукопись. Украинск. перевод: Киев, 2006.

Auspitz R., Lieven R. (1889), *Investigations of the Theory of Value and Prices*. Düsseldorf, 1993.

Bacon F. (1620, Latin), *Novum Organum and Associated Texts*. Oxford, 2004. Латинск. и англ. Русск. перевод: *Новый органон.* М., 1962.

Fisher I. (1930), *Theory of Interest*.

--- (1932), *Booms and Depressions*. New York.

Rae J. (1834), *New Principles of Political Economy*.

--- (1905), *Sociological Theory of Capital*.

Ricardo D. (1817), *On the Principles of Political Economy and Taxation*. Русский перевод: *Начала политической экономии и податного обложения*. М., 1935.

Sheynin O. B. (1984), On the history of the statistical method in astronomy. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 29, pp. 151 – 199.

XXII

Г. Крамер

Работа Ричарда фон Мизеса в теории вероятностей и статистике

H. Cramer, Richard von Mises' work in probability and statistics. *Annals of Math. Stat.*, vol. 24, 1953, pp. 657 – 662

Профессор Рихард фон Мизес из Гарвардского университета умер в июне 1953 г., вскоре после своего 70-го дня рождения. Уроженец Австрии, он получил степень доктора в 1907 г. в Венском техническом университете, до 1920 г. был лектором и профессором в различных университетах Австрии и Германии, после чего стал профессором и директором Института прикладной математики Берлинского университета. Гитлеровский режим, лишивший немецкие университеты столь многих из их лучших работников[1], стал причиной выезда Мизеса в Стамбул и, наконец, в 1939 г. в Гарвард. Там он вначале был профессором математики, а в 1944 г. стал Гордон Маккеевским профессором аэродинамики и прикладной математики.

Мизес был одним из тех, кто обладает и способностью, и энергией, необходимыми для проявления активного и творческого интереса во многих весьма различных областях. Он сделал выдающийся вклад в столь разнородные дисциплины как литературная критика, позитивизм, аэродинамика и теория вероятностей. Нас здесь интересует только то, что относится к теории вероятностей и статистике.

Хорошо известно, что имя Мизеса – одно из существенных в истории того громадного развития, которое произошло в указанной области за последние 30 лет. Как видно из приложенной избранной библиографии, его соответствующая работа простирается от книг и статей по основаниям теории вероятностей, которые конечно же всегда являлись одной из его главных забот, до исследований специальных задач в различных статистических приложениях. Мы сможем упомянуть лишь несколько из их числа, но постараемся описать и проследить некоторые из основных ходов его мысли, по которым его работы видимо группировались.

В 1919 г. почти одновременно появились статьи (1919a) и (1919b), – по существу первые его работы по теории вероятностей. В первой из них он рассматривал общую теорему математической вероятности, которую Полиа (1920) через год назвал ныне хорошо известным именем *центральная предельная*. Во второй статье Мизес впервые описал свои взгляды на основания теории вероятностей. Каждая из них оказалась первой из длинной последовательности работ, которые содержат быть может самый важный вклад автора в указанные дисциплины.

Для верной оценки этих двух основоположных статей необходимо иметь в виду состояние математической теории вероятностей примерно в 1919 г. После появления классического трактата Лапласа несколько математиков (Чебышев, Марков, Борель и некоторые другие) опубликовали важные труды, но основные понятия, на которые опиралось всё здание теории вероятностей всё еще оставались неясными. Не было общепринятого определения математической вероятности, а если и вообще существовали какие-то определения, они были явно недостаточны для многочисленных приложений, осуществленных, например, в статистике населения, молекулярной физике и многих других областях. Более того, за несколькими исключениями, в основном относящимися к французской и русской школам, авторы сочинений по теории вероятностей, видимо, никак не считали себя обязанными соответствовать тем стандартам строгости, которые полагались очевидными в других областях математики. Замечательная работа Ляпунова по центральной предельной теореме оставалась, как представляется, совершенно не известной математикам.

Во введениях к двум своим указанным статьям Мизес (1919b/1964a, p. 57) обозрел существовавшее положение и вполне обоснованно заключил, что "сегодня теория вероятностей не является математической дисциплиной". Вслед за этим он развил свою собственную программу ее построения как математической науки, исходя из того положения, что *теория вероятностей должна считаться математической теорией группы наблюденных явлений точно так же, как, например, геометрия и теоретическая механика*[2]. Геометрия представляет нам идеализированную математическую картину громадной массы наших наблюдений очертания и положения тел в пространстве [и фигур на плоскости], и теорию вероятностей следует построить так, чтобы получить математическую модель статистических закономерностей, происходящих в тех случаях, когда данный эксперимент или наблюдение многократно повторяется при аналогичных условиях.

Исходя из этого тезиса, Мизес (1919b) строит свою обосновывающую систему, которая вскоре стала известна всем специалистам. В ней мы находим понятие коллектива, определение математической вероятности как предела частости и два основополагающих постулата, требующих существования предельных значений соответствующих частот и их инвариантности относительно любых перемещений. Он показал, как главные правила действий с вероятностями могут быть выведены из этих основных принципов и выработал систему классификации операций, употребляемых в теории вероятностей.

Публикация статьи (1919b) существенно заинтересовала математиков, статистиков и философов. Вполне естественно, что мнения разделились, и, даже если основная точка зрения на теорию вероятностей как на математическую теорию случайных явлений была в целом полностью одобрена большинством математиков и статистиков, многие авторы сурово критиковали понятие о коллективе и оба постулата[3].

Появилась многочисленная литература, и сам Мизес активно участвовал в дискуссии. Кроме ряда статей, посвященных специальным вопросам, особо относящимся ко второму постулату, он обсуждал основания теории вероятностей в двух трактатах (1931; 1946), но прежде всего в своей хорошо известной книге (1928), предназначенной для не математиков и впоследствии переведенной на английский, русский и испанский языки. В ней он подробно описал свою систему, ответил на различные критические высказывания и комментировал системы, предложенные другими авторами.

Особо интересны в ней, а также в его дискуссии с Дубом (1941), комментарии Мизеса о подходе к теории вероятностей со стороны теории меры, к которому благосклонно относится определенная часть современных математиков и статистиков. Этот подход, как указал, например, в своей хорошо известной книге Колмогоров, исходит из понятия цели и характеристики теории вероятностей, весьма близкого к самому Мизесу. Но он сильно критикует Мизеса за метод введения им понятия математической вероятности и формулировки аксиом, выражающих его основные свойства.

В главе, выразительно названной *Часть теории множеств? Нет*![4], Мизес объявил, что теория вероятностей "остается при всех обстоятельствах теорией некоторых допускающих наблюдения явлений, которые идеализируются понятием коллектива". С этим многие из его противников были бы готовы согласиться, по крайней мере частично. Но Мизес идет дальше, утверждая, что с его точки зрения он не может "признать существования отдельного понятия вероятности, основанного на теории множеств, которое, как иногда утверждают, противоречит тому же понятию, основанному на частости". И еще: "Не может быть вопроса о примирении этих двух понятий".

Таково, видимо, окончательное выражение его точки зрения на этот вопрос. Дискуссия несомненно затянется на многие годы, но, как ни решись вопрос о наилучшем выборе аксиоматического обоснования теории вероятностей (если вообще окажется возможным решить его), в качестве громадного достижения Мизеса навсегда останется то, что он первым обратил всеобщее внимание на эту проблему, указал подход, в соответствии с которым следовало отыскивать ее возможные решения и представил одно из них.

Перейдем теперь ко второй основной группе сочинений Мизеса в нашей области, которая началась со статьи (1919a). В ней доказывается асимптотическая нормальность распределения суммы независимых случайных величин при довольно стеснительных условиях, подробно обсуждается ее асимптотическое поведение при распределении ее слагаемых, относящемуся к одному из тех простых классов, которые обычно встречаются в приложениях. Приведены аналогичные результаты об асимптотическом поведении апостериорных распределений, полученных по теореме Бейеса по выборке из наблюдений.

К этой теме Мизес неоднократно возвращался, постоянно совершенствуя свои результаты и расширяя область рассматриваемых задач. Наиболее важны в этой группе статьи

(1935, 1936a, 1936b, 1937b, 1938b, 1947). По отношению к само́й центральной предельной теореме другие авторы превзошли основные работы Мизеса, однако он вскоре обобщил эту задачу весьма интересным образом и смог отыскать важные новые результаты, видимо при оставшейся возможности дальнейших изысканий.

Мы кратко опишем задачу, которую он рассмотрел в этой группе своих статей, нашедших, как можно сказать, свою вершину в статье (1947). Пусть $U(x_1; \ldots x_n)$ – симметрическая функция независимых случайных величин x_i с одной и той же функцией распределения $F(x)$ (Мизес, впрочем, рассмотрел общий случай различных распределений), так что U можно считать функцией $V(S_n)$ функции распределения $S_n = S_n(x)$, где $nS_n(x)$ означает количество величин $x_i < x$ для каждого x.

Предполагается, что функция V может быть определена в выпуклой области D пространства всех функций распределения, включая заданную функцию F, равно как и все возможные функции распределений S_n при $n = 1, 2, \ldots$ Требуется изучить асимптотическое поведение распределения случайной величины $V(S_n)$ при $n \to \infty$. Вслед за Вольтерра Мизес определяет производные от V в любой точке D и показывает, что при некоторых общих условиях регулярности распределение V асимптотически нормально, если ее первая производная в точке F отлична от нуля. Это положение включает, в частности, классический случай суммы x_i, равно как и большинство обычных статистик, основанных на моментах.

Если же первая производная равна нулю, результатом оказываются некоторые не нормальные предельные распределения, и Мизес подробно обсуждает случай (включающий, в частности, статистику хи-квадрат) неравной нулю второй производной. Здесь предельное распределение, как он показывает, тесно связано с определителем Фредгольма некоторого симметрического ядра. Мы выше упоминали, что в этом направлении, видимо, еще остались интересные нерешенные задачи.

Наконец, мы лишь кратко упомянем некоторые другие основные группы работ Мизеса. В статьях (1937a, 1938a, 1939a, 1939b) он изучал соотношения между различными моментами и другими характеристиками вероятностных распределений, равно как между этими характеристиками и значениями соответствующей функции распределения и указал некоторые важные неравенства. Статьи (1938c, 1942, 1943) посвящены теореме Бейеса и ее различным приложениям. Этой же теме он уделил много внимания в сочинениях (1931; 1946).

Мизес отрицательно относился к тенденции современной математической статистики избегать применения теоремы Бейеса и понятия априорной вероятности[5]. В работах указанной группы он обсуждал приложения этой теоремы к различным задачам, включая исследование статистических гипотез. По его мнению, в этой последней области указанная теорема приводила к более надежным результатам, чем достижимые методами, применяемыми нынешними математическими статистиками.

Бросив взгляд на список литературы, мы увидим, что многие работы Мизеса в этой сфере [теория вероятностей и статистика] вовсе не были упомянуты. Большинство из них посвящено различным приложениям теории вероятностей к столь разнородным областям как физика, генетика, статистика населения и страховое дело. Наш краткий и неполный обзор небольшой части творчества Мизеса наверняка окажется достаточным, чтобы оставить у читателей глубокое впечатление об активной и мощной научной личности. Те, кто знал его, видел кроме того много других черт, придававших ему человеческое обаяние, которое его друзья никогда не забудут.

Примечания

1. В 1953 г. не следовало ограничиваться столь мягким замечанием. О. Ш.

2. Мы нашли у Мизеса (1919b/1964a, с. 58; 1964b, с. 43) следующие утверждения:

Теория вероятностей является <u>естественной наукой такого же вида, как геометрия</u> или теоретическая механика.

[Die Wahrscheinlichkeitsrechnung eine <u>Naturwissenschaft gleicher Art wie die Geometrie</u> oder die theoretische Mechanik ist.]

Теория вероятностей как теоретическая механика или геометрия является научной теорией определённой области наблюдаемых явлений.

[Probability theory, like theoretical mechanics or geometry, is a scientific theory of a certain domain of observed phenomena.]

3. См. Тутбалин (1977, с. 15):

Общепризнанной аксиоматикой является аксиоматика Колмогорова. Однако, сама концепция практических применений в общем следует концепции Мизеса.

См. также Krengel (1990, pp. 461 – 466).

4. Мизес (1928/1951, с. 116) включает только параграф в гл. 3, озаглавленный *Ein Teil der Mengenlehre? Nein!*, а Мизес (1964) – специальное приложение (с. 43 – 49) *Теоретико-множественный подход против частотного подхода.* О. Ш.

5. С 1930х годов в течение примерно 30 лет английские и американские статистики отрицали *бейесовский подход*. Первым и основным критиком был Фишер (1922, с. 311 и 326), который, однако, не указал достаточно определённо, что именно он отрицал. Представляется, что он не соглашался с введением вряд ли известных априорных распределений и/или с предположением о совпадении априорных вероятностей. Дискуссии об этом подходе не прекратились.

Библиография

R. Mises

1919a, Fundamentalsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Z.*, Bd. 4, pp. 1 – 97.

1919b, Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Z.*, Bd. 5, pp. 52 – 99.

1928, *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit.* Wien. Русский перевод: *Вероятность и статистика*. М., 1930. Несколько позднейших немецких

изданий и английских переводов, в том числе немецкий (Вена, 1951). Также русский перевод (М., 1930).
1931, *Vorlesungen aus dem Gebiete der angewandten Mathematik.* Bd. 1, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik.* Leipzig – Wien.
1935, Deux nouveaux théorèmes de limite dans le calcul des probabilités. *Rev. Fac. Sci. Univ. Istanbul*, t. 1, pp. 61 – 80.
1936a, Die Gesetze der großen Zahl für statistische Funktionen. *Monatshefte f. Math. u. Phys.*, Bd. 43, pp. 105 – 128.
1936b, Les lois de probabilité pour les fonctions statistiques. *Ann. Inst. H. Poincaré*, t. 6, pp. 185 – 212.
1937a, Bestimmung einer Verteilung durch ihre ersten Momente. *Skand. Aktuarietids.*, Bd. 20, pp. 220 – 243.
1937b, Sur les fonctions statistiques. Soc. Math. de France. *Conf. de la Reunion Intern. de Math*. Paris, pp. 1 – 8.
1938a, Sur une inegalité pour les moments d'une distribution quasi-convexe. *Bull. Sci. Math.*, 2ième sér., t. 62, pp. 68 – 71.
1938b, Géneralization des théorèmes de limite classiques. Colloque consacre à la théorie de probabilités. Genève. *Actual. Scient. et Industr.*, No. 736, pp. 61 – 68.
1938c, A modification of Bayes' problem. *Ann. Math. Stat.*, vol. 9, pp. 256 – 259.
1939a, The limits of a distribution function if two expected values are given. *Ann. Math. Stat.*, vol. 10, pp. 99 – 104.
1939b, An inequality for the moments of a discontinuous distribution. *Skand. Aktuarietids.*, Bd. 22, pp. 32 – 36.
1941, On the foundations of probability and statistics. *Ann. Math. Stat.*, vol. 12, pp. 191 – 205.
1942, On the correct use of Bayes' formula. *Ann. Math. Stat.*, vol. 13, pp. 156 – 165.
1943, On the problem of testing hypotheses. *Ann. Math. Stat.*, vol. 14, pp. 238 – 253.
1946, *Lectures on Mathematical Theory of Probability and Statistics*. Harvard Univ., Graduate School of Engineering. *Sp. Publ. No.* 1, mimeogr.
1947, On the asymptotic distribution of differentiable statistical functions. *Ann. Math. Stat.*, vol. 18, pp. 309 – 348.
1964a, *Selected Papers*, vol. 2. *Probability and Statistics, General*. Providence, Rhode Island. Содержит, в частности, статьи 1919b; 1936a; 1936b; 1937a; 1938c; 1941; 1942; 1943 и частично 1914a; 1919a; 1935.
1964b, *Mathematical Theory of Probability and Statistics*. Edited and complemented by Hilda Geiringer. New York – London.

Другие авторы

Тутубалин В. Н. (1977), *Границы применимости. Вероятностно-статистические методы и их возможности*. М.
Успенский В. А., Семенов А. Л., Шень А. Х. (1990), Может ли (индивидуальная) последовательность нулей и единиц быть случайной? *Успехи математич. наук*, т. 45, с. 105 – 162.
Хинчин А. Я. (1961), Частотная теория Мизеса и современные идеи теории вероятностей. *Вопросы философии*, № 1, с. 91 – 102; № 2, с. 77 – 89.
Fisher R. A. (1922), On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A222, pp. 309 – 368.
Krengel U. (1990), Wahrscheinlichkeitstheorie. In *Ein Jahrhundert Mathematik 1890 – 1990*, pp. 457 – 489. Braunschweig – Wiesbaden.
Polya G. (1920), Über den zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung und das Momentenproblem. *Math. Z.*, Bd. 8, pp. 171 – 181.
Sheynin O. (2003), Mises on mathematics in Nazi Germany. *Historia Scientiarum*, vol. 13, pp. 134 – 146.

XXIII

Оскар Шейнин

Энциклопедия статистических наук (рецензия)

Encyclopedia of Statistical Sciences. Second edition.
Samuel Kotz (Founder), N. Balakrishnan, Campbell B. Read, Brani Vidakovic, Editors-in-Chief.
Hobokan, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. 9420p.

Первое издание этой энциклопедии вышло в девяти основных и трех дополнительных томах в 1982 – 1989 и 1997 – 1999 гг., теперь же в ней 16 томов (последний – указатель) со сквозной пагинацией. Предисловие к обоим изданиям и сведения о редакторах помещены в каждом томе и в каждом же приведен список его авторов. В первых трех томах эти списки совместно заняли 11 страниц, среди которых мы нашли трех авторов из России (и одного из Казахстана).

Несколько статей были заменены новыми, в некоторых случаях они были дополнены и были также добавлены материалы о новых приложениях статистики. Некоторые статьи молчаливо перепечатаны из *Leading* (1997). Не всех авторов попросили дополнить/исправить свои прежние статьи; нынешнее издание, о котором мы узнали случайно, включает три наши частично устаревшие статьи, одна из которых (*Зюссмильх*, совместная) теперь оказалась анонимной!

Включены сведения о статистических обществах, учреждениях и журналах и о некоторых математических понятиях, например об интегралах Эйлера и формуле Стирлинга. Только Предисловие к Дополнительному тому 1 1997 г. разъясняет, что энциклопедия предназначена для читателей, имеющих некоторую статистическую подготовку, но что более серьезные статьи требуют знания теоретической статистики. Добавим: в некоторых случаях нужна и серьезная математическая подготовка.

Редакторы стремились отразить идеи и методы последних 25 – 30 лет, включать исторический фон и наметить перспективы "если это представлялось важным", помещать "приятные и интересные статьи". Сразу скажем: фон оказался ущербным и уже поэтому интересных статей мало.

Нам известны только две предшествующие энциклопедии подобного направления. Одна из них (Прохоров 1999) написана на современном математическом уровне, которого, в расчете на своих читателей, нынешний труд никак не достигает, и не содержит никаких исторических сведений. Вторая энциклопедия (Kruskal, Tanur, 1978) написана несколько проще нынешней, гораздо полнее и вернее отразила историю статистики (частично и теории вероятностей) и не содержала устаревших сведений. Из этих двух источников упомянут лишь второй, но только в одной статье, мельком и даже без указания выходных данных.

Большая доля явно устаревших статей сильно снижает ценность энциклопедии, а сведения по истории статистики как правило отрывочны, иногда ошибочны, а во многих случаях просто отсутствуют. При описании истории журнала *Биометрика* (т. 1, с. 550, или просто 1/550) не упомянут Дарвин, математическая разработка идей которого и была первоначальной целью редакторов. В статье *Наименьших квадратов* [метод] (6/4112) нет ссылки на Петрова (1954) и не упомянуты собрания сочинений Лапласа и Гаусса; приведены сведения об эффективных, но не о совместно-эффективных оценках (3/1875); в связи со стохастическими дифференциальными уравнениями помещена биография К. П. Ланжевена (6/3960), но о них ничего не сказано в биографии С. Н. Бернштейна; и сообщается о мифической и давно похороненной теореме Гаусса – Маркова (4/2647). Наконец, Мендель лишь упомянут в статье *Статистическая генетика* (12/8041), а биографии Эйлера, заслуги которого в статистике населения, теории ошибок и страховой науке несомненны, нет (хотя включено несколько тем, связанных с ним, например эйлеровы интегралы).

Мы не нашли ни географии растений, ни судебной, ни моральной статистики. Последняя невероятно разрослась со времен Кетле и изучает, например, благотворительность и подвижность населения (они не описаны и сами по себе). Нет отдельной статьи и о самоубийствах, которые начали статистически изучаться с 1825 г. Заглавия статей не выдержаны в едином ключе: помимо упомянутой *Статистической генетики* есть и *Астрономия, статистика в ней* (1/252).

В общем, словник энциклопедии малоудовлетворителен и ее редактирование желает много лучшего. Однако, помня об указанных выше недостатках статей, современные специалисты обязательно должны иметь ее в виду, но вот историки науки смогут основываться на этом источнике только на свой риск и страх.

В заключение укажем, что существуют важные библиографические источники по статистике и теории информации, не являющиеся, правда, энциклопедиями; мы включили их в Библиографию.

Библиография

Петров В. В. (1954), О методе наименьших квадратов и его экстремальных свойствах. *Успехи математич. наук*, т. 9, с. 41 – 62.

Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М.

Dictionary (1970 – 1990), *Dictionary of Scientific Biography*. New York, vols 1 – 18. Рецензии на первые три тома: *Новые книги за рубежом*, серия А, № 5, 1972, с. 5 – 8 (наша совместная рецензия); № 10, 1972, с. 6 – 7 (наша рецензия); № 1, 1973, с. 7 – 10 (наша совместная рецензия).

Kendall M. G., Doig A. G. (1968), *Bibliography of Statistical Literature pre-1940 with Supplements for 1940 – 1949 and 1950 – 1958.* Edinburgh – London. Наша рецензия: *Новые книги за рубежом*, серия А, № 10, 1969, с. 21 – 24.

Kruskal W. H., Tanur Judith M., Editors (1978), *International Encyclopedia of Statistics*. New York – London.

Lancaster H. O. (1968), *Bibliography of Statistical Bibliographies.* Edinburgh. Наша рецензия: *Новые книги за рубежом*, серия А, № 9, 1968, с. 23 – 25.

Leading (1997), *Leading Personalities in Statistical Sciences*. Editors Norman L. Johnson, Samuel Kotz. New York.