В. И. Борткевич, А. А. Чупров

Статьи авторов. Некрологи и воспоминания о них

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Берлин, 2007

Содержание

Введение

1. Содержание книги. Этот сборник почти исключительно составлен из материалов, так или иначе связанных с Владиславом Иосифовичем Борткевичем (1868 – 1931) и Александром Александровичем Чупровым (1874 – 1926). В 1901 г. Борткевич эмигрировал в Германию и, будучи поляком из дворянского рода, стал называться Ladislaus von Bortkiewicz. Мы сохраняем то написание, которые применяли ссылающиеся на него авторы.

Некоторые сравнительно длинные материалы мы разбили на параграфы, указывая их номера в квадратных скобках ([1], [2], и т. д.), параграфы без скобок были вставлены самими авторами. Кроме того, во многих случаях мы сочли целесообразным разбивать изложение на более мелкие абзацы.

В первом разделе мы поместили 1) переводы двух статей Борткевича и оригинальный немецкий текст его рукописи, которая была опубликована лишь в итальянском переводе. Одна из указанных статей это некролог по случаю смерти Чупрова, и мы могли бы внести ее во второй раздел, но сочли более подходящим объединить все три работы Борткевича.

2) Неопубликованный отзыв Чупрова на книгу о статистике населения, рукопись, опубликованную лишь в нашем английском переводе, и переводы двух статей, а точнее – одну из них полностью, из другой же только предисловие.

В втором разделе мы публикуем материалы о Борткевиче и Чупрове, – в основном некрологи, написанные по случаю их смерти, притом только малоизвестные отечественному читателю (опубликованные за рубежом). Некоторые некрологи, хоть и не содержат, пожалуй, ничего нового, важны уже самим фактом своего появления; Кейнс, например, счел нужным сообщить о смерти Чупрова, а Мизес – о смерти Борткевича.

Всех некрологов мы явно не нашли (или даже не включили), но и приведенных нами достаточно, чтобы оценить отклик современников на жизнь и труды двух крупнейших статистиков своего времени (а в случае Борткевича – и экономиста). Кроме того, в этих некрологах и других материалах содержатся интересные факты, в основном, правда, касающиеся деталей, и, приходится добавить, ошибочные сведения. Упомянем здесь и статьи из первого издания БСЭ, которые, в полном соответствии с тогдашней политической обстановкой в Советском Союзе (Шейнин 1998), поносили и Борткевича, и Чупрова (и других ученых).

Заметим, что *Вестник статистики* не поместил некролога на смерть Чупрова (а в 1931 г., в год смерти Борткевича, этот надолго ликвидированный журнал вообще не выходил). Как раз в то время "руководящее положение" в нем заняла Мария Смит. Сообщая об этом Борткевичу (Борткевич, Чупров 2005, Прим. 178.2), Н. С. Четвериков добавил: "выводы отсюда ясны"; о ее мерзкой роли см. Шейнин (1998). Чупров, кстати сказать, "воздержался" от посылки ей своих оттисков, "смутно соображая", что связью с ней "едва ли" следует дорожить (письмо Борткевичу 1922 г. № 178).

Некоторые авторы некрологов приложили весьма полезные в то время списки сочинений Чупрова или Борткевича. Мы, однако, исключили их, поскольку составили более полные библиографии (п. 2).

Наконец, в Приложении мы поместили три некролога, один – по случаю смерти Кнаппа, наставника Чупрова, и два других, посвященных памяти одного из близких учеников Чупрова, С. С. Кона (который также является одним из авторов в нашем втором разделе).

2. Библиография. Сразу скажем, что в конце нашего Введения мы перепечатываем списки сочинений Борткевича и Чупрова, на которые будем неизменно ссылаться (указывая год публикации, год ее русского перевода, если он был сделан, и номер работы по соответствующему списку), из книги Борткевич, Чупров (2005, с. 309 – 317). Несколько вновь найденных нами работ Борткевича включены в общий список литературы, который помещен здесь же, в конце Введения. Он соответствует почти всему сборнику; отдельными библиографиями снабжены только статьи Чупрова.

Как правило, авторы не указывали номеров страниц (а иногда даже самих источников) приводимых ими цитат, но во многих случаях нам удалось уточнить их ссылки.

Тут же добавим, что, ссылки на какой-либо материал из этого сборника указаны только его номером (римскими цифрами) в соответствии с Содержанием. Далее, ссылаясь на переписку Борткевича и Чупрова, мы сообщаем лишь год письма и его номер в последнем из названных выше источников.

Мы широко пользовались нашей книжкой о Чупрове (Шейнин 1990), написанной на основе архивных данных, и перепиской Борткевича и Чупрова и использовали и новейшую литературу.

3. Общие сведения о В. И. Борткевиче и А. А. Чупрове. Существует общее, но неверное мнение, будто в первые годы их знакомства Борткевич был если не учителем, то наставником Чупрова. На самом деле, как Чупров писал своему отцу в 1897 г. (Шейнин 1990, с. 26), "обмен мыслями" с ним придает ему "могучий стимул", однако учителем "он быть не может – разница знаний между нами [между ними] недостаточно велика".

При этом, как сразу выясняется из первых писем их переписки, именно Чупров исправлял математические недочеты и ошибки Борткевича (который вовсе не имел математического образования). Добавим, что последний был издавна знаком с отцом Чупрова и что именно тот рекомендовал Борткевича (его письмо Чупрову 1897 г. № 25) преподавателем в Александровский лицей.

Многие авторы без колебаний называли Борткевича немецким ученым, и это действительно так. Однако, во-первых, он никогда не порывал своих научных связей с Россией (Борткевич, Чупров 2005, с. 9 – 12), и, во-вторых, общепризнанно, что для Германии он оставался *чужеродным телом*; *Андерсон*, 1929 же посчитал, что Борткевич скорее международный или даже русский профессор.

В Россию Борткевич так и не вернулся. В 1905 г. он, например, заявил, что "настоящий момент едва ли благоприятен" для этого (письмо Чупрову 11.7.1905 № 78), а 22.7.1905, в письме № 79, добавил, что чувствует себя в Германии

Прекрасно в смысле рода, условий и места деятельности. Одна беда, да и то не очень большая, что сравнительно небольшое вознаграждение, причем […] *если бы даже осуществилось намерение Лексиса передать мне кафедру* [в Гёттингене]*, это не особенно улучшило бы мое материальное положение*.

В Гёттинген Борткевич не попал, а *чужеродным телом* оставался потому, что в Германии ни экономисты, ни статистики в то время не владели в достаточной степени математикой, а сам он, надо признать, либо не умел, либо не считал нужным писать методически понятно. И пока не найдется желающего переработать его основные статьи (и потратить на это не менее года), никакого сборника его трудов, на который надеялись некоторые авторы, в печати не появится.

Винклер (1931, некролог, с. 1030), например, цитирует полученное им (когда?) письмо Борткевича: "радуюсь, что в Вашем лице нашел одного из пяти ожидаемых мной читателей". Оказывается, что труды Борткевича были почти бесполезны… А ведь он мог, вполне мог бы, методически располагать содержание своих статей, снабжать изложение подзаголовками, убирать побочные замечания в приложения. Чупров еще в 1898 г. упрекал его (письмо № 35): "Впечатление от Вашего этюда [1898/15] на человека, не знакомого с Парето, – *и сто́ит с таким дураком возиться*! […]. Надо было […]".

Скверно обстоит дело с его **законом малых чисел** (1898/14), обсуждению которого мы посвятили длинное примечание (Борткевич, Чупров 2005, Прим. 2.4). Здесь мы повторим, что с самого начала и Чупров, и Марков возражали против его названия, что Борткевич так и не сформулировал свой закон и что он не настаивал на условии малости вероятности, поскольку *малые числа* могли быть следствием малого числа испытаний. Многие авторы, начиная быть может с Маркова, возражали против такого расширения действия закона малых чисел за пределы формулы Пуассона. И вместе с тем именно Борткевич воскресил эту надолго забытую формулу, а его закон длительное время считался весьма существенным теоретическим достижением.

Сочинения **Чупрова** содержат большое число сложных формул, проверять которые никто или почти никто, видимо, и не брался.

Вот мнение Романовского (1930, с. 416 и 417) по поводу его формул теории корреляции, притом его первое высказывание можно отнести и ко многим другим трудам Чупрова: “представляя значительный теоретический интерес”, они “почти неприменимы” ввиду сложности вычислений. И далее (с. 417): оценка эмпирических коэффициентов корреляции по выборкам из произвольной совокупности возможна почти исключительно по формулам Чупрова, которые, однако, крайне громоздки, неполны и мало изучены.

Особо скажем, что принятые Чупровым системы обозначений часто просто негодны, хотя в некоторых случаях их можно было бы легко улучшить (например, введением греческих букв). Но как быть, если, одновременно и сверху, и снизу, основная строка сопровождаются двухэтажными индексами (1923/51)?

В 1923 г., отвечая Е. Е. Слуцкому, Чупров (Шейнин 1990, с. 41) заметил:

Поднимаемый Вами вопрос о системе обозначений настолько важен и сложен, что сразу ответа не написал […]. [Систему обозначений] *нужно внимательно обсудить – в первую очередь* […] *между Вами, мной, Четвериковым, Андерсоном, Романовским и Мордухом*.

Мы не знаем, состоялось ли такое (разумеется, заочное) обсуждение, но положение после этого письма не изменилось, хотя индексов, подобных упомянутым выше, больше, видимо, не было.

По всеобщему мнению, которое разделял и *Слуцкий*, ***Очерки*** **Чупрова** были существенным вкладом в статистическую науку и единственным их критиком оказался Марков (1911, с. 163): в них не было “той ясности и определенности, которая требуется исчислением вероятностей” [и вообще математикой].

Гораздо резче, хотя и без пояснений, он высказался в письме к В. А. Стеклову в 1910 г. (*Материалы* 1991, с. 195): “С математической точки зрения [диссертация Чупрова] содержит гораздо больше вздора, чем диссертация Орженского […]”. С этой точки зрения “ее необходимо безусловно отвергнуть”. Диссертацию Орженского, о которой Марков писал Стеклову в том же году (там же, с. 194), мы уже не будем обсуждать.

Мы полагаем, что *Очерки* настолько пропитаны философией и логикой, что статистика подчас оказывалась в них второстепенной дисциплиной. В самом деле, В. Виндельбанд и Г. Риккерт, которых Чупров выдвинул на первый план, оставили след в истории философии, но ни в статистике, ни в философии теории вероятностей их никто не вспоминает (а может быть и не вспоминал после Чупрова).

Н. С. Четвериков (Чупров 1960/65, Вводные замечания) подчеркивает своевременность философских рассуждений Чупрова, но всё-таки представляется. что статистика могла бы просто перешагнуть через отсталые взгляды представителей иных наук, – и что она на самом деле так и сделала. Ну, допустим, что *Очерки* почти сразу появились в английском переводе; избавились бы англичане от однобокости своей школы? Вряд ли, но это сочинение понадобилось самому автору, чтобы осознать необходимость сближения существовавших направлений статистики.

Что же касается логики, то Чупров даже в 1923 г. написал Н. С. Четверикову (Шейнин 1990, с. 92 – 93), что не видит возможности "перекинуть формально-логический мост через трещину, отделяющую частость от вероятности как и во время писания *Очерков*". Он не упомянул усиленный закон больших чисел, о котором безусловно узнал (Слуцкий 1925, с. 2), ни в этом письме, ни в одном из своих трудов, и таким образом не признал, что математика оказалась в этом смысле куда важнее логики.

Известно, что Чупров не согласился на повторное переиздание своих *Очерков*, и Четвериков (1968b, с. 51) предположил, что причиной тому было неудовлетворительное изложение там теории устойчивости. Да, по крайней мере примерно после 1916 г. этой причины было более, чем достаточно. Но оставался ли Чупров довольным остальными разделами своего сочинения, две трети основного содержания которого появилось уже в его студенческой диссертации (*Андерсон* 1926, § 8) и над которым он трудился 15 лет (1909/21, 1959, с. 30)? Ведь в письме Борткевичу № 162 1921 г. Чупров заметил, что "в последние годы" его "отвернуло" от философии к математике, а начался этот процесс безусловно с его переписки 1910 – 1917 гг. с Марковым.

Примечательно, что тот же Слуцкий (см. выше) "в середине 1940-х годов даже с некоторым раздражением отказывался обсуждать чисто логические концепции, хотя и не мог пройти мимо модной в то время критики […] теоремы Бейеса" (Четвериков 1959/1975, с. 272).

Уместно добавить замечание **о методе математических ожиданий**, который упоминали многие авторы. Так, *Четвериков* (п. 4) указал, что Чупров (1916/32) "великолепно" приложил этот метод. Да, Чупров действительно великолепно вычислил математическое ожидание коэффициента дисперсии, но не более того. Метод моментов (как он всё-таки называется) применяется для оценки параметров распределения: выборочные моменты приравниваются к соответствующим моментам генеральной совокупности.

И когда Чупров (1918 – 1919, 1921/37, 1918, с. 140) со ссылкой на О. Н. Андерсона обвинил англичан в том, что они пренебрегают этим методом, то он не был вполне прав: метод моментов ввел Пирсон, правда для подбора параметров заранее выбранного типа кривой по статистическим данным. На самом деле Чупров имел в виду отказ английской школы от априорных понятий генеральной совокупности, и в первую очередь от самого математического ожидания.

В том же сочинении (1918, с. 156 – 157) Чупров вычислял моменты вида $\mathrm{E}(\bar{x} - \mathrm{E}\bar{x})^h$ при произвольных натуральных h с целью определить предельное распределение среднего арифметического $\bar{x}$ взаимно независимых значений случайной величины с произвольным дискретным распределением. В теории вероятностей метод моментов в ином понимании применили Чебышев и Марков для доказательства центральной предельной теоремы и Чупров (1923/51, Предисловие, пп. 4 и 5, см. второй раздел этого сборника) ссылался на Маркова в таком контексте, который позволял предполагать, что и он сам будет (в основной части статьи) доказывать некоторые варианты этой теоремы, но ограничился тяжелыми вычислениями моментов старших порядков некоторых величин. Всех полученных им общих формул Чупров не привел ввиду их громоздкости (его собственные примечания) и к предельным соотношениям не переходил. Строго говоря, метода моментов он не применял ни в обычном, ни в *стохастическом* понимании.

4. Устойчивость статистических рядов. Лексис (1879) качественно описал возможное поведение статистических рядов (и тем самым сделал первый шаг к выделению в них стационарности и тренда), но основное внимание уделил проверке постоянства вероятности появления изучаемого события в отдельных испытаниях и их независимости. Со временем его теория была углублена и расширена, особенно Борткевичем, Марковым и Чупровым. Затем, однако, Чупров (и Мордух) по существу похоронил ее, но зато фактически ввел важное математико-статистическое понятие *конечной переставляемости* (Seneta 1987; Шейнин 2002). Заметим, впрочем, что в любом случае заслугой Лексиса остается его попытка исследования статистических данных при помощи стохастической модели. В этом отношении он фактически последовал за Пуассоном и Бьенеме и оказался основателем *континентального направления* статистики.

Мы здесь только укажем, что в русском переводе его статьи напрасно введен термин *стабильность*. Четвериков (1968b), а до него, например, Боярский (1936), правильно указали, что следует различать плавное изменение изучаемой вероятности от ее беспорядочной колеблемости около постоянного или медленно изменяющегося уровня. Второй тип изменений Четвериков и характеризовал степенью *стабильности* (в отличие от *устойчивости*) и употребил его уже при переводе названия статьи Лексиса. Тот же термин он применил в названии переведенной им работы Чупрова (1918 – 1919/36), хотя в другом случае (1926/62) отказался от него в пользу *устойчивости*. Да, формально следовало говорить о стабильности, но по существу это внесло путаницу: вся теория Лексиса описывала только указанную выше колеблемость, и можно (и нужно) было ограничиться единым термином *устойчивость* (которым пользовался Чупров).

5. Терминология (замечания к статьям А. А. Чупрова). *Устойчивость ряда*. Так писал Чупров (1916/32, с. 1790), но при переводе исследований Лексиса (1879) и Чупрова (1918 – 1919/36) Н. С. Четвериков неудачно применил термин *стабильность*.

Коэффициент дисперсии. Лексис (1879) никак не назвал введенный им коэффициент Q и окрестили его таким образом Марков (1916) и Чупров (1916/32), а Бауер (1955/1968, с. 229) заметил, что в начале XX в. он стал известен как *коэффициент дисперсии или дивергенции.* Последний термин неудачен уже потому, что есть и *дивергенция векторного поля*. Возможно, что ввел его Дормуа [в 1878 г.]; на него сослался Борткевич (1901/21, с. 1 прим.), который там же последовал за своим предшественником.

Дисперсия. Лексис (1879) применил этот термин в качественном смысле. Он остался в отечественной литературе, а потому и в переводе Лексиса, хотя, возможно, следовало бы писать *рассеяние*. В точном количественном смысле термин дисперсия (точнее, *variance*), как заметил Дейвид (2001, с. 227), ввел Фишер (1918, с. 399), а по поводу русского эквивалента, *дисперсия*, мы можем сослаться на Колмогорова (1931), который, впрочем, вряд ли был первым, кто применил его, и на Борткевича, который употребил его лишь в письме Слуцкому 1926 г., см.их переписку в www.sheynin.de.

Средняя квадратическая ошибка. Этот термин общеупотребителен в практической астрономии и геодезии быть может с конца XIX в.; применил его и Борткевич (1901/21, с. 1 прим.), но, кажется, только один раз, а у Чупрова мы находим его в заглавии его рукописи [V] и в Письме 122 Борткевичу 1913 г. Впрочем, в той же рукописи, в начале § 7,Чупров упомянул в том же смысле *квадратическую ошибку*.

Средняя ошибка. Этот термин восходит к Гауссу (1823, § 7). Пусть

$$m^2 = \int x^2 \varphi(x) dx,$$

где интеграл берется в надлежащих пределах. В этом случае средней ошибкой (*errorum medium*) наблюдений, “неизвестные ошибки x которых имеют относительную вероятность $\varphi(x)$”, он назвал величину m. Термин Гаусса в применении к конечному числу наблюдений (его знаменитая формула, см. там же, § 39), а не средняя квадратическая ошибка, как мы сейчас понимаем эту величину, удержался в классической теории ошибок (Гельмерт) и встречается у Идельсона (1947, § 5.12).

Плохо, однако, что среднюю ошибку стали как-то отождествлять с дисперсией. Так, [V, § 1, см. формулу (5)], Чупров сформулировал задачу определить $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2$, но имел в виду среднюю квадратическую ошибку. Напомним, что вместо Q статистики уже тогда начали применять Q^2 и что $\mathrm{E}Q^2 = 1$. Аналогичную неприятность мы находим в его статье 1923 г. [VII, § 2.2].

6. Неизвестные стороны деятельности Чупрова. *Гулькевич* четко указал, что его взгляды и мнение Чупрова о положении в России сразу после 1917 г. совпадали, а в целом его некролог свидетельствовал об их необычно теплой дружбе. В нашем распоряжении имеются письма Чупрова Гулькевичу 1919 – 1921 гг., которые мы надеемся опубликовать заодно с его позднейшими письмами тому же Гулькевичу, обнаруженные другим исследователем. Наши собственные материалы во всяком случае подтверждают только что сказанное и описывают организационное участие Чупрова в работе русского издательства *Слово* в Берлине.

Напомним, далее, что в 1919 г. в Стокгольме на французском языке был издан памфлет *Разложение большевизма* (1919/38), известный лишь в одном экземпляре, который мы отыскали в

Национальной библиотеке Франции. Недавно он был переведен на русский язык, автором же его по всей видимости был Чупров. Ни в одном письме он, правда, не упоминает этого памфлета, что можно объяснить обоснованными опасениями. Впрочем, только что мы узнали (но не успели проверить), что еще один экземпляр памфлета хранится в Страсбурской национальной и университетской библиотеке.

Еще более интересно, что в Лондоне, в библиотеке British Library, хранятся 30 томов материалов Комитета освобождения России (Russian Liberation Committee), в одном из которых (случайно разысканный нами шифр: Add 54437, с. 123 – 128) находится часть машинописного письма Чупрова с датой, на с. 126, 6 янв. 1919. Вот некоторые выводы из него.

На с. 128 мы читаем рукописное дополнение:

Прошу засвидетельствовать мое почтение Вашей супруге и Павлу Гавриловичу. А. Чупровъ

Послание мое, начатое в середине декабря, задержалось за отсутствием надежной оказии чуть не на месяц. Сейчас берет его на свое попечение К. Н. Г. [Гулькевич] *и отправит его в Париж.*

Можно понять, что в указанных томах имеются и более ранние, и, возможно, позднейшие письма Чупрова (и быть может других известных лиц), но английские архивисты не знают русского языка и не могут составить описание своих томов, так что заочно ничего заказывать нельзя. Далее, Чупров то ли не доверял шведской почте, то ли боялся, см. ниже, что о его письме узнают в Москве.

На с. 124 содержится следующее утверждение, после которого о *крамольном* памфлете можно просто забыть:

Передумывая заново вопрос об интервенции в связи со всеми Erfahrungen [со всем опытом] *последних месяцев, я с еще большей определенностью чем ранее прихожу к убеждению: интервенция может дать результат лишь в том случае, если западная и американская демократия открыто признают ее своим делом, поняв, наконец, что в Совдепии fabula narratur* [дело идет] *не о России только, а о судьбах европейской культуры. Интервенция же, прожимаемая всяческими правдами и неправдами в обход общественного мнения при помощи закулисных влияний, ничего кроме новых бед никому не несет. К ясной и гласной постановке вопроса об интервенции в союзных странах нам, русским, и надо стремиться.*

Признательность. Мы искренне благодарны А. Л. Дмитриеву, от которого получили материалы [IV] и [VIII] и примечания к первому из них, и Х. Халлбергу, см. [I], равно как и Г. Раушеру (Вена) и К. Виттиху (Женева) за указание некоторых источников и присылку ксерокопий. Без их помощи этот сборник выглядел бы хуже.

Библиография (В. И. Борткевич, А. А. Чупров)

Из книги Борткевич, Чупров (2005). Во многих случаях приведены рецензии на книги, которые включены лишь в общую Библиографию в указанной книге

Сокращения

AGSA = *Archiv für Geschichte des Sozialismus und der Arbeiterbewegung*

ASWSP = *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*

Hdwb = *Handwörterbuch*

JGWW = *Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reich*

JNÖS = *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*

NST = *Nordisk Statistisk Tidskrift*

SAT = *Skandinavisk Aktuarietidskrift*

ZgVW = *Zeitschrift für die gesamte Versichrungs-Wissenschaft*

Борткевич, В.И. (Bortkiewicz, L. von)

Книги и статьи

1 (1889), О русской смертности. *Врач,* т. 10. №48, с. 1053 - 1056.

2 (1890), Auseinandersetzung mit Walras. *Rev. d'econ. politique,* t. 4.

3 (1890), Смертность и продолжительность жизни мужского православного населения Европейской России. *Зап. Имп. АН,* т. 63, Прил. 8. Отдельная пагинация.

4 (1891), То же название для женского населения. Там же, т. 66, Прил. 3. Отдельная пагинация.

5 (1892), Lebensdauer. *Hdwb der Staatswissenschaften;* Bd. 4; Bd. 5, 1900; Bd. 6, 1910; Bd. 6, 1925, pp. 261 - 271.

6 (1893), Die mittlere Lebensdauer (*Staatswissenschaftliche Studien,* Bd. 4, No. 6). Jena.

7 (1893), Russische Sterbetafeln. *Allg. stat. Archiv,* Bd. 3, pp. 23 - 65.

8 (1894 - 1896, нем.), Критическое рассмотрение некоторых вопросов теоретической статистики. В книге Четвериков (1968, с. 55 - 137).

9 (1894), Sterblichkeit und Sterblichkeitstafeln. *Hdwb der Staatswissenschaften,* Bd. 6; дальнейшие издания: там же, Suppl.-Bd. 1, 1895; Bd. 6, 1901; Bd. 7, 1911, pp. 930 - 944.

10 (1895), *Grundriss einer Vorlesung uber die Arbeiterversicherung im Deutschen Reich.* Strassburg.

11 (1896), Die finanzielle Stellung des Reichs zur Arbeiterversicherung. JNÖS, Bd. 12 (67), pp. 538 - 563.

12 (1897), Несчастные случаи. *Энц. Словарь Брокгауза и Ефрона,* полутом 40, с. 925 - 930.

13 (1898), Das Problem der Russischen Sterblichkeit. *Allg. stat. Archiv,* Bd. 5, pp. 175-190,381 - 382.

14 (1898), *Das Gesetz der kleinen Zahlen.* Leipzig.

15 (1898), Die Grenznutzentheorie als Grundlage einer ultraliberalen Wirtschaftspolitik. JGVV, Jg. 22, pp. 1177 - 1216.

16 (1899), Erkenntnistheoretische Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. JNOS, Bd. 17 (72), pp. 230 - 244.

17 (1899), Eine Entgegnung (gegen Stumpf, betr. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung). JNÖS, Bd. 18 (73), pp. 239 - 242.

18 (1899), Uber die Sterblichkeit der Empfanger von Invalidenrenten

vom statistischen und versicherungstechnischen Standpunkte. Z. *Versicherungs-Recht und Wissenschaft,* Bd. 5, pp. 563 - 605.
19 (1899), Der Begriff "Sozialpolitik". JNÖS, Bd. 17 (72), pp. 332 - 349.
20 (1900), *Из курса статистики.* Лекции в Александровском лицее. СПб.
21 (1901), Über den Pracisionsgrad des Divergenzcoefficienten. *Mitt. Verbandes öster. u. ungar. Versicherungs-Techniker,* No. 5, pp. 1 - 3.
22 (1901), Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik. *Encyklopddie der math. Wissenschaften,* Bd. 1, pp. 821 - 851.
23 (1901), O stopniu dokladnosci spolczynnika rozbieznosci. *Wiedomosci Matematyczne,* t. 5, pp. 150 - 157.
24 (1903), Теория вероятностей и борьба против крамолы. *Освобождение* (Штутгарт), кн. 1, с. 212 - 219. Статья опубликована только в части тиража. Подписано Б. На свое авторство Борткевич указал позднее [54, с. 353].
25 (1903), Risicoprämie und Sparprämie bei Lebensversicherungen auf eine Person. *Assecuranz-Jahrbuch,* Jg. 24, No. 2, pp. 3 - 16.
26 (1903), Wahrscheinlichkeit und Erfahrung. *Z.f. Philosophie u. philosophische Kritik,* Bd. 121, pp. 71 - 86.
27 (1903), Über die Methode der "Standard population". *Bull. Intern. Stat.Inst.,* t. 14, No. 2, pp. 417 - 437.
28 (1903), Die Haftpflichtversicherung. JGVV, Jg. 27, pp. 1085 - 1107.
29 (1904), Die Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik nach Lexis. JNÖS, Bd. 27 (82), pp. 230 - 254.
30 (1904), Über versicherungsmathematischen Unterricht an den Universitäten. *Proc. Fourth Intern. Congr. Actuaries,* vol. 1. New York, pp. 743 - 749.
31 (1904), Die Königlich Preussische Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin. In *Universitäten im Deutschen Reich* (*Unterrichtswesen im Deutschen Reich,* Bd. 1), pp. 313 - 329. Соавтор W. Lexis.
32 (1905), О статистической регулярности. *Вестник Права,* т. 35, №8, с. 125 - 154.
33 (прим. 1905), Курс лекций в Русской школе социальных наук в Париже. Подробности неизвестны.
34 (1906), Der wahrscheinlichkeitstheoretische Standpunkt im Lebensversicherungswesen. *Österreichische Rev.,* No. 24 - 28, pp. 149 - 150, 155 - 156, 161, 167 - 168, 173 - 174.
35 (1906), Die Kürzung der Versicherungsdauer als Schutzmittel gegen Sterblichkeitsverluste. ZgVW, Bd. 6, pp. 482 - 488.
36 (1906), Ist die Kürzung der Versicherungsdauer bei nicht vollig normalen Risiken immer unzweckmaßig? *Z.f. Versicherungswesen,* No. 31, p. 314.
37 (1906), Der Kardinalfehler der Böhm-Bawerkschen Zinstheorie. JGVV, Jg. 30, pp. 943 - 972.
38 (1906), Die geldtheoretischen und die wahrungspolitischen Konsequenzen des "Nominalismus". Там же, pp. 1311 - 1344.
39 (1906), War Aristoteles Malthusianer? *Z.f. d. ges. Staatswissenschaft,* Bd. 62, pp. 383 - 406.
40 (1906 - 1907), Wertrechnung und Preisrechnung im Marxschen System. ASWSP, Bd. 23, pp. 1 - 50; Bd. 25, pp. 10 - 51, 445 - 488.

Перепечатка: Achenbach, 1976.
41 (1907), *Grundriss einer Vorlesung über allgemeine Theorie der Statistik.* Berlin. Второе изд. 1912.
42 (1907), Zur Berichtigung der Grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx im dritten Band des "Kapital", JNÖS, Bd. 34 (89), pp. 319 - 335.
43 (1907), Zur Zinstheorie. Entgegnung. JGVV, Jg. 31, pp. 1288 - 1303.
44 (1907), Wie Leibniz die Diskontierungsformel begründete. *Festgaben für W. Lexis.* Jena, pp. 59 - 96.
45 (1908), La legge dei piccoli numeri. Chiarimenti. *Giornale degli Economisti,* ser. 2, vol. 37, pp. 417 - 427.
46 (1908), Die Bevölkerungstheorie. Die Entwicklung der deutschen Volkswirtschaftslehre im 19. Jahrhundert. *Festschrift zu G. Schmollers 70. Geburtstag.* Leipzig, pp. 1 - 57.
47 (1909), Ancora la legge dei piccoli numeri. *Giornale degli Economisti,* ser. 2, vol. 39, pp. 395 - 415.
48 (1909), Die statistischen Generalisationen. *Scientia,* t. 5, pp. 102 - 121.
49 (1909), Die Deckungsmethoden der Sozialversicherung. *VI Internationaler Kongress für Versicherungs-Wissenschaft,* Bd. 1, pp. 473 - 505.
50 (1909), Fehlerausgleichung und Untersterblichkeit. ZgVW, Bd. 9, pp. 122 - 128.
51 (1910), Eine geometriche Fundierung der Lehre vom Standort der Industrien. ASWSP, Bd. 30, pp. 758 - 785.
52 (1910), Zur Verteidigung des Gesetzes der kleinen Zahlen. JNÖS, Bd. 39 (94), pp. 218 - 236.
53 (1910), Mathematisch-Statistisches zur Preussischen Wahlrechtsreform. Там же, с. 692 - 699.
54 (1910), Задачи и концепции научной статистики. *Ж. Мин. Народн. Просв.,* т. 25, №2, с. 346 - 372 второй пагинации.
55 (1910), Die Rodbertus'sche Grundrententheorie und die Marx'sche Lehre von der absoluten Grundrente. AGSA, Bd. 1, pp. 391 - 434.
56 (1910- 1912), Über den angeblichen Zusammenhang zwischen Fehlerausgleichung und Untersterblichkeit. ZgVW, Bd. 10, pp. 559 - 564; Bd. 12, pp. 747 - 752.
57 (1911), Die Sterbeziffer und der Frauenüberschuss in der stationären und in der progressiven Bevölkerung. *Bull. Intern. Stat. Inst.,* t. 19, pp. 63 - 141, 308 - 339.
58 (1913), Über Naherungsmethoden zur genaueren Berechnung der verlebten Zeit. *Assecuranz-Jahrbuch,* Jg. 34, pp. 158 - 214.
59 (1913), *Die radioaktive Strahlung als Gegenstand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen.* Berlin.
60 (1913-1914), Die Daseinberechtigung der mathematischen Statistik. *Die Geisteswissenschaften,* Jg. 1, pp. 234 - 237, 261 - 264.
61 (1915), Realismus und Formalismus in der mathematischen Statistik. *Allg. stat. Archiv,* Bd. 9, pp. 225 - 256.
62 (1915), W. Lexis zum Gedächtnis. ZgVW, Bd. 15, pp. 117 - 123.
63 (1915), W. Lexis. Nekrolog. *Bull. Intern. Stat. Inst.,* t. 20, No. 1, pp. 328 - 332.
64 (1915), Über die Zeitfolge zufälliger Ereignisse. Там же, №2, с. 30

- 111.
65 (1916), Wie ist das Tempo der Bevölkerungsvermehrung zu erfassen? ZgVW,Bd. 16, pp. 692 - 718.
66 (1917), *Die Iterationen.* Berlin.
67 (1917), Ziele und Grande der Los-vom-Geld-Bewegung. *Norddeutsche allg. Z.*
68 (1918), Homogenität und Stabilität in der Statistik. SAT, Bd. 1, pp. 1 - 81.
69 (1918), Wahrscheinlichkeitstheoretische Untersuchungen über die Knabenquote bei Zwillingsgeburten. *Arch. d. Math. u. Phys.,* Bd. 27, pp. 8 - 14 второй пагинации.
70 (1918), Der mittlere Fehler des zum Quadrat gehobenen Divergenzkoeffizienten. *Jahresber. d. Deutschen Mathematiker-Vereinigung,* Bd. 27, pp. 71 - 126.
71 (1918), Das wahrungspolitische Programm Otto Heyns. JGVV, Jg. 42, pp. 735 - 752.
72 (1919), *Bevölkerungswesen.* Leipzig - Berlin.
73 (1919), Die Frage der Reform unserer Wahrung und die Knappsche Geldtheorie. *Annalen f. soziale Politik u. Gesetzgebung,* Bd. 6, pp. 57 - 102.
74 (1919), Ergebnisse verschiedener Verteilungssysteme bei der Verhaltniswahl. Там же, pp. 592 - 613.
75 (1919), Zu den Grundrententheorien von Robertus und Marx. AGSA, Bd. 8, pp. 248 - 257.
76(1920), Zur Arithmetik der Verhaltniswahl. *Sitz. Ber. Berliner math. Gesellschaft,* Bd. 18, pp. 17 - 24.
77 (1920), Die Dispersion der Knabenquote bei Zwillingsgeburten. *Z.f. Schweiz. Volkswirtschaft u. Statistik* (позднее *Schweiz. Z. f. Volkswirtschaft u. Statistik*), Bd. 56, pp. 235 - 246.
78 (1920), Valutapolitik auf neuer Grundlage. *Bank-Archiv,* Jg. 19, pp. 98 - 102.
79 (1920), Das Laplacesche Erganzungsglied und Eggenbergers Grenzberichtigung zum Wahrscheinlichkeitsintegral. *Arch. d. Math. u. Phys.,* Bd. 20, pp. 37 - 42.
80 (1920), Statistik. *Schriften d. Vereins f. Sozialpolitik,* Bd. 160, pp. 272 - 286.
81 (1920), Der subjektive Geldwert. JGVV, Jg. 44, pp. 153 - 190.
82 (1920), Gibt es Deportgeschafte? Там же, pp. 741 - 751.
83 (1920), Zum Problem der Lohnmessung. Там же, pp. 1001 - 1020.
84 (1921), Neue Schriften über die Natur und die Zukunft des Geldes. Там же, Jg. 45, pp. 621 - 647, 957 - 1000.
85 (1921), О мере точности коэффициента дисперсии. *Вестник статистики,* №1 - 4, с. 5 - 10.
86 (1921), Objektivismus und Subjektivismus in der Werttheorie. *Ekonomisk Tidskrift,* No. 12 (= *Festschrift für Knut Wicksell*), pp. 1 - 22.
87 (1921), Natur und Zukunft des Geldes. Там же.
88 (1921 - 1922), Das Wesen, die Grenzen und die Wirkungen des Bankkredits. *Weltwirtschaftliches Arch.,* Bd. 17, pp. 70 - 89.
89 (1921), Variationsbreite und mittlerer Fehler. *Sitz. Ber. Berliner math. Ges.,* Jg. 21, pp. 3 - 11.
90 (1922), Die Variationsbreite beim Gauss'schen Fehlergesetz. NST, Bd. 1,pp. 193 - 220.

91 (1922), Knapp als Statistiker. *Wirtschaftsdienst,* Marz (Sonderheft), pp. 10 - 12.
92 (1922), Das Helmertsche Verteilungsgesetz für die Quadratsumme zufälliger Beobachtungsfehler. *Z.f. angew. Math. u. Mech.,* Bd. 2, pp. 358 - 375.
93 (1923), Wahrscheinlichkeit und statistische Forschung nach Keynes. NST, Bd. 2, pp. 1 - 23.
94 (1923), Über ein verschiedenen Fehlergesetzen gemeinsame Eigenschaft. *Sitz. Ber. Berliner math. Ges.,* Jg. 22, pp. 21 - 32.
95 (1923), Böhm-Bawerks Hauptwerk in seinem Verhältnis zur sozialistischen Theorie des Kapitalzinses. AGSA, Bd. 11, pp. 161 - 173.
96 (1923 - 1924), Zweck und Struktur einer Preisindexzahl. NST, Bd. 2, pp. 369 - 408; Bd. 3, pp. 208 - 251, 494 - 516.
97 (1925), Die Ursachen einer potenzierten Wirkung des vermehrten Geldumlaufs auf das Preisniveau. *Schriften d. Vereinsf. Sozialpolitik,* Bd. 170, pp. 256 - 274.
98 (1926), Über die Quadratur empirischer Kurven. SAT, Bd. 9, pp. 1 - 40.
99 (1926), Tschuprow. NST, Bd. 5, pp. 163 - 166. На шведск. яз. Англ. перевод в книге Чупров [66].
100 (1926), Sterbetafeln. *Hdwb der Staatswissenschaften,* 4. Aufl., Bd. 7, pp.1030 - 1045.
101 (1927), Die Messung des Geldwertes. Der gegenwärtige Stand des Problems der Geldwertmessung.Там же, Bd. 4, pp. 743 - 752.
102 (1927), Zum Markoffschen Lemma. SAT, Bd. 10, pp. 13 - 16.
103 (1929), Korrelations-Koeffizient und Sterblichkeitsindex. *Blatter f. Versicherungs-Math. u. verw. Gebiete,* No. 3, pp. 87 - 117.
104 (1930), Die Disparitätsmasse der Einkommensstatistik. *Bull. Intern. Stat. Inst.,* t. 25, No. 3, pp. 189 - 298, 311 - 316.
105 (1930), Lexis und Dormoy. *Nordic Stat.* J., vol. 2, pp. 37 - 54; NST, Bd. 9, pp. 33 - 50.
106 (1930), Die Ergebnisse der Einkommens- und Körperschaftssteuer-Veranlagung für 1925. *Magazin d. Wirtschaft,* Bd. 6, No. 18.
107 (1930), *Anwendung der Versicherung auf das Problem der übermäfiigen Grundbesitzzerstückelung.* Warschau. На польском и нем. языках.
108 (1931), The relations between stability and homogeneity. *Annals Math. Stat*.,vol. 2, pp. 1 - 22.
109 (1932), Die Kaufkraft des Geldes und ihre Messung. NST, Bd. 11, pp. 1 - 68.
Рецензии
110 (1897), Korosi, J. An estimate of the degree of legitimate natality at Budapest. *Phil. Trans. Roy. Soc.,* vol. B186, 1896, pp. 781 - 875. JNÖS, Bd. 13, pp. 123 - 127.
111 (1898), Ballod (1897). JGVV, Bd. 22, pp. 772 - 775.
112 (1898), Walras, L. *Etudes d'economie sociale.* Lausanne - Paris, 1896. Там же, pp. 1075 - 1078.
112a (1899), Kistiakowski (1899). *Право,* №29, 8 авг., столбцы 1545 - 1549.
113 (1903), Westergaard, H. *Die Lehre von der Mortalität und Morbidität.* 2. Aufl. Jena, 1901. JGVV, Bd. 27, pp. 305 - 316.

114 (1903), Knebel-Doeberitz, H., Broecker, H. *Das Sterbekassenwesen in Preußen = Das private Versicherungswesen in Preußen,* Bd. 2. Berlin, 1902. Там же, с. 765 - 768.
115 (1903), *Beiträge zur Statistik der Stadt Frankfurt am Main.* Bearb. H. Bleicher. Frankfurt a.M., 1900. Там же, с. 1167 - 1168.
116 (1904), Bouvier, E. *La méthode mathématique en économie politique.*Paris, 1901. Там же, т. 28, с. 755 - 756.
117 (1904), Prange, O. *Die Theorie des Versicherungswertes in der Feuerversicherung,* 2. Tl. Jena, 1902. Там же, с. 807 - 813.
118 (1905), Rüdiger-Mietenberg, A. *Der gerechte Lohn.* Berlin, 1904. Там же, т. 29, с. 374 - 375.
119 (1905), Karup, J. *Die Reform des Rechnungswesen der Gothaer Lebensversicherungsbank,* Bde 1 - 2. Jena, 1903. Там же, с. 759 - 763.
120 (1905), Prange, O. *Kritische Betrachtungen zu dem Entwurf eines Gesetzes über den Versicherungsvertrag,* etc. Leipzig, 1904. Там же, с. 763 - 765.
121 (1910), *Известия Общества страховых знаний,* вып. 1. СПб, 1909. ZgVW, Bd. 10, pp. 167 - 169.
122 (1919), Schmoller, G. *Die soziale Frage.* Munich - Leipzig, 1918. *Annalen f. soz. Politik u. Gesetzgebung,* Bd. 6, pp. 398 - 402.
123 (1922), Cunow, H. *Die Marxsche Geschichts-, Gesellschafts- und Staatstheorie,* Bde 1 - 2. Berlin, 1920 - 1921. AGSA, Bd. 10, pp. 416 - 428.
124 (1922), Bowley, A.L., *Elements of Statistics.* London, 1920, 4th edition. NST,Bd. 1,pp. 165 - 168.
125 (1922), Pearson, K. *The Science of Man.* Cambridge, 1920. Там же, pp. 168 - 170.
126 (1922), Meerwarth, R. *Einleitung in die Wirtschaftsstatistik.* Jena, 1920. Там же, pp. 174 - 178.
127 (1922), Charlier (1920). Там же, pp. 341 - 350.
128 (1923), Baldy, E. *Les banques d'affaires en France depuis 1900.* Paris, 1922. JNÖS, Bd. 65 (120), pp. 159 - 162.
129 (1924), Kühne, O. (1922), *Untersuchungen über die Wert- und Preisrechnung des Marxschen Systems.* Greifswald. ASWSP, Bd. 51, pp. 260 - 264.
130 (1924), Fisher (1922). Там же, pp. 848 - 853.
131 (1924), Рецензия на ту же книгу: *Экономич. Вестник,* кн. 3, №1, pp. 221 - 224.

Чупров, (Tschuprow, Chuprov), А. А.

Перечень газетных публикаций Чупрова см. Шейнин (1990, с. 131 - 134). Сокращение: ПИИ – *Петербургск. Политехнич. Инст.*

Книги и статьи

1 (1896, не опубл.), Математические основания теоретической статистики (теория вероятностей и статистический метод). [Кандидатское] сочинение студента ... Александра Чупрова. Библ. им. А.М. Горького, МГУ, фонд Чупровых, 9/1.
2 (1897), Нравственная статистика. *Энц. Словарь Брокгауза и Ефрона,* т. 21, с. 403 - 408.
3 (1897, не опубл.), Логика вероятного. Берлин. Библ. им. Горького, МГУ, фонд Чупровых, 9/2. Переработка части

кандидатского сочинения автора. Содержание: Многообразие форм причинной связи; математическая вероятность.
4 (1899, франц.), [Об организации общеевропейской переписи]. *Bull. Intern. Stat. Inst.,* t. 11, pp. 68 - 74 первой пагинации.
5 (1902), *Die Feldgemeinschaft.* Strassburg. Hrsg., G.F. Knapp.
6 (1903), Статистика и статистический метод, их жизненное значение и научные задачи. Чупров [65, с. 6 - 42].
7 (1904), Общинное землевладение. В сб. *Нужды деревни,* т. 2. СПб, с. 116 - 132.
8 (1904), Общинное землевладение по трудам местных комитетов о нуждах сельскохозяйственной промышленности. *Вестник права,* №2, с. 17 - 74 и №3, с. 64 - 122 первой пагинации.
9 (1904), О приемах группировки статистических наблюдений. *Изв. ППИ,* т. 1, №1 - 2, с. 75 - 100 второй пагинации.
10 (1904), [О преподавании статистики в средней школе]. *Вопросы статистики,* №9, 2003, с. 75 - 76.
11 (1905), Анкеты о положении труда и их организация. *Вестник фабричн. законодательства и проф. гигиены,* №3, с. 85 - 92.
12 (1905), К вопросу о дополнительном наделении малоземельных крестьян. В сб. *Аграрный вопрос.* М., с. 227 - 247.
13 (1905, нем.), Задачи теории статистики. Чупров [65, с. 43 - 90]. Первые несколько страниц немецкого издания были особо выделены в Оглавлении и названы рецензией на работы Лексиса.
13а (1905), К вопросу об участии представителей экономических интересов в законодательстве. *Право,* 23 января, столбцы 137 - 151.
14 (1906, нем.), Статистика как наука. Чупров [65, с. 90 - 141].
15 (1906), *Конституционно-демократическая партия и социализм.* М. Предварительная статья под тем же названием: *Право,* 20 ноября 1905, столбцы 3663 - 3676.
16 (1906), Земельная реформа и крестьяне-арендаторы. Еженедельник *Полярная звезда.* СПб, №9, с. 635 - 642.
17 (1906), Народу власть и земля. Там же, №11, с. 766 - 778.
18 (1906), К вопросу о земельном балансе аграрной реформы. *Право,* № 29, 23 июля, столбцы 2397 - 2409.
19 (1907), Переселения и аграрный вопрос. Оттиск из неизвестного источника.
20 (1907), Аграрный вопрос в жизни социалистических партий Западной Европы. *Русск. мысль,* год 28-й, №4, с. 1 - 23 второй пагинации.
21 (1909), *Очерки по теории статистики.* СПб. Последующие издания: СПб, 1910; М., 1959.
22 (1909), Основные вопросы теории массовых явлений. Вступит. речь при защите дисс. 2 дек. 1909г. Включено в последующие издания *Очерков,* с. 9 - 16 в изд. 1959г.
23 (1912), Выборочное исследование; доклад 1910г. Чупров [65, с. 258 - 270].
24 (1912), The break-up of the village community in Russia. *Econ. J.,* vol. 22, No. 86, pp. 173 - 197.
25 (1912), Борткевич. *Нов. энциклопедич. словарь Брокгауза и Ефрона,* т. 7, с. 647. Подпись: Ч.
26 (1913), Предисловие (с. iii - viii) к книге Полляк, Г. С.

Профессия как объект статистического учета. СПб. Ред. А. А. Чупров.
27 (1914), Закон больших чисел в современной науке. В книге Ондар (1977, с. 178 - 197).
28 (1915), Народное продовольствие в Германии. В сб. *Вопросы мировой войны.* Пг, с. 325 - 357.
29 (1916), Zur Frage des sinkenden Knabenüberschusses unter den ehelich Geborenen, etc. *Bull. Intern. Stat. Inst.,* t. 20, No. 2, pp. 378 - 492.
30 (прибл. 1916), Война и движение населения. Оттиск из неопубликованного сборника в честь А.С. Посникова.
31 (1916), Предисловие (с. III - IX) к книге Виноградовой (1916).
32 (1916), О математическом ожидании коэффициента дисперсии. *Изв. Имп. АН,* т. 10, №18, с. 1789 - 1798.
33 (1916 - 1917), По поводу плана "преобразования статистической части Империи". *Статистич. Вестник,* №1 - 2, с. 83 - 107. Перепечатка: *Вопросы статистики,* №2, 1995, с. 43 - 50.
34 (1916 или 1917), О средней квадратической ошибке коэффициента дисперсии. Рукопись. Опубликована лишь на англ. яз. [66, pp. 48 - 73].
35 (1917), Письмо в редакцию. *Земск. страх. вестник,* №9 - 10, с. 57 - 59.
36 (1918 - 1919, нем.), К теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968, с. 138 - 224).
37 (1918 - 1919, 1921), On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions. *Biometrika,* vol. 12, pp. 140 - 169, 185 - 210; vol. 13, pp. 283 - 295.
38 (1919, франц.), *Разложение большевизма*. Стокгольм. Без титульного листа, 16с. Подпись покойного отца Чупрова (А. И. Чупров). По всей видимости отпечатано лишь несколько экземпляров. Русский перевод: *Вопросы истории,* №10, 2003, с. 3 - 18 (с предисловием А. Л. Дмитриева и А. А. Семенова).
39 (1921), Über die Korrrelationsfläche der arithmetischen Durchschnitte. (Ein Grenztheorem.) *Metron,* t. 1, No. 4, pp. 41 - 48.
40 (1921), Предисловие (с. V - XIX) к книге Чупров, А.И. (1921), *Мелкое земледелие и его основные нужды* (1904). Берлин.
41 (1922), О математическом ожидании частного двух взаимно-зависимых случайных переменных. *Тр. Русск. ученых за границей,* т. 1. Берлин, с. 240 - 271.
42 (1922), Инфляция-дефляция. *Вопросы статистики,* №12, 1996, с. 70 - 76.
43 (1922, нем.), Можно ли на основании эмпирических данных доказать, что устойчивость ряда нормальна? [65, с. 239 - 258].
44 (1922, нем.), Закон больших чисел и стохастически-статистическая точка зрения в современной науке [65, с. 141 - 162].
45 (1922), Проблема индетерминизма в свете статистической физики. *Материалы конференции* (1996, с. 47 - 55).
46 (1922), Мировой рынок после войны. *Совр. зап.* (Париж), №13, с. 191 - 213.
47 (1923), Систематический обзор научной литературы Германии за 1914 – 1921 гг. *Экономич. вестник* (Берлин), вып. 1, с. 187 - 191.
48 (1923), Исходная задача математической теории приемов

статистического исследования связи между двумя случайными переменными. В сб. *Прим. методов корреляции в экон. исследованиях.* М., 1969, с. 29 - 69.

49 (1923, нем.), Задачи и предпосылки измерения корреляции. [65, с. 273 - 297].

50 (1923), Über normale stabile Korrelation. SAT, t. 6, pp. 1 - 17.

51 (1923), On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron,* t. 2, No. 3, pp. 461 - 493; No. 4, pp. 646 - 683.

52 (1923), К вопросу об основах кредитоспособности земледельца. *Крест. Россия* (Прага), №4, с. 165 - 169.

53 (1924, нем.), Основные задачи стохастической теории статистики. [65, с. 162 - 221], перераб. вариант. Впервые опубл. на русск. яз. в несколько расширенном виде в *Вестнике статистики* (1924, №10 - 12, с. 5 - 67), затем в *Сборнике статей памяти Н. А. Каблукова,* т. 1. М., 1925, с. 297 - 359.

54 (1924, нем.), Основные понятия и основные задачи теории корреляции. [65, с. 298 - 332].

55 (1925, нем.), *Основные проблемы теории корреляции.* М., 1926 и 1960.

56 (1925), Asymptotic frequency distribution of the arithmetic means of n correlated observations for very great values of n. *J. Roy. Stat. Soc.,* vol. 88, pp. 91 - 104.

57 (1925), Стохастическая связь и функциональная зависимость. *Русск. экономич. сб.,* вып. 1.

58 (1925), Цели и выгоды измерения тесноты стохастической связи. Там же, вып. 4, с. 29 - 63.

59 (1925, нем.), Половой состав родившихся как предмет статистического исследования [65, с . 334 - 362].

60 (1925), Место понятия ценности в статистической теории цены. В *Сборник статей, посвященных П.Б. Струве.* Прага, с. 163 - 171.

61 (1925), Der behördlich genehmigte Abort in Leningrad. JNÖS, Bd. 68, pp. 698 - 701.

62 (1926, шведск., по докладу 1918г.), Теория устойчивости статистических рядов [65, с. 224 - 239].

63 (1928, англ.), Исходная задача математической теории приемов статистического исследования связи между тремя переменными. В сб., упомянутом в [48], с. 70 - 155.

64 (1931), The mathematical foundations of the methods to be used in statistical investigation of the dependence between two chance variables. *Nordic Stat. J.,* vol. 3, pp. 71 - 84.

65 (1960), *Вопросы статистики.* Сб. перепечаток и переводов. М.

66 (2004), *Statistical Papers and Memorial Publications.* Berlin. Также в интернете: www.sheynin.de.

Рецензии

67 (1904), Дмитриев (1904). М. *Изв. ППИ,* т. 1, №3 - 4, с. 284 - 287.

68 (1904), Mitscherlich, A. Die Schwankungen der landwirtschaftlichen Reinerträge berechnet für einige Fruchtfolgen mit Hilfe der Fehlerwahrscheinlichkeitsrechnung. *Z.f. d. ges. Staatswiss.,* Erganzungsbd 8. Там же, т. 2, №1 - 2, с. 75 - 79.

69 (1904), *Свод отчетов фабричных инспекторов за 1902г.* (1904). СПб. Там же, с. 79 - 87.
70 (1904), *Состав служащих в промышленных заведениях в отношении подданства, языка и образовательного ценза* (1904). СПб. Там же, т. 2, №3 - 4, с. 235 - 238.
71 (1904), *Материалы по статистике движения землевладения в России,* вып. 8 (1904). СПб. Там же, с. 238 - 253.
72 (1905), Bowley, A.L. (1904), *Statistical studies relating to national progress in wealth and trade since 1882.* London. Там же, т. 3, №1 - 2, с. 133 - 138.
73 (1907), *Ежегодник России* (1906). СПб. Там же, т. 7, №1 - 2, с. 251 - 256.
74 (1907), *Preussische Statistik. Die landliche Verschuldung in Preussen* (1905 - 1906). Berlin. Там же, с. 256 - 262.
75 (?) Кауфман, А. А. (1908), *Русская община в процессе ее зарождения и роста.* М. Рецензия не найдена.
76 (1921), Jahn, G. (1920). *Deutsches stat. Zentralbl.,* Bd. 13, No. 9 - 10, pp. 148 - 150.
77 (1921), Zur Bedeutung der Mathematik für die Statistik. Рецензия на March, L. (1921), La méthode statistique. *Metron,* No. 1, 1921. Там же, с. 150 - 151.
78 (1922), Charlier (1920). *Deutsches stat. Zentralbl.,* Bd. 14, No. 1 - 2, pp. 22 - 23.
79 (1922, нем.), *Вестник статистики,* 1920 - 1922. *Вопросы статистики,* №1, 1999, с. 11 - 13.
80 (1922, нем.), Учебники статистики [Рецензии на сочинения Wicksell (1919), Jahn (1920), Mortara (1917) и Кона (1917).] [65, с. 413 - 429].
81 (1922), Ден, В.Э. *Положение России в мировом хозяйстве.* Пг. NST, Bd. 1, pp. 362 - 363.
82 (1922), Niceforo, A. (1921), *Les indices numeriques de la civilisation et du progres.* Paris. ASWSA, Bd. 50, No. 1, pp. 260 - 262.
83 (1922), Simiand, Fr. (1922), *Statistique et expérience.* Paris. Там же, №2, с. 538 - 540.
84 (1923), Czuber, E. (1921b). JNÖS, 3. Folge, Bd. 63, No. 4, pp. 378 - 379.
85 (1923), Mortara (1920), NST, Bd. 2, pp. 167 - 170
86 (1923), Zizek, F. (1922), *Fünf Hauptprobleme der statistischen Methodenlehre.* München - Leipzig. NST, t. 2, pp. 164 - 167.
87 (1923, англ.), Хозяйственно-деловая статистика [Рецензии.] [65, с. 364 - 411].
88 (1923), Рецензия на три источника: Gini, C. Report on the problem of raw materials and foodstuffs. League of Nations. Gini, C., L'enquéte de la Société des Nations sur la question des matières premières et des denrées alimentaires. *Metron,* t. 2, No. 1 - 2, 1922. Mortara (1922). *Крестьянская Россия,* No. 2 - 3, с. 236 - 240.
89 (1923), Волков, Е.З. *Аграрно-экономическая статистика России.* Там же, №4, с. 193 - 196.
90 (1923), Winkler, W. (1923), *Die statistische Verhältniszählen.* Wien. *Deutsches stat. Zentralbl.,* Jg. 15, No. 3 - 4, pp. 57 - 58.
91 (1923), Mortara (1922). Там же, с. 58 - 59.
92 (1924), Soper, H.E. (1922), *Frequency arrays.* Cambridge. NST,

Bd. 3, pp. 414 - 417.

93 (1924), Porzig, C (1923), *Statistik im Industriebetrieb.* Stuttgart. ASWSP,Bd. 51, pp. 270 - 271.

94 (1925), Business forecasting. [Рецензии.] NST, t.4, pp. 426 - 441. В фонде Чупровых в Библ. им. Горького (МГУ), 10/4, хранится машинопись А.А.Ч. без даты (не раннее 1912г.) Über wissenschaftliche Voraussage und ihre Grenze (Логика научного предвидения и его границы).

95 (1925), Czuber, E. (1923). JNÖS, 3. Folge, Bd. 68, pp. 130 - 131.

96 (1925), Цинзерлинг, Д. (1925), *Практическое руководство статистики.* Л. *Русск. экономич. сб.,* №2, с. 175 - 178.

97 (1925), Хотимский, В. И. (1925), *Выравнивание статистических рядов по методу наименьших квадратов (способ Чебышева).* Там же, №3, с. 166 - 168.

98 (1925), Митропольский, А. К. (1925), *Основы статистики,* т. 1. Л. Там же, с. 168 - 178.

99 (1925), Войтинский (1925, кн. 1). Там же, №4, с. 194 - 197.

100 (1925), Марков (1924), В книге Ондар (1977, с. 167 - 170).

Библиография ко всему сборнику за исключением статей А. А. Чупрова, каждая из которых сопровождается собственным списком литературы

Сокращение: JNÖS = *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*

Некрологи, не включенные в основной текст

На смерть А. А. Чупрова

Амфитеатров А. В. (1926, 23 апреля), Газета *Возрождение*. Париж.

Анциферов А. Н. (1926, 23 апреля), там же.

[Федяевский] Г. К. (1926, 31 мая), там же.

Борткевич В. И., некролог см. в первом разделе.

Ден В. Е. (1926, 23 апреля), *Красная газета*, вечерний выпуск.

На смерть В. И. Борткевича

Аноним (1931), *Kwartalnik statystyczny*, t. 8, pp. 1116 – 1120.

Nybolle H. C. (1932), *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, t. 15, pp. 95 – 101.

Winkler W. (1931), *Schmollers Jahrbuch f. Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reiche*, 55. Jg, pp.1025 – 1033.

Основной список

Бауер Р. К., Bauer R. K. (1955, нем.), Теория дисперсии Лексиса и т. д. В книге Четвериков (1968а, с. 225 – 238).

Белый А. (1922), *Котик Летаев*.

Бернулли Я., Bernoulli J. (1713, латинск.), *Искусство предположений, части 1 – 3*. Берлин, 2006. Также www.sheynin.de

Борткевич В. И., Чупров А. А. (2005), *Переписка 1895 – 1926*. Также www.sheynin.de

Борткевич И. И. (1872), *Алгебра для гимназий с 1200 задачами и примерами*. СПб. Рецензия: П. Л. Чебышев, *Полн. собр. соч*., т. 5. М. – Л., 1951, с. 382 – 386.
Боули А. Л., Bowley A. L. (1924), *Очерки социальной статистики.* М. Английский титульный лист не воспроизведен.
Боярский А. Я. (1936), Устойчивости теория. БСЭ, изд. 1, т. 56, с. 389 – 390.
Джевонс У. С., Jevons W. S. (1873, англ.), *Основы науки. Трактат о логике и научном методе.* СПб, 1881.
Елисеева И. И. (1995), Статистическая школа А. А. Чупрова. *Вопросы статистики*, № 2, с. 40 – 43.
---, редактор (2006a), *Россия и европейская экономическая мысль: опыт Санкт-Петербурга*. СПб.
--- (2006b), А. А. Чупров: Судьба и вклад в науку. В книге Елисеева (2006a, с. 7 – 28).
Елисеева И. И., Дмитриев А. Л., редакторы (1997), Письма А. А. Чупрова к Д. А. Лутохину. *Изв. СПб унив. экономики и финансов*, № 2, с. 112 – 118.
--- (1998), *Статистики русского зарубежья.* СПб.
Елисеева И. И., Дмитриев А. Л., Сторчевой М. А., редакторы (1996), *А. А. Чупров. Материалы конференции к 70-летию со дня кончины.* СПб.
Идельсон Н. И. (1947), *Способ наименьших квадратов и теория математической обработки наблюдений.* М.
Колмогоров А. Н. (1931), Метод медианы в теории ошибок. *Математич. сб.*, т. 38, № 3 – 4, с. 47 – 49.
Кон С. С. (1926), Опыт изучения дисперсии посевных площадей. *Русск. экономич. сб.*, № 5, с. 11 – 31.
Курно О., Cournot A. A. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей*. М., 1970.
Лексис В., Lexis W. (1879, нем.), О теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968a, с. 5 – 38).
Лутохин Д. А. (рукопись, опубл. 1997), А. А. Чупров. Отрывки из книги *Пастыри зарубежные.* Елисеева, Дмитриев (1997, с. 116 – 117).
Манелля А. (1998), Жизнь и научная деятельность Н. С. Четверикова (1885 – 1973), *Вопросы статистики*, № 10, с. 94 – 96.
Марков А. А. (1911), Об основных положениях исчисления вероятностей и о законе больших чисел. Ондар (1977, с. 161 – 166).
--- (1916), О коэффициенте дисперсии. *Избр. труды*. Б. м., 1951, с. 523 – 535.
--- (1900), *Исчисление вероятностей*. М., 1924. 4-е посмертное издание.
Материалы (1991), *Материалы о В. А. Стеклове. Научное наследство*, т. 17. Л.
Ондар Х. О. (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова.* М.
Покотилов А. Д. (1909), *Первый опыт государственного страхования жизни в России. Десять лет деятельности пенсионной кассы служащих на казенных железных дорогах по операциям страхования жизни. 1-е июля 1899 – 1-е июля 1909.*

СПб. Рецензия: W. Idelson, *Z. für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft*, Bd. 10, 1910, p. 169.

Романовский В. И. (1930), *Математическая статистика.* М. – Л.

Слуцкий Е. Е. (1925), К вопросу о законе больших чисел. *Вестник статистики*, № 7 – 9, с. 1 – 55.

Старовский В. Н. (1933), Экономическая статистика. БСЭ, 1-е издание, т. 63, с. 279 – 283.

Четвериков Н. С. (1959), Жизнь и научная деятельность Е. Е. Слуцкого, 1880 – 1948. *Уч. зап. по статистике*, т. 5. Цитата в тексте из перепечатки в книге автора: *Статистические исследования*. М., 1975, с. 261 – 281.

---, составитель и переводчик (1968a), *О теории дисперсии*. М.

--- (1968b), Замечания к работе В. Лексиса. В книге Четвериков (1968a, с. 39 – 54).

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1970a), Anderson, O. J. N. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 154 – 155.

--- (1970b), Bortkevich (Bortkiewicz), Vladislav (Ladislaus), Там же, pp. 318 – 319.

--- (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка.* М.

--- (1998, нем.), Статистика и идеология в СССР. *Историко-математич. исследования*, вып. 6 (41), 2001, с. 179 – 198. Перепечатка в книге Елисеева (2006a, с. 97 – 119).

--- (1999), Е. Е. Слуцкий: к 50-летию со дня смерти. *Историко-математич. исследования*, вып. 3 (38), с. 128 – 137.

--- (2001), Письма Елены Чупровой Карлу Пирсону. *Вопросы статистики*, № 3, с. 62 – 64.

--- (2002), Sampling without replacement: history and applications. *Intern. Z. f. Geschichte und Ethik der Naturwissenschaften, Technik und Medizin* (NTM), Bd. 10, pp. 181 – 187.

Andersson T. (1930), Statistics and insurance. *Nordic Statistical Journal*, vol. 2, pp. 125 – 240.

Bortkiewicz L von (1892), Über das Moment des Berufes in der preußischen Statistik der Bevölkerungsbewegung. В книге *Bericht über die Tätigkeit des statistischen Seminars an der k. k. Univ. Wien im Wintersemester 1892 – 1893*, pp. 13 – 17. Wien. Год 1892 явно неверен.

--- (1911), Statistique. *Enc. des sciences mathématiques*, t. 1, vol. 4. Paris – Leipzig, pp. 453 – 490. Франц. перераб. вариант статьи 1901 г.

--- (1925), Newsholme A. *The Elements of Vital Statistics*. London, 1923. *Nordisk Statistisk Tidskrift*, Bd. 4, pp. 467 – 468. Рецензия.

--- (1926a), Grundriß für eine Vorlesung über Statistik mit besonderer Rücksicht auf die allgemeine Theorie der Statistik und die Bevölkerungsstatistik. *Schriften des Vereins für Sozialpolitik*, Bd. 160, pp. 272 – 286. München – Leipzig.

--- (1926b), Sterbetafeln. *Handwörterbuch der Staatswissenschaften*, Bd. 7.

--- (1931a), Erwiderung. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 25, No. 3, pp. 311 – 316.

--- (1931b), [Выступление в прениях], Verh. des Siebenten Deutschen Soziologentages 1930 in Berlin. *Schriften der Deutschen Ges. f. Soziologie*. Tübingen, pp. 207 – 212.

Bresciani C. (1908), A proposito della "Leggi die piccoli numeri". *Giornale degli Economisti*, ser. 2, t. 36, pp. 357 – 380.

Czuber E. (1903), *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung* etc. Leipzig. Несколько последующих изданий.

David H. A. (2001), First (?) occurrence of common terms in statistics and probability. В книге David H. A., Edwards A. W. F. *Annotated Readings in the History of Statistics*. New York, pp. 209 – 246.

Fisher I. (1922), *Making of Index Numbers.* Boston, 1997.

Fisher R. A. (1918), The correlation between relatives on the supposition of Mendelian inheritance. *Trans. Roy. Soc. Edinb*., vol. 52, pp. 399 – 433.

Freudenberg K. (1926), Über die Häufigkeitskurve menschlicher Masse. *Archiv f. soz. Hygiene und Demogr.*

Gahler F. (1927), *Die Sachleistungs-Lebensversicherung*. Oldenburg, возле Бремена.

Gauss C. F., Гаусс К. Ф. (1823, латин.), Теория комбинации наблюдений и т. д. В книге автора *Избр. геодезич. соч.*, т. 1. М., 1957, с. 17 – 57.

Gini C. (1907), Su la legge dei piccoli numeri. *Giornale degli Economisti*, ser. 2, t. 35, pp. 758 – 775.

--- (1912), Variabilità e mutabilità. Contributo allo studio delle distribuzioni e relazioni statistiche. *Studio Economico-Giuridici. Univ. Capliari*, t. 3.

Gumbel E. J. (1958, англ.), *Статистика экстремальных значений.* М., 1963.

--- (1968), Ladislaus von Bortkiewicz. Ред. Kruskal W. H., Tanur Judith M., Editors, *Intern. Enc. of Statistics*, vol. 1. New York, 1978, pp. 24 – 27.

Keynes J. M. (1921), *Treatise on Probability. Collected Works*, vol. 8. London, 1973.

Knapp G. F. (1868), *Über die Ermittlung der Sterblichkeit aus den Aufzeichnungen der Bevölkerungsstatistik*. Leipzig.

--- (1871), *Die neueren Ansichten über Moralstatistik.* Jena.

--- (1874), *Theorie des Bevölkerungswechsels*. Braunschweig.

--- (1887), *Bauernbefreiung und der Ursprung der Landarbeiter in den ältern Teilen Preußens*, Bde 1 – 2. Leipzig.

--- (1891), *Landarbeiter in Knechtschaft und Freiheit*. Leipzig.

--- (1897), *Grundherrschaft und Rittergut.* Leipzig.

--- (1905), *Staatliche Theorie des Geldes*. München – Leipzig. Несколько последующих изданий.

Kries J. von (1886), *Die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Tübingen, 1927.

Lexis W. (1870), *Die französischen Ausfuhrprämien im Zusammenhang mit der Tarifgeschichte und Handelsentwicklung Frankreichs seit der Restauration.* Bonn.

--- (1875), *Einleitung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik.* Strassburg.

--- (1876), Das Geschlechtsverhältnis der Geborenen und die Wahrscheinlichkeitsrechnung. JNÖS, Bd. 27, pp. 130 – 169.
--- (1877), *Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft.* Freiberg i. B.
--- (1879b), Gewerkvereine und Unternehmerverbände in Frankreich. *Schriften des Vereins für Sozialpolitik*, Bd. 17.
--- (1881), *Erörterungen über die Währungsfrage.* Leipzig.
--- (1882a), Die volkswirtschaftliche Konsumtion. *Handbuch der politischen Ökonomie*, Bd. 1. Редактор Schönberg. Tübingen.
--- (1882b), Handel. Там же.
--- (1886), Über die Wahrscheinlichkeitsrechnung und deren Anwendung auf die Statistik. JNÖS, Bd. 13 (47), pp. 433 – 450.
--- (1893), *Die deutschen Universitäten*. Berlin.
--- (1898), *Die Besoldungsverhältnisse der Lehrer an den höheren Lehranstalten Preußens.* Jena.
--- (1901), *Die neuen französischen Universitäten*. München.
--- (1902), *Die Reform des höheren Schulwesens in Preußen.* Halle.
--- (1903), *Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik.* Jena.
--- (1904), *Das Unterrichtswesen im Deutschen Reich*, Bde 1 – 4. Leipzig.
--- (1905), Das Wesen der Kultur. Введение в книгу *Die allgemeinen Grundlagen der Kultur der Gegenwart*, Bd. 1; Tl. 1. Berlin – Leipzig.
--- (1906), *Das Handelswesen*, Bde 1 – 2. Leipzig.
--- (1908), Systematisierung und Methoden der Volkswirtschaftslehre. В книге *Die Entwicklung der deutschen Volkswirtschaftslehre im XIX. Jahrhundert. Festschrift für Schmoller*. Leipzig.
--- (1910), *Allgemeine Volkswirtschaftlehre.* Berlin – Leipzig.
--- (1914), *Das Kredit- und Bankwesen.* Leipzig.
Lorey W. (1922), Das Studium der Versicherungs-Mathematik: Rückblick und Ausblick. *Z. f. die gesamte Versicherungswissenschaft*, Bd. 22, pp. 281 – 295.
--- (1925), Lexis und seine Bedeuting für die Versicherungswissenschaft. Bd. 4, pp. 31 – 41.
Marbe K. (1916 – 1919), Die Gleichförmigkeit in der Welt, Bde 1 – 2. München.
Mayr G. von (1914), *Statistik und Gesellschaftslehre*, Bd. 1. *Theoretische Statistik*. Tübingen. Второе изд.
Patzig A. (1910), Fehlerausgleichung und Untersterblichkeit. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 10, pp. 559 – 564.
Pearson K. (1919), Peccavimus! *Biometrika*, vol. 12, pp. 259 – 281.
--- (1920), *The Science of Man. Cambridge*.
Polya G. (1928), Wahrscheinlichkeitsrechnung, Fehlerausgleichung, Statistik. *Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden.* Ред. E. Abderhalden. Berlin – Wien, Abt. 5, Tl. 2, pp. 669 – 758.
Poisson S.-D. (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements.* Paris. [Paris, 2003.]
Roghé Ed. (1890), *Geschichte und Kritik der Sterblichkeitsmessung bei Versicherungs-Anstalten.* Jena.
Roß G. (1929), *Die Entwicklung der deutschen Privatversicherung, 1914 – 1928.* Berlin.

Scukarev A. (1915), Über die Gleichungen der Kinetik der sozialen Vorgänge. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 9, pp. 69 – 84.
Seneta E. (1987), Chuprov on finite exchangeability, expectation of ratios and measures of association. *Hist. Math.*, vol. 14, p. 243 – 257.
Walras L. M. (1883), *Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale*, pt. 1 – 2. Lausanne.
Winkler W. (1923), *Statistische Verhältniszahlen.* Wien – Leipzig.
--- (1931), *Theoretische Statistik.* Berlin.

Раздел первый. Работы авторов

I. L. von Bortkiewicz

Zur Abwehr

Предисловие

Мы помещаем здесь текст рукописи Борткевича из отдела рукописей Упсальского университета (Швеция). Опубликована она была только на итальянском языке (Борткевич 1908/45) в ответ на критику закона малых чисел (о котором см. наше Введение, п. 3) со стороны Джини (Gini 1907). На этом дискуссия с Джини не закончилась, см. Gini (1908) и Борткевич (1909/47).

И вот мнение Чупрова из его письма Борткевичу 1909 г. № 92 (Борткевич и Чупров 2005, с. 163):

Новой статьи Джини [1908] *я не видал, так что заканчиваю твоим первым ответом* [т. е. прилагаемой ниже статьей или, возможно, ее опубликованным вариантом (1908/45)]. *По всем пунктам твоей полемики с Джини ты, конечно, прав, ты только напрасно третируешь Джини.*

Нам приятно поблагодарить доктора Хакана Халлберга, Библиотекаря Упсальского университета, за присылку ксерокопии рукописи Борткевича. Он также сообщил нам, что в библиотека покойного Борткевича была куплена Университетом у его сестры, Елены фон Борткевич, при посредничестве доктора Тора Андерссона (1869 – 1935), который долгое время редактировал журнал *Nordisk Statistisk Tidskrift*, публиковал в нем статьи и рецензии Борткевича и Чупрова и общался с ними, а кроме того опубликовал некролог [XXXI].

"По-видимому", сообщает доктор Халлберг, рукописи Борткевича попали в Упсалу вместе с книгами, каталог которых до сих пор хранится в архиве, однако статистические книги перешли затем в библиотеку факультета статистики, а остальные – в университетскую библиотеку.

Die Einwände, welche Dr. Gini (1907) gegen mich als Verfasser einer unter demselben Titel im Jahre 1898 erschienen Broschüre geltend macht, haben durch der Aufsatz von Dr. Bresciani (1908) im wesentlichen ihre Erledigung gefunden. Die nachstehenden

Ausführungen mögen daher nur als eine Ergänzung zu dem Aufsatz Dr. Bresciani's aufgefasst werden.

Unter den in meinem *Gesetz* (1898/14) mitgeteilten Beispielen liefert das letzte welches die von dem Schlag eines Pferdes im preußischen Heere Getöteten betrifft, die beste Übereinstimmung von Theorie und Erfahrung.

Gini findet dieses Beispiel aus dem Grunde nicht beweiskräftig, weil ich bei der Berechnung des betreffenden mittleren Fehlers nach der indirekten (kombinatorischen) Methode den Umstand außer Acht gelassen hätte, dass die Wahrscheinlichkeit, für einen Soldaten durch Hufschlag getötet zu werden, eine konstant zusammengesetzte sei[1]. Eine so charakteristische Wahrscheinlichkeit bedinge einen kleineren mittleren Fehler als eine Elementarwahrscheinlichkeit in gleicher Größe.

Letzterer Satz ist an sich richtig, findet aber auf den gegebenen Fall keine Anwendung, und zwar schon deshalb, weil der betreffende numerische Unterschied gar nicht ins Gewicht fallen kann. Das erhellt aus folgender roher aber für den vorliegenden Zweck durchaus genügenden Berechnung.

Die jährliche Durchschnittszahl der Todesfälle durch Hufschlag, die in einen Armeekorps von normaler Zusammensetzung sich ereignet ist 0.61. Die betreffende Todeswahrscheinlichkeit p stellt sich demnach, wenn man die Präsenzstärke eines Korps gleich 20 000 Mann setzt, auf 0.0000305. Man nehme des weiteren an, dass von diesen 20 000 Mann 14 000 auf die Infanterie im weiteren Sinn und 6000 auf Kavallerie, Artillerie und Train entfallen und dass die 0.61 Todesfälle sich in der Weise auf diese beide Teile der Armee repartieren, dass 0.07 Fälle das Konto der Infanterie und 0.54 Fälle das Konto der Kavallerie u. s. w. belasten.

Die Wahrscheinlichkeit, durch Hufschlag zu sterben, sei p_1 für einen Infanteristen und p_2 für einen Angehörigen der anderen Waffengattungen. Bezeichnet man noch mit g_1 und g_2 den Anteil der Infanterie bezw. der Kavallerie u. s. w. an der Gesamtstärke eines Armeekorps, so hat man:

$$p_1 = 0.\ 000\ 005,\ p_2 = 0.000\ 090,\ g_1 = 0.7,\ g_2 = 0.3,$$

und es besteht, entsprechend der Formel

$$p = g_1p_1 + g_2p_2,$$

die Beziehung $0.000\ 0305 = 0.7 \text{x} 0.000\ 005 + 0.3 \text{x} 0.000\ 090$.

Der mittlere Fehler der betreffenden Ereigniszahl stellt sich wenn man auf den konstant-zusammengesetztes Charakter der Wahrscheinlichkeit p keine Rücksicht nimmt, auf

$$E = \sqrt{np(1-p)} \quad (1)$$

und in dem anderen Fall auf

$$E_1 = \sqrt{n[g_1 p_1(1-p_1) + g_2 p_2(1-p_2)]}\,,$$

wobei n = 20 000 zu setzen ist. Man findet

E = 0.781013 und E_1 = 0.780994.

Die Differenz zwischen E und E_1 erweist sich bei den gemachten Ansätzen als minimal. Und dass es gar keinen Sinn hätte mit numerischen Unterschieden dieser Größenordnung zu rechnen, das geht namentlich aus der Tatsache hervor, dass ja der mittlere Fehler des in Frage stehenden mittlerer Fehlers sich auf etwa 0.04 stellt (Bortkiewicz 1898, S. 25). Schon die dritte Dezimalstelle bei E bezw. E_1 bietet daher kein Interesse mehr. Die Größen E und E_1 stimmen aber bis auf die vierte Dezimalstelle miteinander überein!

Aber auch rein prinzipiell betrachtet, war es nur folgerichtig von mir, dass ich bei der Bestimmung des mittleren Fehlers von dem konstant-zusammengesetzten Charakter der betreffenden Wahrscheinlichkeit abgesehen habe. Denn ich habe mich daher nicht der Formel (1), sondern der Formel $\sqrt{np}$ bedient. Man hat aber (1) und

$$E_1 = \sqrt{np - n(g_1 p_1^{\,2} + g_2 p_2^{\,2})}$$

und unter Vernachlässigung der Quadrate von p bezw. von p_1 und p_2 geht nicht nur E, sondern auch E_1 in $\sqrt{np}$ über. Es ergibt sich $\sqrt{np}$ = 0.781025.

Mein gestrenger Kritiker hat mit dem besprochenen Einwand zum mindesten einen empfindlichen Mangel an Augenmaß bekundet[2].

Bezüglich der anderen drei Beispiele, die in meinen *Gesetz* (1898/14) enthalten sind, macht Dr. Gini auf folgenden *punto capitale* aufmerksam, der, wie er meint, *toglie a mei applicazioni quasi ogni importanza*.

Ich hätte nämlich in unzulässiger Weise angenommen, dass die Beobachtungszahlen (n_i), welche den einzelnen Elementen (x_i) der jeweils zu untersuchenden Reihe entsprechen, einander gleich seien, was sich durch n_i = Const oder auch durch $n_i = n_0$ ausdrücken lässt, wenn man

$$(1/\sigma)\sum n_i = n_0$$

setzt ($i = 1, 2, \ldots, \sigma$). Gerade diese Annahme hätte, meint Gini, dazu geführt, dass die Stabilität in den von mir betrachteten Fällen *größer* erscheint als sie tatsächlich ist. Dementsprechend seien meine Divergenzkoeffizienten (Q) zu niedrig ausgefallen. Ein jeder dieser Divergenzkoeffizienten müsste erst mit einem anderen Divergenzkoeffizienten multipliziert werden, welcher die Dispersion der Größen n_i zum Ausdruck bringt und in der Regel größer als 1 sei (S. 772).

Dem gegenüber ist es ein Leichtes zu zeigen, dass in Wirklichkeit die Annahme n_i = Const einen Einfluss auf die Ergebnisse ausübt, der dem von Gini behaupteten *direkt entgegengesetzt* ist.

Man wolle zunächst den allgemeinen Fall betrachten, wo die Ereigniszahlen x_i keine kleinen Zahlen zu sein brauchen. Es sei p die Wahrscheinlichkeit, die dem betreffenden Ereignis bei jeder Einzelbeobachtung zukommt, außerdem setze man

$$1 - p = q,\ n_i p = m_i,\ n_0 p = m_0,\ x_i / n_i = p_i',$$

$$(1/\sigma)\sum x_i = m_0',\ \sum x_i / \sum n_i = p_0',\ 1 - p_0', = q_0',$$

und schließlich bezeichne man mit δ^2 die mathematische Erwartung von

$$(1/\sigma)\sum(x_i - m_0)^2,\ i = 1, 2, \ldots, \sigma.$$

Führt man hier die Voraussetzung $n_i = n_0$ ein, so ergibt sich als Ausdruck des Divergenzkoeffizienten

$$Q = \sqrt{\frac{(1/\sigma)\sum (x_i - m_0)^2}{n_0 pq}} \tag{2}$$

oder

$$Q_1 = \sqrt{\frac{[1/(\sigma-1)]\sum (x_i - m_0')^2}{n_0 p_0' q_0'}}. \tag{3}$$

Verabredet man sich weiter die mathematische Erwartung einer beliebigen Größe a mit E[a] zu bezeichnen, so wird sich die mathematische Erwartung von Q^2, welche derjenigen von Q'^2 gleich ist, darstellen lassen als

$$\mathrm{E}[Q^2] = \delta^2 / n_0 pq. \tag{4}$$

Um δ^2 zu bestimmen, muss man von der Identität

$$(n_i p'_i - n_0 p)^2 = (n_i p'_i - n_i p)^2 + (n_i p - n_0 p)^2 + 2(n_i p'_i - n_i p)(n_i p - n_0 p)$$

ausgehen. Aus diese Identität ergibt sich

$$\mathrm{E}[(n_i p'_i - n_0 p)^2] = n_i^2 \mathrm{E}[(p'_i - p)^2] + p^2 (n_i - n_0)^2,$$

weil ja die Beziehung besteht:

$$\mathrm{E}[p'_i - p] = 0.$$

Nun hat man aber

$$E[(p'_i - p)^2] = pq/n_i,$$

daher

$$E[(x_i - m_0)^2] = n_i pq + p^2(n_i - n_0)^2$$

und schliesslich

$$\delta^2 = n_0 pq + (p^2/\sigma)\sum(n_i - n_0)^2. \qquad (5)$$

Greift man jetzt auf Formel (4)zurück, so findet man

$$E[Q^2] = 1 + (p/q)[\sum(n_i - n_0)^2/\sum n_i]. \qquad (6)$$

Letztere Formel besagt folgendes: Bestimmt man die Divergenzkoeffizienten nach der Formel (2) bezw. (3), d. h. unter der Annahme n_i = Const, und entspricht diese Annahme der Wirklichkeit nicht, so ist zu erwarten, dass der so berechnete Divergenzkoeffizient wegen der Variationen von n_i über 1 hinausgeht. Anders ausgedruckt: Gesetzt den Fall, dass es sich um eine Wahrscheinlichkeit p handelt, die in der Zeit keinen Änderungen unterliegt (so dass die Abweichungen $(p'_i - p)$ einen rein zufälligen Charakter tragen), so würde die Stabilität der Ereigniszahlen x_i, wenn ihnen ungleiche Beobachtungszahlen zu Grunde liegen, als eine unternormale erscheinen, sollte man zur Feststellung des Grades dieser Stabilität eine Formel benutzen, welche der Verschiedenheit der Beobachtungszahlen keine Rechnung trägt.

Nicht anders verhält es mit in dem speziellen Fall, den ich (1898/14) ins Auge gefasst habe. Den Formeln (5) und (6) entsprechen hier (da q = 1 gesetzt werden kann) die Formeln

$$\delta^2 = m_0 + (1/\sigma)\sum(m_i - m_0)^2 \qquad (7)$$

und

$$E[Q^2] = 1 + [\sum(m_i - m_0)^2/\sum m_i]. \qquad (8)$$

Man hätte es mit dem Schema eines veränderlichen m_i zu tun, wobei die Variationen von m_i als bedingt durch die Schwankungen der Beobachtungszahlen zu denken wären.

Die Formel (7) findet sich übrigens in meinem (1898/14, S. 15) und dort wird zugleich darauf aufmerksam gemacht, dass diese Formel an die Voraussetzung einer konstanten Beobachtungszahl nicht gebunden ist. Die Variationen der Größen m_i mögen in den Schwankungen sowohl der Wahrscheinlichkeit des Einzelereignisses wie der betreffenden Beobachtungszahl wie schließlich bei der Elemente zugleich ihren Grund haben, die Formel (7) behält immer ihre Gültigkeit.

Aus den Formeln (7) und (8) geht also unzweideutig hervor, dass in dem Fall einer variierenden Beobachtungszahl die Berechnung des Divergenzkoeffzienten nach der Formel

$$Q_1 = \sqrt{\frac{[1/(\sigma-1)]\sum\ (x_i - m_0')^2}{m_0'}}\,,$$

derer ich mich (1898) bedient habe, einen um so größeren Überschuss von Q_1 über 1 erwarten lässt, je größer die Variationen der Beobachtungszahl sind. Die Annahme n_i = Const, sofern sie mit der Wirklichkeit nicht in Einklang steht, lässt m. a. W. die Dispersion größer im Vergleich zu der korrekt ermittelten Dispersion der Relatiozahl x_i/n_i erscheinen.

Für jeden, der mit dieser Materie einigermaßen vertraut ist, brauchte das übrigens nicht erst bewiesen zu werden. Und in dem Gini das Gegenteil behauptet, dass nämlich die Annahme n_i = Const zu einer Überschatzung des Grades der Stabilität führt, beweist er damit nur, dass er auf den Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematischen Statistik zur Zeit noch über ein recht bescheidenes Maß von Einsicht verfügt, mit welchem sich die Sicherheit seines Auftretens gar schlecht verträgt. Die unüberlegteste der Behauptungen aber, die er in diesem Zusammenhang aufstellt, ist die von mir oben zitierte, welche sich auf die Multiplikation von zwei Divergenzkoeffizienten bezieht. Es erübrigt sich, über das völlig unbegründete und willkürliche dieser originellen *Methode Gini* auch nur ein Wort mehr zu verlieren[3].

Hätte ich demnach zum Gegenstand der Untersuchung, statt der Ereigniszahlen (x_i) die entsprechenden Relatiozahlen (x_i/n_i) gemacht, so wäre zu erwarten, dass ich noch günstigere Resultate, d. h. etwas kleinere Werte von Q' erhalten hätte.

Diese Erwartung bezieht sich zunächst auf den Fall, wo p keine Änderungen erfährt. Sie gilt sodann für den anderen Fall, wo jedem der Werte p'_i eine besondere Wahrscheinlichkeit p_i zu Grunde liegt, unter der Voraussetzung, dass sich die Variationen von p_i auf der einen Seite und die Variationen von n_i auf der anderen Seite nicht gegenseitig kompensieren, derart dass z. B. mit einen Kleinerwerden von p_i die Zahl n_i in einem einigermaßen entsprechenden Verhältnis großer wird.

Aus einer derartigen zufälligen Kompensation scheint sich die Tatsache zu erklären, dass in dem Beispiel der Kinderselbstmorde in Preußen Dr. Bresciani für die Relatiozahlen eine etwas stärker ausgesprochene übernormale Dispersion erhalten hat[4] als ich sie für die Ereigniszahlen festgestellt hatte. Dabei darf nicht übersehen werden, dass in diesem Beispiel der Divergenzkoeffizient für eine einzige aus bloß 25 Elementen bestehende Reihe berechnet ist. Der mittlere Fehler dieses Divergenzkoeffizienten stellt sich also auf $\sqrt{1/50} = 0.141$[5]. Demgegenüber hat die Abweichung 0.028, welche sich zwischen dem von Dr. Bresciani und dem von mir berechneten Wert des Divergenzkoeffizienten ergibt, nichts zu bedeuten.

Nach den vorstehenden Ausführungen kann also keine Rede davon sein, dass die von mir seiner Zeit gefundenen günstigen Resultate, d. h. von 1 wenig abweichende Divergenzkoeffizienten auf eine von mir in die Rechnung eingeführte unzulässige, weil der Wirklichkeit widersprechende, Hypothese zurückzuführen wären. Diese Hypothese muss im Gegenteil *im allgemeinen* bewirken, dass die Divergenzkoeffizienten etwas höher als bei der korrekteren Berechnungsweise, die auf die Schwankungen der Beobachtungszahlen nimmt, ausfallen.

Wenn ich mich aber trotzdem an die weniger genaue Methode gehalten habe, so liegt der Grund hierfür in folgendem: Mich interessierte in erster Linie nicht die Größe des Divergenzkoeffizienten, sondern die Verteilung der Einzelwerte x_i nach ihrer Größe. Es ist freilich an sich möglich, die theoretische Verteilung dieser Einzelwerte unter Berücksichtung der Schwankungen der Beobachtungszahlen (n_i) zu finden. Man hätte dann bei der Anwendung der Formel

$$\frac{m^x e^{-m}}{x!} \tag{9}$$

auf jede gegebene aus σ Elementen bestehende Reihe σ verschiedene Werte der Größe m beizulegen, n_1p', n_2p', u. s. w. bis $n_\sigma p'$. Dieses Verfahren hätte die Rechnung wesentlich kompliziert. Abgesehen davon, würde es der Formel (9) ihre sozusagen unmittelbare Anwendbarkeit benommen haben. Es war daher bei der Untersuchung der Verteilung der Einzelwerte x_i nach ihrer Größe in einen gewissen Sinn geradezu geboten mit die Annahme einer unveränderlichen Beobachtungszahl zu operieren und es ging offenbar nicht an, bei der Bestimmung der zugehörigen Divergenzkoeffizienten diese Annahme fallen zu lassen.

Es ist überhaupt nicht außer Acht zu lassen, dass es mir im *Gesetz der kleinen Zahlen* vor allem auf die Feststellung der Tatsache ankam, dass die Formel (9) sich an der Hand der Erfahrung verifizieren lässt. Denn die andere Tatsache, dass sich bei kleinen Ereigniszahlen für den Divergenzkoeffizienten Werte ergeben, die von 1 wenig verschieden sind, so interessant sie an sich ist, bot den Ergebnissen der Lexischen Untersuchungen gegenüber nichts wesentlich neues dar. Ob die betreffende Wahrscheinlichkeit des Einzelereignisses (p) sehr klein ist, wie in den von mir betrachteten Fällen, oder ob es, wie in den Lexischen Beispielen, nicht zutrifft, immer besteht die Möglichkeit, wenn nur diese Wahrscheinlichkeit nicht zu sehr schwankt, den Divergenzkoeffizienten durch Verkleinerung des Beobachtungsfeldes der Einheit nahe zu bringen. Die Kleinheit der Wahrscheinlichkeit p spielte für mich nur als Voraussetzung der Anwendbarkeit der Formel (9) eine Rolle.

Ob mit einem Kleinerwerden von p bei einer gegebenen Beobachtungszahl n eine größere Annäherung an die Erfüllung des erzielt Kriteriums der normalen Stabilität ($Q = 1$) ergibt wird, ist eine Frage für sich, die ich in (1898) nicht berührt habe. Diese Frage hat natürlich nur dann einen Sinn, wenn man sich p als eine serienweise variierende Wahrscheinlichkeit vorstellt, welche die Werte $p_1, p_2, \ldots, p_\sigma$ annimmt. Man hat, siehe Bresciani (1908, S. 369, Formel 15),

$$E[Q^2] = 1 + \frac{n-1}{p_0 q_0} \sum \frac{(p_i - p_0)^2}{\sigma}. \qquad (10)$$

Nun nehme man an, dass die Größen p_i sämtlich in demselben Verhältnis abnehmen, so dass an Stelle von p_i überall αp_i tritt, wobei α ein positiver echter Bruch ist. Es fragt sich, ob der neue Divergenzkoeffizient, den man im Unterschied von dem alten, mit Q_α bezeichnen möge, erwartungsmäßig größer oder kleiner als Q sein wird. Aus (10) ergibt sich:

$$E[Q_\alpha^2] = 1 + \frac{n-1}{\alpha p_0(1-\alpha p_0)} \sum \frac{\alpha^2 (p_i - p_0)^2}{\sigma}. \qquad (11)$$

Alsdann erhält man aus (10) und (11)

$$\frac{E[Q_\alpha^{\ 2}]-1}{E[Q^{\ 2}]-1} = \frac{\alpha - \alpha p_0}{1-\alpha p_0},$$

woraus $E[Q_\alpha] < E[Q]$ folgt.

Es ist übrigens ohne weiteres klar, dass der Divergenzkoeffizient erwartungsmäßig abnehmen auch in der Fall würde, wenn alle Werte von q_i sich in αq_i umwandeln würden, wobei also die Größen p_i sich entsprechend vergrößern würden.

Betrachtet man den anderen Fall, z. B. bei welchem alle Werte p_i um demselben Betrag a kleiner werden, so dass auch an Stelle von p_0 die Größe $(p_0 - a)$ tritt, so wird man an der Hand der Formel (9) finden, dass der neue Divergenzkoeffizient größer oder kleiner als der alte ausfallen wird, je nachdem p_0 kleiner oder größer als $(1 + a)/2$ ist.

Es wäre also absolut falsch schlechthin zu behaupten, dass die Erfüllung des Kriteriums der normalen Dispersion ($Q = 1$) um so eher zu erwarten sei, je kleiner die entsprechende Wahrscheinlichkeit des Einzelereignisses ist. Nur sofern man Grund hätte anzunehmen, dass die Schwankungen solch einen Wahrscheinlichkeit ihrer Größe einigermaßen proportional sind, hätte jene Erwartung eine gewisse Berechtigung.

Aber, wie gesagt, habe ich in *Gesetz* (1898/14) die Abhängigkeit des Divergenzkoeffizienten nicht in der Größe p_0, sondern von der Größe n im Auge gehabt.

Dass p bezw. p_0 klein sei, kam ich wiederhole es, nur insofern in Betracht, als damit die Anwendung der Formel (9) zusammenhängt. Da diese Formel bei hinreichend großem m in die Laplacesche Exponentialformel übergeht (Bortkiewicz 1898/14, § 7), so erscheint ihre selbstständige Bedeutung auf den Fall beschränkt, wo zugleich m und daher auch die Ereigniszahlen x_i klein sind. Für diesen Fall gilt die Laplacesche Exponentialformel nicht. In letzterer Formel pflegt man aber den mathematisch präzisen Ausdruck des Gesetzes der großen Zahlen zu sehen. Darum dürfte es nicht ganz ungerechtfertigt sein, von der Formel (9) zu sagen, dass sie das *Gesetz der kleinen Zahlen* ausdruckt.

Wenn Gini diese Benennung bemangelt, und zwar mit dem Hinweis darauf, dass Poisson, von welchen die Bezeichnung *Gesetz der großen Zahlen* herrührt, diese Bezeichnung in einem Sinne gebraucht hat, der keine Analogie zu meiner Benennung ergibt, so möchte ich darauf folgendes erwidern. Poisson hat von einem Gesetz der großen Zahlen speziell in Zusammenhang mit dem von ihm konstruirten Fall variabler Chancen gesprochen. Es war aber ein Irrtum von Poisson zu glauben, dass dieser Fall mehr Beobachtungen bezw. *Versuche* erfordere als der Fall constanter Chancen, damit sich eine bestimmte Stabilität der Ereigniszahlen zeigt. Der Poissonsche Sprachgebrauch entsprang also einer irrigen Ansicht[6]. Und wenn man heute an der Bezeichnung *Gesetz der großen Zahlen* noch immer festhält, so können dafür die Gründe, welche Poisson auf diese Bezeichnung gebracht haben, nicht mehr maßgebend sein. So geht es denn auch nicht an, die analoge Bezeichnung *Gesetz der kleinen Zahlen* deshalb zu verwerfen weil sie zu jenem Poissonschen Standpunkt außer Beziehung steht.

Auch wenn man sich auf einen mehr statistischen Standpunkt stellt, kann man für die Bezeichnung *Gesetz der kleinen Zahlen* zum mindesten ebenso gute Gründe anführen wie für die Bezeichnung *Gesetz der großen Zahlen*. Mit letzterer Bezeichnung will man zum Ausdruck bringen, dass in der Welt des wirklichen Geschehens bei großen Beobachtungszahlen (n_i) die betreffenden Ereigniszahlen (x_i) zu ihnen ein nahezu konstantes Verhältnis einhalten, so dass die Relationen x_i/n_i sich unter einander nur wenig unterscheiden[7].

Sofern dies überhaupt zutrifft, muss aber die Bedingung erfüllt sein, dass auch die Zahlen x_i entsprechend groß sind. Sind sie es nicht, so kommt eben eine andere, durch die Formel (9) ausgedrückte, Norm für das Verhalten der Ereigniszahlen zur Geltung.

Warum soll man da nicht von einem *Gesetz der kleinen Zahlen* sprechen? Wollte man dagegen einwenden, dass die statistische Erfahrung auch solche Reihen kleiner Ereigniszahlen darbietet, welche dieser Norm nicht folgen, so wäre darauf zu erwidern, dass es sich mit den großen Ereigniszahlen ganz analog erhält: die Relationen x_i/n_i können unter Umständen die größten Unterschiede aufweisen, ohne dass dies nach der herrschenden Meinung dem Gesetz der großen Zahlen Abbruch täte.

Im übrigen ist die Benennung durchaus Nebensache. Bei Gini verbindet sich aber mit der Beanstandung der Benennung der Vorwurf, ich hätte den Fall kleiner Ereigniszahlen in ungerechtfertigte Weise gleichsam isoliert und als etwas hingestellt, was den sonstigen Erfahrungen über die Dispersion statistischer Zahlen widerspräche. Berechtigt wäre dieser Vorwurf nur, wenn man aus meinem (1898, 3. Kapitel) streichen könnte. In diesem Kapitel wird nämlich gezeigt, dass die aus kleinen Ereigniszahlen zu Tage tretenden niedriges Divergenzkoeffizienten durch die empirische Bestätigung der Formel (9) auf Grund einer, unwesentlichen nicht von mir, sondern von Lexis aufgestellten Theorie zu erwarten waren (vgl. Bresciani, S. 375).

Das versteht aber Gini, der sich alle Mühe gibt zu zeigen, dass jene Ergebnisse nichts überraschendes darstellen, so wenig, dass er zu völlig verkehrten Erklärungsversuchen für das Verhalten der kleinen Ereigniszahlen greift (wie der Charakter der entspechenden Wahrscheinlichkeit als konstant-zusammengesetzte und das Operieren mit der Annahme einer konstanten Beobachtungszahl) und die einzig richtige Erklärung, welche in meinen 3. Kapitel gegeben ist, übersieht.

Wegen der gänzlichen Unhaltbarkeit der Gini'schen Erklärungsversuche muss auch seine Schlussfolgerung, dass die von mir festgestellte Regelmäßigkeit in den Schwankungen kleiner Ereigniszahlen ein trügerischer Schluss sei, entschieden zurückgewiesen werden. Wohl aber wäre es richtig zu sagen, dass die Stabilität der kleinen Ereigniszahlen nur scheinbar eine höhere als die der großen ist. Diese Aussage wurde indessen demjenigen der auch das (1898, 3. Kapitel) gelesen hat, nicht neues bieten.

Fußnoten

1. Gini (S. 773) sagt irrtümlich *probabilità media composta* statt *probabilità media composta in modo constante*. Vgl. Bresciani, a. a. O., S. 363, Fußnote.

2. Es ist übrigens falsch, wenn Gini behauptet, dass die Zahl der Soldaten in den 20 Jahren, auf die sich meine Untersuchung bezieht, konstant geblieben ist und die Zusammensetzung nach Waffengattungen sich nicht geändert hat.

3. Es ist nur noch nebenbei bemerkt, dass die von Gini geforderte Bestimmung des Divergenzkoeffizientes für die Reihe der großen n_i eine Zurückführung dieser Größen auf einen wahrscheinlichkeits-theoretischen Ausdruck voraussetzt, was doch außerhalb der Problemstellung liegt und außerdem in vielen Fällen gar nicht ausführbar ist.

4. A. a. O., S. 377 – 380. Man beachte namentlich die Spalten 1 – 3 der Tabelle auf S. 379.

5. Siehe meine Aufsätze (1901/21, Heft 5, S. 2; 1906/34, S. 161).

6. Siehe meine Aufsätze (1894 – 1896/8, 1. Artikel, S. 666 Fußn.; 1901/22, S. 826 – 827, Fußn. 13). Vgl. Czuber (1903, S. 137 – 138).

7. Diese *statistische* Interpretation des Gesetzes der großen Zahlen findet sich übrigens auch schon bei Poisson (1837, § 54) selbst. Vgl. Czuber, a. a. O., S. 13 und meinen Aufsatz über Lexis (1904/29, S. 234 Fußnote).

II. Л. фон Борткиевич[1]

Вильгельм Лексис

L. v. Bortkiewicz, Wilhelm Lexis

Bulletin of the International Statistical Institute,
vol. 20, No. 1, 1915, pp. 328 – 332

24 августа 1914 г. смерть прервала на редкость плодовитую и необычно многостороннюю научную жизнь нашего почетного члена и бывшего вице-президента Вильгельма Лексиса. Родившийся в семье врача 17 июля 1837 г. в Эшвейлере возле Ахена, Лексис вначале, с 1855 г., посвятил себя изучению юридических, а затем математических и естественных наук и в 1859 г. получил в Бонне степень доктора философии за диссертацию из области аналитической механики. Затем он сдал экзамен на звание старшего учителя по математике и всем естественным наукам и некоторое время работал вспомогательным учителем в гимназии в Бонне.

После краткого пребывания в Гейдельберге, которое он использовал для работы в химической лаборатории Бунзена, Лексис переехал в 1861 г. в Париж и только лишь там вступил в более тесное соприкосновение с социальными науками, преподавание и научное развитие которых ему главным образом и было даровано. Особенно его привлекали экономические (Volkswirtschaft) проблемы. Его первая большая публикация (1870) уже показала, что он полностью овладел теорией экономики (Nationalökonomie), притом с ярко выраженным пониманием статистического метода как необходимого дополнения к отвлеченным заключениям.

Лексис полагал, что, ввиду исключительно сложного характера экономических (Volkswirtschaft) явлений, подобные заключения без их проверки “длинными рядами” численных наблюдений лишь слишком склоняют к “уходу от действительности”. Эту точку зрения на недостаточность *чистой* теории в применении к экономическим связям Лексис обосновывал всё новыми и новыми доводами, почерпнутыми из своих дополнительных занятий экономическим (Volkswirtschaft) корреспондентом одной из крупнейших и наиболее уважаемых немецких ежедневных газет. С началом немецко-французской войны парижскому периоду его деятельности пришел конец.

Лексис принял в ней нестроевое участие и заслужил железный крест на белой ленте.

После заключения мира он стал редактором газеты *Amtlichen Nachrichten für Elsaß-Lothringen*, которая выходила вначале в Хагенау, главном городе генерал-губернаторства Эльзас-Лотарингии[2], а затем в Страсбурге под названием *Straßburger Zeitung*. Впрочем, уже осенью 1872 г. Лексис оставил эту должность, чтобы стать экстраординарным профессором экономики (Nationalökonomie) в открывшемся семестр тому назад Страсбургском университете. Там Лексис написал свою работу, опубликованную лишь позже (1875), когда переехал в Дерпт (Тарту), став ординарным профессором географии, этнографии и статистики. При отъезде из Страсбурга в 1874 г. ему без защиты диссертации (honoris causa) была присуждена степень доктора политических наук.

Но и в Дерпте Лексис пробыл недолго. Уже в 1876 г. его пригласили во Фрейбург ординарным профессором экономики (Nationalökonomie) и там он оставался до 1884 г. На этот период приходятся его работы, которые, совместно с только что названными, обеспечили ему его ведущее положение в области теоретической статистики. Вот они в хронологическом порядке: (1876; 1877; 1879a). Наряду с этим Лексис как и раньше занимался вопросами экономики (Volkswirtschaft). В статье (1879b) он решительно высказался за положительную социальную политику демократического направления. Затем вышло его *Обсуждение вопроса о валюте* (1881), к которому он впоследствии часто возвращался, и вскоре заслужил себе и в Германии, и за ее пределами славу первоклассного знатока в области теории денег. К этому же фрейбурскому периоду относятся обе основательные статьи (1882a; 1882b). В 1884 г. Лексис стал ординарным профессором государствоведения в Бреслау, но уже в 1887 г. перешел на ту же должность в Гёттингене, где и провел последние 27 лет своей жизни.

Имя Лексиса стало значительно более известно с 1890-х годов прежде всего потому, что он в весьма значительной мере участвовал и как редактор, и как автор в выпуске *Справочника по государствоведению* (1890)[3], который является незаменимым пособием для каждого немецкого экономиста, а кроме того в связи с руководством основанного в 1896 г. в Гёттингене Королевского [?] семинара по страховым наукам, – первого института подобного рода в Германии. Он читал курс *Экономика и статистика страховой науки* и проводил практические занятия совместно с представителями ее обоих направлений, математического и юридического. Лексис также начал непосредственно участвовать в практике страхования в связи со своим избранием в Комитет по страхованию, учрежденного в 1901 г. при Императорском наблюдательном совете по частному страхованию.

Другую область практической деятельности Лексис нашел для себя в прусском Министерстве образования. Министериальдиректор Фридрих Альтхоф, который был его коллегой по Страсбургскому университету, привлек его к разработке и рассмотрению проектов, относящихся к самым разнообразным вопросам, находящимся в ведении Министерства. Их совместная работа при взаимном доверии и уважении продолжалась много лет и принесла Лексису в виде внешнего знака признания титул и ранг тайного обер-регирунгсрата, хоть по прусской традиции профессора получали подобное отличие и награждались высшими орденами лишь в порядке исключения.

Близкие отношения Лексиса к Министерству образования привели к появлению статьи (1898) и публикации (1901), вышедшей по случаю Всемирной выставки 1900 г. в Париже. Далее, Лексис был редактором сборников (1893; 1902; 1904) и автором статей в каждом из них. Первый и третий были опубликованы в связи со Всемирными выставками в Чикаго и Сент-Луисе соответственно.

Хоть эта странная деятельность на службе Министерства образования и потребовала много усилий, его не ослабевшая радость творчества и удивительная работоспособность всё еще находили время для дальнейшего исследовательского труда и новых научных публикаций. Вышел в свет сборник его статей (1903), частично дополненных или вновь переработанных, а частично новых или еще не опубликованных. Затем появилась книга (1906), отличающаяся и богатством содержания, и, не менее того, теоретической проницательностью, и, наконец, исследование (1914). Из крупных статей назовем (1905) и (1908).

Уже заглавия написанных Лексисом книг и статей, хоть первые из них даже не были полностью перечислены выше, и тем более чтение и изучение его трудов, производят впечатление универсальности познания и научных интересов, вдвойне удивительное для эпохи специализации. При личном соприкосновении с ним это впечатление становится восхищением: во всех областях он чувствовал себя как дома. О биржевых бюллетенях он был так же близко осведомлен, как о родословных правящих династий, и так же хорошо ориентирован в учениях отцов церкви, как в новейших астрономических открытиях. К его услугам была совершенно исключительная память, а с качествами энциклопедиста в нем бесподобным образом сочетался упорядоченный и критический разум.

Он никогда не колебался в своих основных установках, но при рассмотрении конкретных вопросов был всегда готов переучиваться под влиянием новых фактов и доводов и потому проявлял высшую достижимую и желательную объективность. Он и чужие научные заслуги расценивал без предвзятости и с наибольшим великодушием. Ничто не было ему столь чуждо, как проявление неуважения к коллегам, которые шли иными путями и в особенности к тем, которые не выказывали никакой склонности следовать его математическому проникновению в область статистики.

В теоретико-вероятностной обработке статистических данных Лексис притом усматривал лишь отросток, пусть даже важнейший, теоретической статистики, значение которого для статистической науки в целом нельзя было переоценивать. Терпеливый и обходительный, благожелательный и доступный, любезный и скромный, – да, почти застенчивый и внешне робкий, – таким он и останется в памяти своих коллег по Международному статистическому институту, которые имели возможность быть в более близких отношениях с ним или видели, как он председательствовал на наших пленарных заседаниях. Он был членом Института со времени его основания и с 1889 г. на каждой новой сессии до 1909 г. почти единогласно избирался вице-президентом. Он скрупулезно и добросовестно исполнял обязанности, связанные с этой почетной должностью, и отсутствовал он лишь на одной сессии, четвертой по счету, в Чикаго. Он, как вполне можно сказать, в силу внутреннего убеждения также принимал всемерное участие в работах различных комитетов и непосредственно, и своими рефератами[4].

Примечания

1. Почти одновременно вышедшая в свет речь Борткевича к 75-летию Лексиса (1915/62) была уже подобающим образом озаглавлена *Памяти Вильгельма Лексиса.* Текст речи предваряло редакционное уведомление о смерти Лексиса, которое упомянуло его как основателя и руководителя первого в Германии университетского семинара по страховой науке и члена комитета Немецкого объединения страховой науки со времени его учреждения. Речь Борткевича была написана совсем в ином ключе нежели некролог и также вполне заслуживает внимания.

2. Главный город Hagenau (нынешнее французское название: Haguenau). Надо полагать, что генерал-губернаторство было вскоре переименовано в *землю*, так как в 1871 – 1918 гг. область Эльзас-Лотарингия оказалась имперской *землей* Германии, созданной после франко-прусской (а не немецко-французской, как написал Борткевич) войны.

3. Мы не смогли установить этого издания; в списке сочинений самого Борткевича мы нашли *Handwörterbuch der Staatswissenschaften*, Bd. 4, 1892 и несколько дальнейших и более поздних томов.

4. Борткевич не сослался на статью Лексиса (1886) о приложении теории вероятностей к статистике.

III. В. И. Борткевич

Александр Александрович Чупров

L. von Bortkiewicz, A. A. Tschuproff

Nordisk statistisk tidskrift, Bd 5, 1926, pp. 163 – 166

Александр Александрович Чупров, умерший 19 апреля в Женеве на 53-м году жизни, был сыном умершего 18 лет назад также за границей, в Мюнхене, известного ученого Александра Ивановича Чупрова, который в течение многих лет занимал кафедру политической экономии и статистики в Московском университете.

От отца А. А. Чупров унаследовал интерес к экономическим и социальным вопросам и, будучи еще гимназистом, решил посвятить себя служению общественным наукам. Но уже тогда он наметил своеобразный путь подготовки к этой деятельности. Исходя из убеждения, что общественные явления необходимо исследовать преимущественно с помощью статистического метода, который требует математического основания, А. А. Чупров поступил на физико-математический факультет Московского университета и только по окончании этого курса, курса математических наук, стал *официально* изучать политическую экономию и статистику.

С этой целью он сначала отправился в Берлин, а затем в Страсбург, к профессору Кнаппу, выдающемуся представителю математической статистики, т. е. той дисциплины, к которой Чупров испытывал особое влечение. Но к тому времени теория статистики уже перестала интересовать Кнаппа и именно поэтому Чупров по договоренности с ним избрал тему для своей докторской диссертации из совершенно другой области. Она была посвящена проблеме земельной общины и значительно превосходила принятый в немецких университетах стандарт для подобных диссертаций как по широте охвата вопроса, так и по объему. Работа была опубликована в 1902 г. в *Abhandlungen aus dem staatswissenschaftlichen Seminar zu Strassbug* под заголовком *Die Feldgemeinschaft*.

Полученная за границей степень доктора открыла А. А. Чупрову дорогу в России к экзамену на степень магистра политической экономии. После сдачи устной части этого экзамена в Московском университете осенью 1902 г. А. А. Чупров был избран доцентом [и заведующим кафедрой] статистики на экономическом отделении открывшегося незадолго до этого Политехнического института в Петербурге. Хотя способности А. А. Чупрова как педагога и лектора были выше средних, преподавательская деятельность была для него обременительна, особенно в первые годы, поскольку, посвящая себя с исключительной добросовестностью подготовке лекций и материалов к семинарским занятиям, он не мог уделять достаточно времени и сил собственной научной работе.

Одна из давно запланированных им систематических работ по теории статистического метода продвигалась медленно, однако в силу внешних обстоятельств было желательно ускорить издание работы, которая по своему объему соответствовала бы магистерской диссертации и могла бы обеспечить автору профессуру. Не оставалось ничего другого, кроме как отказаться от первоначального плана и вместо законченного труда опубликовать ряд статей, связанных друг с другом содержанием и примыкающих друг к другу.

Так вышли *Очерки по теории статистики* [1909], которые составили как бы особую главу общей теории о принципах статистического метода. По идее автора этот метод находит применение не только в общественных исследованиях, но и в естественных науках, где его цель состоит в проверке наличия или отсутствия зависимости между исследуемыми явлениями, если индуктивный образ действия не помогает ни в [строго] причинном, ни в [непосредственном] вероятностном смысле, и зависимость может быть установлена лишь с помощью теоремы Бернулли или так называемого закона больших чисел.

Таким образом, статистический метод непосредственно увязывается с теорией вероятностей, или, иными словами, с математикой. Тем не менее, *Очерки* почти полностью свободны от математических доказательств и формул. По выражению самого Чупрова, изложение идет "на грани между статистикой, математической теорией вероятностей и логикой"[1] и не предполагает у читателя специальных знаний ни в одной из этих областей, хотя внушает ему чувство, что в каждой из них автор является первоклассным специалистом. Можно сказать, что А. А. Чупров обнаружил талант популяризатора научной истины, притом высокого класса, доступного, разумеется, только всесторонне образованным людям.

Свои *Очерки* А. А. Чупров отправил на юридический факультет Московского университета в качестве магистерской диссертации. Официальными оппонентами на ее публичной защите выступили статистик Н. А. Каблуков и Б. А. Кистяковский как специалист по философии и особенно методологии общественных наук. Автор блестяще защитил диссертацию, и факультет сразу присвоил ему степень доктора политической экономии, минуя полагающуюся по университетским уставам [промежуточную] степень магистра (что случалось крайне редко). Сразу после этого А. А. Чупров получил высшее научное звание профессора и смог, не беспокоясь о внешних обстоятельствах, публиковать свои научные изыскания в той форме, которая казалась ему наиболее подходящей.

Его любимой формой было сочинение или доклад по четко очерченной теме, где ясно поставленная задача получала окончательное решение. Таковыми являются, например, его статьи в известном английском журнале *Biometrika*, опубликованные в 1918 – 1921 гг., наполненные математическими формулами и предъявляющие весьма высокие требования к читателю. Именно благодаря этим трудам Чупров стал известен в Англии, и именно им он обязан своим избранием в почетные члены Королевского статистического общества (Лондон).

Несколько иной характер имеют обзорные работы Чупрова по тому или иному вопросу с сопутствующими критическими замечаниями. Об этом свидетельствуют некоторые из его многочисленных статей в *Nordisk statistisk tidskrift* в 1922 – 1925 гг. Как критик он был благожелателен и терпим, но чего он не выносил в научных работах, так это небрежности и смешения понятий; сам он был примером строгости и цельности в своей области знания.

Последняя работа Чупрова была посвящена теории корреляции, которая в определенной степени дополняла и завершала *Очерки*. Она вышла в конце прошлого года отдельным изданием в издательстве Teubner под заголовком *Grundbegriffe und Grundprobleme der Korrelationstheorie.*

Раннее уже подчеркивалось, что годы *невольного бездействия*, которые Чупров провел в Стокгольме и Дрездене[2], отмечены расцветом научного творчества и тем, что он, стремясь не отходить от исследовательской работы, не менее двух раз отклонил предложения занять университетскую кафедру. Однако незадолго до смерти он изменил свое мнение по этому вопросу. В последнем полученном мной письме А. А. Чупрова от 19 янв. этого года [Борткевич и Чупров 2005, Письмо № 211], он писал по поводу профессуры в Гейдельберге:

Если бы гейдельбергская комбинация действительно осуществилась, ничего бы лучшего для меня быть не могло, т. к. в Россию, откуда я снова получил ряд заманчивых предложений, я ехать не хочу.

А на родину он не хотел возвращаться, естественно, не по причине каких-то опасений за себя самого, – напротив, он имел все основания ожидать внимательного и даже с симпатией отношения к себе со стороны властей предержащих[3], – а потому, что ни его демократические убеждения, ни чувство солидарности, ни, наконец, просто-напросто моральные принципы не позволяли ему заручаться теми привилегированными правами, которых были лишены другие. И хотя следует признать неестественным, что этот человек, русский по крови и по духу, украшение и гордость русской науки, в последний период своей жизни не мог найти себе места в России, утешением в скорби по навсегда ушедшему боевому товарищу и другу служит то, что суровая действительность советского режима не коснулась непосредственно его чувствительной души[4].

Примечания

Перевод этого некролога (со шведского) выполнил А. А. Муравьев, который разрешил нам опубликовать его.

1. Мы нашли у Чупрова (1909/21;1959, с. 31) только соответствующую цель.

2. Курсив Борткевича. Мы понимаем это выражение как отсутствие у Чупрова штатной работы.

3. Вряд ли Борткевич повторил это утверждение в 1927 г. (Шейнин 1990, с. 30; 1998).

Библиография

Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество. переписка.* М.

--- (1998, нем.), Статистика и идеология в СССР. *Историко-математич. исследования*, вып. 6 (41), 2001, с. 179 – 198. Перепечатка: Елисеева И. И., редактор (2006), *Россия и европейская экономическая мысль: опыт Санкт-Петербурга*. Пб, с. 97 – 119).

IV. А. А. Чупров

Отзыв о сочинении С. А. Новосельского *Смертность и продолжительность жизни в России*. Петроград, 1916

Предисловие

1. Этот Отзыв был найден в посмертном архиве Б. И. Карпенко, одного из близких учеников Чупрова, и его копию нам любезно прислал нашедший его А. Л. Дмитриев (Петербург). Вот что написал Карпенко в своем собственном комментарии:

Отзыв написан в связи с представлением книги С. А. Новосельского в Академию Наук “на соискание наград имени т. с. [(действительного) тайного советника] *М. Н. Ахматова” (Отношение Непременного секретаря академии С. Ольденбурга к А. А. Чупрову от 26 января 1916 г.). Воспроизводится по экземпляру, хранящемуся в архиве Академии (Л. о. А* [Ленинградское отделение, ныне Петербургский филиал) Архива] *АН, ф. 2, оп. 1-1915, № 30, л. 38 – 62).*

На Отзыв […] *А. А. Чупров затратил много труда. Он внимательно прочитал книгу, сделав свои пометки как на страницах книги, так зачастую и на отдельных листках бумаги. Отзыв был написан на машинке самим А. А. Чупровым не раз. В составе 27 небольших страниц машинного текста А. А. Чупров сохранил две страницы, помеченные девятым номером; одна из них явно из первоначального наброска Отзыва (с многими поправками), другая – из последующего (тоже с рядом исправлений), причем в нем заключается и фраза, вычеркнутая в первоначальном наброске.*

Нельзя не заметить, что часто А. А. Чупров стремился смягчить выражения, если они как-либо могли книгу опорочить. Например, говоря об очерке теории измерения смертности, он вначале написал “Не заключает в себе элементов” самостоятельного творчества, а потом – “не преследует целей” […]*; слова задача разрешена “без особого блеска, но в целом удовлетворительно” заменены на* […]

“можно сказать, удовлетворительно”. В заключительных фразах слово “недостатки” заменено словом “недочеты”.

2. Дата Отзыва не указана, но вряд ли он не был закончен в том же 1916-м году. И вот выдержки из писем Маркова Чупрову 27 января и Чупрова Маркову 28 января 1917 г., см. соответственно Ондар (1977, с. 136, Письмо № 105; дата 27 февраля неверна и исправлена нами по оригиналу письма) и Шейнин (1990, с. 66):

На основании Вашего отзыва […] *не следовало бы давать премии, что я и высказал в Общем собрании Акад. Я не оспариваю Вашего отзыва, но особых достоинств* [книги] *Вы не указали. Их, по моему убеждению, нет.*

Ее слабые стороны я не замолчал, но она всё же и по ценности полученных […] *результатов, и по научному творч. стоит никак не ниже, а скорее выше большей части тех сочинений, которые* [нрзб] *удостаиваются Акад. премий.*

В 1922 г. Чупров (Шейнин 1990, с. 20) написал Н. С. Четверикову: “Новос. […] по трудам хотя и ценю, но не без оговорок”. И упомянем еще (там же), что в 1915 г. Чупров был удостоен “золотой рецензентской медали” за рецензию на другую книгу.

3. Мы (Шейнин 1990, с. 109 – 113) описали работы Чупрова в области демографии и сейчас повторим лишь несколько слов. В 1900 г., а затем в 1910 и, возможно, 1911 г. Чупров руководил городскими переписями в Москве и Петербурге соответственно. Среди его работ по демографии имеются исследования о влиянии первой мировой войны на движение гражданского населения, и в этой связи следует тем более заметить, что в своем Отзыве он ни слова не сказал о том, что ввиду войны сочинение Новосельского имело лишь историческое значение.

Наконец, мы обязаны вспомнить о выступлении самого Новосельского в 1926 г. по поводу кончины Чупрова. Вот выдержки из его речи (1928, с. 327 и 332): Чупров был “глубоким знатоком демографической статистики” и принимал участие как инициатор, редактор, рецензент или советчик во всех более или менее значительных демографических работах “за последние 20 лет”. Непонятно, правда, продолжал ли Чупров советовать, находясь в эмиграции. Новосельский также заметил, что смерть Чупрова вызвала “чувство известной растерянности и осиротелости у русских демографов”.

[1] Работа г. [господина] Новосельского может быть расчленена на четыре части. Первые семь глав книги (стр. 3 – 40) содержат краткий очерк учения об измерении смертности. В главах 8 и 9 (стр. 41 – 97) подвергнуты критическому обзору статистические материалы об умерших в России и имеющиеся в литературе русские таблицы смертности. Глава десятая (стр. 97 – 134) посвящена построению новой русской таблицы смертности; к ней по содержанию примыкает последняя, тринадцатая глава (стр. 188 – 202), дающая техническо-страховые приложения к таблице смертности. Наконец, в главах 11 и 12 (стр. 135 – 187) автор подвергает анализу данные построенной им новой русской таблицы смертности, сопоставляя их с иностранными таблицами, и подробно рассматривает вопрос о понижении смертности в России. В конце книги (стр. 203 – 207) приложен список литературы, включающий в себя перечень таблиц смертности для государств западной Европы.

[2] Составленный г. Новосельским очерк теории измерения смертности не преследует целей самостоятельного научного исследования. Он носит как бы вспомогательный характер, имея своей задачей ориентировать читателя в основных методологических вопросах и тем подготовить к сознательно-критической оценке опубликованных ранее Новосельского русских таблиц смертности, равно как и таблицы, построенной самим автором. Изложение стремится быть возможно элементарным и систематическим, избегает применения формул "высшей" математики; в обозначениях автор придерживается системы Института актуариев [Англии?].

Поставленная автором задача разрешена, можно сказать, удовлетворительно. Г. Новосельский владеет литературой предмета и обладает способностью излагать запутанные построения с достаточной, в целом, отчетливостью. Встречаются, правда, неясности и даже неточности: при определении понятия стационарного населения; автор напрасно так близко примыкает к Буняковскому (стр. 12); так называемый "способ [К. Ф.] Германа" без достаточных оснований переименовывается в "способ Лапласа" (ср. подробный анализ действительного содержания мысли Лапласа в работе М. В. Птухи (1916, стр. 233 – 234). Рассуждений на стр. 36 – 37 о средней продолжительности жизни как математическом ожидании без ущерба можно бы и не помещать; некоторые страницы могли бы быть изложены проще и точнее.

Можно сделать возражения и против избранной автором системы изложения. Не выдвинуто, например, коренное значение так называемой "плотности рождений" для методологии измерения смертности. Многое было бы легче усвоено читателем, если бы были привлечены графические способы изложения. Без их поддержки такие страницы, как 26 – 28, где идет речь о главных совокупностях живущих и умерших, требуют чрезмерного напряжения внимания со стороны тех, кто впервые знакомится с предметом; из-за этого, вероятно, они и отнесены автором так далеко. Между тем, изложение получило бы бóльшую стройность, если бы те представления, которые сообщаются на страницах 26 – 28, были развиты в начале.

Если бы рассматривать предложенный г. Новосельским очерк теории измерения смертности как нечто самостоятельное, то трудно было бы признать вполне удачным и выбор того материала, с которым автор считает нужным познакомить читателя. Многое из того, что опущено, заслуживало бы упоминания не в меньшей мере. Но непосредственное назначение этой части книги, служащей лишь подготовкой для дальнейшего изложения, более или менее оправдывает ы целом ее конструкцию.

В общем, те сорок страниц, которые уделены автором методологическому введению, с пользой прочтутся и в настоящем виде статистиками, не располагающими теоретической подготовкой в этой области, и будут содействовать распространению у нас здравых взглядов на приемы исследования смертности. Некоторые же места способны заинтересовать и более осведомленных; так, многим вероятно будет ново имя Морриса как первого защитника мнения о необходимости группировать умерших одновременно по возрасту и по времени рождения. У Вестергорда (Westergaard 1901) указание это сделано до того мимоходом, что осталось мало кем замеченным.

[3] Восьмой главой открывается та часть работы г. Новосельского, которая имеет характер научного исследования. Ее центром является построение новой таблицы для России, но значительный интерес представляет также критический разбор трудов предшественников автора, предпосланный собственной таблице. Особенно подробно рассматриваются таблицы Буняковского, таблица Борткевича, а также таблица Бессера и Баллода (1897)[1]. Г. Новосельский останавливается и на методах, которых придерживались разные исследователи русской смертности при построении своих таблиц, и на привлеченных ими материалах, и на применяемых ими приемах предварительной обработки материала в целях восполнения его пробелов и устранения свойственных ему погрешностей.

Анализ отличается обстоятельностью, не упускаются из вида малейшие источники возможных неточностей. (См., например, интересный разбор вопроса о контроле таблицы смертности данными касательно численности мужчин призывного возраста на стр. 81 – 83.) Разбираемые произведения изучены г. Новосельским во всех деталях, превосходное же значение [знание?] русских статистических материалов и изданий позволяет не ограничиваться отвлеченно-методологическими замечаниями: тщательно проверяются и всякого рода фактические подробности. Разбор ведется в выдержанном, спокойном тоне; автор не увлекается полемикой ради полемики, а всё время неуклонно имеет в виду исключительно суть дела. Не всё, конечно, изложено равно удачно (способ, примененный Буняковским, описан, например, на стр. 57 не совсем вразумительно). Не все соображения равно убедительны, но в целом эта часть книги читается с неослабевающим интересом. Мимо нее не пройдет никто из будущих исследователей русской смертности. Можно лишь пожалеть, что автор не присоединил систематического обзора и анализа трудов по изучению смертности в отдельных местностях России.

[4] При построении своей таблицы смертности для Европейской России г. Новосельский идет путем, существенно отличным от предшественников, которые полагали в основу вычисления лишь данные об умерших и родившихся. Г. Новосельский привлекает данные всеобщей переписи населения 28 января 1897 года.

За предпринятую им попытку построения таблицы смертности на этой основе нельзя не быть признательным, как нельзя не присоединиться к тем укоризненным замечаниям, с которыми он обращается к Центральному статистическому комитету, не выполнившему этой прямой своей обязанности (стр. 96)[2].

При оценке таблицы г. Новосельского надлежит руководствоваться двумя точками зрения: следует рассмотреть, в какой мере примененные им приемы решения поставленной задачи представляются в данных условиях наиболее целесообразными; с другой же стороны возникает вопрос о том, какой степенью надежности могут вообще располагать результаты, полученные на основе привлекаемых автором статистических материалов.

Что касается общего плана построения таблицы смертности, то его в целом можно признать правильным. Прав автор, в частности, в том, что ограничивается привлечением данных об умерших за два лишь смежных с переписью года (за 1896 и 1897 [1898?], с. 98). В полной мере рационально, что данные переписи не перечисляются на 1 января 1897 года (стр. 109). Мало к чему нужными представляются, напротив, те выкладки, которые автор обосновывает на стр. 112: при той степени “выглаженности”, до которой уже доведены данные, усовершенствование, к которому стремится автор, ни в коей мере не повышает действительной надежности результата.

[5] Серьезные возражения вызывает путь исчисления смертности первых лет жизни, избранный автором. Г. Новосельский стремится и здесь опереться, хоть в некоторой мере, на данные переписи. Это приводит его (стр. 113 – 116) к приему столь же искусственному, сколь мало рациональному. Страницы 113 – 116 должны быть признаны самым слабым местом исследования. Даже внешне описание приема не стоит в соответствии с общим характером предшествующего изложения. Автор, всё время избегавший фикций, здесь начинает вдруг говорить о “лицах, родившихся 1 января”, разумея родившихся за целый год, о “доживших 1 января до точного возраста 1, 2 и т. д. лет”. Он отыскивает “сумму лиц, состоявших 1 января 1897 года в точном возрасте 0, 1, 2, 3, 4 лет”, чтобы сопоставить ее с числом живущих в возрасте 0 – 5 лет на 1 января; он принимает “за поколение родившихся, к которому принадлежат умершие 0 – 1 года в 1896 и 1897 гг.”, число родившихся с 1 июля 1895 г. по 1 июля 1897 г., “за число переживших 1-й год жизни, к которым принадлежат умершие 1 – 2 лет в 1896 и 1897 гг., принимается число родившихся с 1 июля 1894 г. по 1 июля 1896 г. за вычетом умерших 0 – 1 года в 1895 и 1896 гг.” и т. д.

Словом, фикция нанизывается на фикцию и всё завершается тем, что разница между числом детей в возрасте 0 – 5 лет на 1 января 1897 года, полученным в конечном итоге выкладок, и тем, какое указывается переписью, относится за счет эмиграции и распределяется между годичными подгруппами pro rata [соразмерно] их численности.

Лица, ориентированные в теории измерения смертности, сумеют, конечно, дешифровать и эти неудачные страницы, но читатель, для которого предназначено методологическое введение к книге, безнадежно запутается в предлагаемых ему здесь неожиданных формулировках. Между тем разобраться в них представляется существенно важным для оценки степени надежности полученной г. Новосельским картины русской смертности.

[6] Перепись населения никогда не дает, как известно, точного числа детей младших возрастов. Сопоставление рождений и смертей за предшествующие переписи годы неизменно обнаруживает значительные прочеты[3]. Этим недостатком страдают даже переписи, поставленные технически наиболее совершенно, в менее же благоприятных условиях прочеты достигают громадных размеров. При переписи 1881 года, например, насчитано в Италии 791 699 младенцев в возрасте до одного года, тогда как должно было их быть более 935 тысяч; младенцев в возрасте от 1 года до 2 лет перепись насчитала 611 294 вместо 709 тысяч и т. д.

В условиях, в каких была проведена наша перепись 1897 года, особо высокой степени точности достигнуто быть не могло. Это ясно и без проверки, но не трудно это предположение подвергнуть и эмпирической проверке; укажу для примера на тщательные сопоставления Ф. Ф. Ольденбурга (1911), выполнившего эту работу для Тверской губернии в связи с расчетами числа детей школьного возраста.

Неточность данных переписи зависит отчасти от не вполне верных показаний о возрасте: детей, не достигших еще одного года, часто зачисляют в однолетки. Английские статистики (Фарр) склонны придавать наибольшее значение именно этому источнику погрешностей. В какой мере они правы для Англии, вопрос особый, но у нас в России, как равно и в Италии, главную роль играет несомненно прямой прочет. Для Италии это ясно видно уже из того, что перепись показала детей много меньше, чем следовало не только в возрасте до одного года, но также и в возрасте до двух, до трех лет, и лишь в старших группах недочеты начинают чередоваться с избытками, более или менее компенсируя друг друга. Не иначе обстоит дело и у нас.

Что касается эмиграции, то, как правило, она не принимает сколько-нибудь заметных размеров в столь раннем детском возрасте. Бывают, конечно, исключения: из Парижа, например, до войны "эмигрировала" вскоре после рождения – отдавалась кормилицам в деревню – чуть не треть новорожденных. Но для целой страны говорить об эмиграции малолетних почти не приходится, и, в частности, те несколько сот тысяч, которые г. Новосельский относит на счет эмиграции, никакого касательства к выселениям вне всяких сомнений не имеют: в своей значительнейшей части это – простой прочет. Сбрасывая их со счета при выводе числа живущих, к которым надлежит относить число умерших в 1896 и 1897 гг. детей, г. Новосельский не приближается к действительности, а, напротив, от нее отходит. Было бы много лучше, если бы он, следуя проторенными путями, оставил данные переписи совсем в стороне и вычислял порядок вымирания для первых лет жизни на основании данных о родившихся и умерших, затратив свое время и труд на возможно тщательную их обработку. Результаты получились бы при этом заметно отличные от тех, какие занесены в его таблицу.

Для мальчиков смертность на первом году жизни показана, например, у г. Новосельского равной 298 на тысячу родившихся. Между тем, из мальчиков поколения 1897 года умерло на первом году жизни в течение 1897 и 1898 гг. лишь около 280 на тысячу; из поколения 1896 г. умерло в течение 1896 и 1897 гг. около 289; поколение 1895 года проходило первый год жизни в еще более неблагоприятных условиях, но оно дало лишь около 296 смертей на 1000 родившихся. Не подлежит сомнению, что смертность на первом году жизни в рассматриваемые г. Новосельским годы была на несколько процентов ниже того, что указано в его таблице. Ту же примерно разницу мы, надо думать, получили бы для возраста от одного года до двух, от двух до трех и т. д. В связи с этим все числа второго и третьего столбцов, а также начало столбцов 4, 5, 6 и 7 во всех трех таблицах г. Новосельского должны быть соответственно изменены.

[7] То чрезмерное увлечение данными переписи, которым испорчено начало таблиц г. Новосельского, сказывается до известной степени и на их продолжении. Показания переписей населения касательно возрастного состава грешат уклонением от действительности не только в детских возрастах; крайне ненадежны и показания в старческом возрасте, а кроме того в интересующую нас картину вносятся изрядные искажения присущей роду человеческому склонностью округлять свои цифровые показания. На данные нашей переписи 1897 года этот источник погрешностей наложил особливо яркую печать.

Так, например, женщин в возрасте 69 лет насчитывается по переписи в 50 губерниях Европейской России 56 377, в возрасте 71 года – 40 024, в возрасте же 70 лет – ни много, ни мало 492 045. Сходным образом при неполных 38 тысячах 74-летних и 36 с половиной тысячах 76-летних оказывается полтораста тысяч в возрасте 75 лет. В таких условиях задача восстановления подлинной картины возрастного состава по искаженным намекам переписи приобретает чрезвычайную трудность. Она отчасти, пожалуй, облегчается тем, что и данные о возрастном составе умерших страдают теми же недостатками, и ошибки в числе живущих известного возраста в некоторой степени компенсируются сходными ошибками в числе умерших.

Однако, полагаться на такую автоматическую нейтрализацию погрешностей не приходится, тем более, что в характере ошибок замечаются не лишенные значения различия: у нас при переписи 1897 года наблюдалось, например, сосредоточение на возрастах, кончающихся на нуль и на пять; данные же об умерших показывают сверх того сосредоточение на предшествующих возрастных группах (ср. стр. 104 разбираемого сочинения)[4].

Необходимость считаться с такого рода погрешностями побуждает некоторых исследователей даже к тому, чтоб совсем отказаться от использования детальных данных переписи касательно распределения населения по возрасту: образуются более крупные возрастные группы с таким подбором границ, чтоб ошибки округления возможно менее сказывались на численном составе (например, от 27 до 32 лет, от 32 до 36 лет и т. д., или от 27 до 36 лет и т. д.), и смертность устанавливается лишь для таких широких возрастных пределов путем непосредственного сопоставления числа живущих с числом умерших. Для того же, чтобы начертать более детальную картину движения смертности с возрастом, прибегают затем к более или менее заботливому интерполированию.

Указывая, что “возрастные неправильности в русских данных, особенно в средних возрастах, не говоря уже о старческих, выходят за пределы 10-летних возрастных групп, и при интерполировании пришлось бы образовывать слишком крупные возрастные группы” (стр. 104), г. Новосельский отказывается вступить на этот путь, предпочитая ему “выравнивание” (механическое сглаживание). Как на добавочный аргумент в пользу такого решения он указывает на “периодичность и известную закономерность возрастных неправильностей” (стр. 105), подлежащих исправлению. При выполнении сглаживания налагается условие, чтоб численный состав возрастных групп от 7 до 24 лет, от 24 лет до 41 года, от 41 года до 58 лет и старше 58 лет остался без изменений. Сглаживание производится по одной и той же схеме как для живущих, так и для умерших. Для возрастов старческих применяется более сложный порядок вычисления.

[8] Полученные результаты автор склонен оценивать оптимистически. Я не в состоянии присоединиться к такой оценке; я думаю, что и картина возрастного состава живущих, и, в несколько меньшей мере, картина связи смертности с возрастом представляются малонадежными, а в возрастах старческих даже совсем гадательными. Примененные г. Новосельским приемы устранения “возрастных неправильностей” не считаются в должной мере с характером тех погрешностей, какие надлежит удалить. В этих погрешностях, как справедливо указывает автор, наблюдается “известная закономерность”. Они увеличиваются с возрастом; они носят не один и тот же характер для умерших и для живущих. Но и кроме этих двух особенностей, отмечаемых г. Новосельским (стр. 104), нетрудно усмотреть иные закономерности, вглядываясь в числа таблицы, помещенной на стр. 100 – 103.

Так, например, мы видим, что для женщин группа 37-летних, 47-летних и т. д. представлена меньшим числом живущих, нежели смежные группы 36-летних и 38-летних и т. п. и для мужчин наблюдается то же, начиная с 47-летнего возраста. Напротив, группа 32-летних и ей подобные представлены как для женщин, так и для мужчин бóльшим числом живущих, нежели смежные. Ясно, таким образом, что передвижки из группы в группу происходят около возрастов, кончающихся на нуль, и около возрастов, кончающихся на 5, совсем по-разному. Детальное изучение материалов переписи (сопоставления групп, в равной мере затрагиваемых ошибкой, – мужчин и женщин, городского и сельского населения, грамотных и безграмотных, в разных губерниях), позволило бы установить целый ряд подобных закономерностей и выяснить характер подлежащих устранению погрешностей, их направление и даже относительные размеры с довольно, можно думать, высокой степенью точности. А вслед за тем можно было бы поставить на более прочный фундамент и самый переход от данных переписи к искомому действительному распределению населения по возрасту.

[9] Приемы же, примененные г. Новосельским, игнорируют такие закономерности. Автор считается лишь с увеличением ошибки к старости, подвергая данные переписи всё большему и большему сглаживанию по мере повышения возраста. Даже отмеченная им разница между характером ошибок для живущих и для умерших не находит отражения в его приемах.

Примененный г. Новосельским прием механического сглаживания страдает и другим недостатком: выравниваются и такие колебания, которые не требовалось бы устранять. Число живущих известного возраста, равно как и число умерших, зависят, между прочим, от численности поколения, к которому [они] принадлежат; при резких колебаниях в числах рождений известные неправильности в возрастном составе живущих и умерших представляются совершенно естественными и неизбежными.

Это не ошибка, требующая посильного смягчения, а реальный факт, подлежащий изучению. 1827 год дал, например, у нас почти на сто тысяч больше рождений мальчиков и на сто тысяч с лишним более рождений девочек, нежели предшествующий 1826 год, в следующем же 1828 году числа рождений снова упали. В 30-х годах прошлого века замечается значительный подъем числа рождений от 1835 года к 1836 и сравнительно малые изменения в следующие годы. По сравнению с 1834 годом 1835 характеризуется меньшим числом рождений. Эти волны должны были в ослабленном, конечно, виде докатиться и до переписи 1897 года, обусловливая собой отчасти картину того, как складываются однолетние возрастные группы около 70 и около 60 лет. Сглаживать их наравне с ошибками наблюдения отнюдь не значит приближаться к действительности.

Я не буду, конечно, развивать подробный план того, как следовало бы поставить попытку восстановить возможно ближе к действительности картину возрастного состава населения Европейской России в день переписи 28 января 1897 года по имеющимся в нашем распоряжении материалам. Задача эта сложная и тонкая, требующая кропотливой возни с числами и вдумчивого взвешивания методов работы. Не очень она благодарна, скорее почти безнадежна ввиду слишком уж малой доброкачественности исходных данных. Но во всяком случае не решив ее так или иначе, нельзя приступать к построению таблицы смертности. И от того, успешно ли она разрешена, зависит степень доверия, на какую может рассчитывать вычисленная таблица.

Решение, данное г. Новосельским, не может быть признано вполне удачным и нельзя не пожалеть, что им не было уделено больше внимания этой стороне дела. При том опыте и тех знаниях, которым[и] он располагает, не слишком даже обременительная затрата труда заметно повысила бы объективную ценность его собственных построений и существенно облегчила бы дальнейшую работу всем тем, кто интересуется демографией России.

[10] Нельзя также не выразить сожаления, что г. Новосельский не остановился подробнее на критике данных переписи 28 января 1897 г. с точки зрения полноты учета населения. Если, как можно думать, пропуски при счете живущих достигают бóльших размеров, нежели прочеты умерших, то получаемая картина смертности должна в целом более или менее отклоняться от действительности, – на сколько, это зависит от сравнительных размеров ошибок тут и там. Для оценки степени достоверности полученных результатов автору следовало бы подвергнуть внимательному анализу этот вопрос и установить с доступной степенью приближения не только направление, но и размер проистекающих отсюда погрешностей.

В настоящем же своем виде таблица г. Новосельского не может быть признана окончательной, и вопрос о вычислении русской таблицы смертности на основе данных переписи 28 января 1897 года не снимается с очереди разбираемым трудом. Справедливость требует добавить, что и результаты вычислений предшественников г. Новосельского не могут быть поставлены многим выше его таблицы по степени научной достоверности. А так как источники и самый характер неточностей в новой таблице и в предшествующих кое в чем существенно различны, то, несмотря на неполную надежность, таблица г. Новосельского всё же представляет весьма ценное дополнение к нашим знаниям о смертности населения Европейской России.

Необходима лишь осторожность при сопоставлениях и выводах. Даже согласие различных таблиц не вполне гарантирует соответствие действительности, так как может корениться в сходстве ошибок. И после обстоятельного анализа г. Новосельского (стр. 160 – 168) я не питаю, например, полной уверенности, что низкая смертность стариков в России может почитаться за доказанный факт, а не является отражением ошибок наблюдения. Там же, где показания различных таблиц расходятся, часто крайне трудно решить, в какой мере это свидетельствует о различиях в самих явлениях, и в какой мере покоится на разнице методов. Ту же осторожность необходимо, разумеется, соблюдать и при сопоставлениях русской смертности со смертностью иностранных государств. Не слишком ясно выраженным различиям нельзя придавать большого веса.

Несмотря на все подобные оговорки, многое в характеристике русской смертности и ее развития во времени всё же может быть признано за почти неоспоримый факт, и сравнительный анализ данных, выполненный г. Новосельским в главах 11 и 12 книги, представляет высокий интерес. Правда, значительная часть содержания этих глав появляется в печати не впервые: г. Новосельский много уже лет неутомимо работает в этой области, являясь одним из наиболее деятельных наших демографов, но статьи его, разбросанные по разным специальным журналам, были трудно доступны, и выполненный ныне свод нельзя не приветствовать. Читатель, интересующийся сравнительной статистикой населения, найдет в этой части труда г. Новосельского свежий, разнообразный и тщательно сопоставленный материал и встретит будящие мысль выводы.

[11] Приложенный к книге указатель литературы имеет не совсем ясный характер: трудно понять, чем руководствовался автор, помещая некоторые сочинения в этот список, ссылаясь на другие только в тексте и нигде не упоминая о третьих. Почему не находим мы, например, нигде указания на статью Борткевича (1898/13) в журнале Георга Майра, представляющую бесспорный интерес для истории русских таблиц смертности? Перечень таблиц смертности для разных государств западной Европы, включенный в указатель, не претендует на исчерпывающую полноту, но и в том виде, как сейчас, будет не бесполезен для работающих в этой области лиц.

[12] Несмотря на некоторые недочеты, труд г. Новосельского в его целом представляет ценное обогащение нашей скудной демографической литературы. Академия Наук всегда относилась с живым интересом к подобным исследованиям и оказывала им поддержку. Достойно внимания, что все важнейшие русские таблицы смертности появились в ее изданиях. Я полагаю, что и работа г. Новосельского должна быть отнесена к числу таких, которые заслуживают поощрения со стороны Академии, и находил бы, что она подлежит награждению премией.

Примечания

1. В письме Борткевичу № 35 1898 г. Чупров (Борткевич, Чупров 2005, с. 96) поблагодарил своего корреспондента за присылку оттиска статьи (1898/13) с "грозным разносом" статьи Бессера и Баллода. В п. 11 своего Отзыва Чупров отметил, что Новосельский этой статьи так и не упомянул, но здесь он мог бы добавить свое собственное мнение о ней. Борткевич, кстати, опубликовал к 1898 г. немало примыкающих работ, и не вполне ясно, ссылался ли на них Новосельский.

2. В письме Маркову 1917 г. № 102 (Ондар 1977, с. 131 – 132) Чупров резко критиковал этот комитет. Вот несколько строк оттуда:

Наш […] *комитет постепенно упал до уровня, невообразимо низкого* […]. *Из полу научного учреждения, каким он должен был бы быть, он превратился в какой-то статистический департамент – в канцелярию, изготовляющую статистические отписки*.

О том же Чупров написал в газетной статье 1913 г., а затем в статье 1917 г. (Шейнин 1990, с. 112).

3. Это слово встречается неоднократно, а в п. 10 мы находим одновременно и *пропуски*, и *прочеты*, но возможно лишь для изящества слога. Другой необычный термин – *разница* (а не разность).

4. *Сосредоточение* на определенных возрастах было к тому времени хорошо известным явлением и впервые его упомянул быть может Муавр (De Moivre 1725/1756, с. 347): в таблицах смертности "обычно завышены годы, кратные 10". На следующей странице он подчеркнул значение переписей, повторяющихся "через надлежащие интервалы времени".

Библиография

Бессер Л. В., Баллод К. (1897), Смертность, возрастной состав и долговечность православного народонаселения обоего пола в России за 1851 – 1890 гг. с приложениями. *Зап. Петерб. Акад. Наук*, историко-филологич. отд., сер. 8, т. 1, № 5 (пятая пагинация), 124 с. + табл.

Борткевич В. И., Чупров А. А. (2005), *Переписка*. Берлин. Также www.sheynin.de
Новосельский С. А. (1928), А. А. Чупров как демограф. *Изв. Экон. фак. Ленингр. Политехнич. Инст.*, № 1 (25), с. 327 – 332.
Ольденбург Ф. Ф. (1911), *Учет детей школьного возраста, массовый по уездам и частичный по школьным районам.* Тверь.
Ондар Х. О., редактор (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова.* М.
Птуха М. В. (1916), *Очерки по теории статистики населения и моральной*. СПб.
Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка.* М.
De Moivre A. (1725), *Treatise on Annuities*. Перепечатано в третьем издании книги автора (Лондон, 1756) *Doctrine of Chances*, с. 261 – 328, 333 – 348.
Westergaard H. (1901), *Die Lehre von der Mortalität und Morbilität*. Jena.

V. А. А. Чупров

О средней квадратической ошибке коэффициента дисперсии*

Рукопись. Архив РАН, фонд 173, опись 1, № 50. Английский перевод: On the mean square error of the coefficient of dispersion (Чупров 2004/66, pp. 48 – 73)

Предисловие составителя

Мы публикуем рукопись Александра Александровича Чупрова (1874 – 1926), написанную им в 1916 или в самом начале 1917 г. Действительно, он ссылался в ней на свою статью (1916/32), относящуюся к той же теме, – теории устойчивости статистических рядов, – а 28 января 1917 г. (Шейнин 1990, с. 65, Письмо № 88с) отвечал на замечания А. А. Маркова, безусловно касающиеся его новой работы. Заметим, что рукопись Чупрова так или иначе обсуждалась в ряде писем этого периода из его переписки с Марковым (Ондар 1977; Шейнин 1990).

Именно в 1916 г. или чуть раньше в результате научного общения с Марковым математическая статистика стала для Чупрова столь же важным объектом изучения, как и экономика и статистика вообще. В частности, Чупров (1918 – 1919/36) продолжил упомянутые исследования, притом, как оказывается, частично использовал (в Очерке 2, а точнее в его гл. 2, §§ 2 – 5; в гл. 3, §1, и в заключении к нему) результаты своей рукописи.

Статистические ряды стали специально изучаться в последней четверти XIX в., в основном вслед за немецким статистиком Лексисом (1879), см. также Бауэр (1955); Четвериков (1968); Heyde & Seneta (1977, гл. 3); Шейнин (1990, § 11). Пусть ряд состоит из r величин p_i, $0 < p_i < 1$, $i = 1, 2, …, r$, каждая из которых является средней из n наблюдений. Эти наблюдения можно считать реализациями случайной величины ξ, принимающей значения 1 и 0 с вероятностями p и q ($p + q = 1$). Дисперсию величины ξ можно либо принять равной σ^2_ξ, либо подсчитать по формуле Гаусса

$$\sigma^2 = [(p_1 - \overline{p})^2 + (p_2 - \overline{p})^2 + \ldots + (p_r - \overline{p})^2]/(r - 1),$$

в которой $\overline{p}$ есть среднее из p_i и которая до Лексиса применялась только в теории ошибок.

Лексис предложил оценивать устойчивость подобных рядов *коэффициентом дисперсии* (позднейшее название) $Q = \sigma/\sigma_\xi$. Действительно, при существенном отличии Q от единицы можно было полагать, что значения p_i слишком различны, т. е. что их нельзя считать происшедшими от реализаций единой случайной величины и что, следовательно, ряд неустойчив.

Желание уточнить идеи Лексиса заставило статистиков и математиков, в том числе Маркова (1916) и Чупрова (1916/32), определять математическое ожидание и дисперсию коэффициента Q (или Q^2) и именно второй из этих задач была посвящена рукопись Чупрова. Впрочем, он также качественно исследовал распределение Q^2, а в последний момент (Шейнин 1990, с. 67, Письмо № 91а) попытался доказать, что оно может быть описано кривой Пирсона типа III (и тем самым вышел за рамки, обозначенные заглавием своей рукописи). Однако, как усматривается из его переписки (там же, с. 65, Письмо № 88с), Марков опровергнул его доказательство и Чупров никогда больше не возвращался к своей попытке.

Формулы Чупрова оказались очень сложными, и недаром Марков (Ондар 1977, Письмо № 105) заявил, что его “пугает” обилие в рукописи “сложных выкладок”. Можно напомнить, что в области теории корреляции формулы Чупрова, “представляя значительный теоретический интерес”, “почти неприменимы” вследствие сложности вычислений (Романовский 1938, с. 416). В интересующем нас случае это было вызвано тем, что Чупров исследовал ряды, члены которых (p_i) были средними из переменного количества наблюдений n_i ($n_i \neq \mathrm{Const}$).

Мелкие технические изменения, которые мы внесли в рукопись таковы.

1. Чупров ссылался на литературу в подстрочных примечаниях (хотя и не приводил точных библиографических описаний) и не составил библиографического списка. Такой список сейчас приложен, а примечания соответственно сокращены, а некоторые из них исключены вовсе.

2. При необходимости Чупров ссылался на свои предшествовавшие страницы, мы же пронумеровали некоторые из его формул и ссылаемся именно на них и, соответственно, изменили его текст.

3. Горизонтальную черту дроби мы во многих случаях заменили на косую, а устаревшее сокращение *стр* модернизировали.

4. Мы ввели несколько обозначений, а именно D и F между формулами (5) (6); $f_1(n; r)$ и $f_2(n; r)$ после формулы(9); G, см. формулу (10); $s_{[r]}$ между формулами (16) и (17). Обозначения $n!$ для факториала Чупров не применял.

5. Мы изменили систему ссылок.

Впрочем, мы оставили его терминологию без изменения; его *переменная* это случайная величина, а слово *значений* в выражении *закон распределения значений переменной* можно не принимать во внимание. Хуже обстоит дело со стилем, которым Чупров плохо владел, но ни одной его фразы мы, разумеется. не стали переделывать.

1. Обозначая математическое ожидание переменной величины знаком Е, положим

$$\mathrm{E}x^k = a_k,\ \mathrm{E}(x - a_1)^k = \mu_k.$$

В условиях взаимной независимости испытаний и неизменного закона распределения значений x производится r серий испытаний в каждой серии. Обозначая через x_{ji} значение переменной x при j-м испытании i-й серии, положим

$$x_{(n),i} = (1/n)\sum_{j=1}^{n} x_{ji},\ x_{(nr)} = (1/nr)\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n} x_{ji} = (1/r)\sum_{i=1}^{r} x_{n,i}.$$

Заменяя в выражении для $x_{(nr)}$ символ x_{ji} для удобства через x_i, мы можем также положить

$$x_{(nr)} = (1/nr)\sum_{i=1}^{nr} x_i.$$

Введем обозначения

$$[1/(r-1)]\sum_{i=1}^{r} [x_{(n),i} - x_{(nr)}]^2 = z,$$

$$[1/n(nr-1)]\sum_{i=1}^{nr} [x_i - x_{(nr)}]^2 = y,\ z/y = Q^2.$$

В статье (1916/32) мною показано, что

$$\mathrm{E}zy^k = \mathrm{E}y^{k+1} \text{ при всяком } k \text{ и } \mathrm{E}Q^2 = \mathrm{E}(z/y) = 1,$$

если z/y придается значение 1 при тех значениях x, которые обращают в нуль как z, так и y. Сходным путем нетрудно показать, что при всяком k

$$\mathrm{E}y^{k+2} = (1/rn^3)\mathrm{E}y^k[(x_1 - a_1)^4 - 4(x_1 - a_1)^3 (x_2 - a_1) - 3(x_1 - a_1)^2(x_2 - a_1)^2 + 12(x_1 - a_1)^2(x_2 - a_1) (x_3 - a_1) - 6(x_1 - a_1) (x_2 - a_1) (x_3 - a_1) (x_4 - a_1)] + [(nr + 1)/(nr - 1)n^2]\mathrm{E}y^k [(x_1 - a_1)^2(x_2 - a_1)^2 - 2(x_1 - a_1)^2 (x_2 - a_1) (x_3 - a_1) + (x_1 - a_1) (x_2 - a_1) (x_3 - a_1) (x_4 - a_1); \quad (1)$$

Ez^2y^k = (1) с заменой множителя $[(nr+1)/[(nr-1)\,n^2]$ на $(r+1)/[(r-1)n^2]$.

Полагая $(1/n^2)E[(1/y^2)\cdot$ (последнюю квадратную скобку в (1))] $= A$, $(1/n^2)\,E(1/y^2)\cdot$ [первую квадратную скобку в (1)] $= B$ и, придавая z/y значение 1 при тех значениях x, которые обращают в нуль как z, так и y, находим отсюда при $k = -2$

$$1 = (1/rn)B + [(nr+1)/(nr-1)]A,$$

$$E(z^2/y^2) = EQ^4 = (1/rn)B + [r+1)/(r-1)]A$$

или

$$EQ^4 = 1 + \frac{2r(n-1)}{(r-1)(nr-1)}A, \qquad (2)$$

$$EQ^4 = 1 + \frac{2r(n-1)}{(r-1)(nr+1)}[1-(B/nr)].$$

Полагая далее C равным

$$(1/n^2)E\{(1/y^2)[(x_1-a_1)^4 - 4(x_1-a_1)^3(x_2-a_1) + 3(x_1-a_1)^2(x_2-a_1)^2]\},$$

находим $B = C - 6A$ и отсюда

$$A = \frac{nr(nr-1)}{(nr-2)(nr-3)}[1-(1/nr)C], \qquad (3)$$

$$1-(1/nr)B = \frac{(nr+1)nr}{(nr-2)(nr-3)}[1-(1/nr)C],$$

$$EQ^4 = 1 + \frac{2r(n-1)nr}{(nr-2)(nr-3)(r-1)}[1-(1/nr)C]. \qquad (4)$$

Задача исчисления

$$E(Q^2-1)^2 = EQ^4 - 1 \qquad (5)$$

сводится таким образом к нахождению одной из величин A, B или C, которые в свою очередь легко приводятся к виду

$$A = (nr-1)^2E\{[x_1^2x_2^2 - 2x_1^2x_2x_3 + x_1x_2x_3x_4]/D\} = 4n^2r^2(nr-1)^2E\{[\text{тот же числитель}]/F\},$$

$$B = (nr-1)^2\cdot E\{[x_1^4 - 4x_1^3x_2 - 3x_1^2x_2^2 + 12x_1^2x_2x_3 - 6x_1x_2x_3x_4]/D\} = 4n^2r^2(nr-1)^2E\{[\text{тот же числитель}]/F\},$$

$$C = (nr - 1)^2 \mathrm{E}\{[x_1^4 - 4x_1^3x_2 + 3x_1^2x_2^2]/D\} =$$
$$4n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}\{[\text{тот же числитель}]/F\},$$

$$D = \{\sum_{i=1}^{nr} [x_i - x_{(nr)}]^2\}^2,\ F = \{\sum_{i=1}^{nr}\ \sum_{j\neq i} (x_i - x_j)^2\}^2.$$

Замечая, что первый член, x_1^4, в сумме в числителе C можно заменить на x_2^4, мы определяем

$$C = 2n^2r^2\,(nr - 1)^2\mathrm{E}[(x_1 - x_2)^4/F].$$

Сходным путем получаем

$$C = 4n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}\{[(x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2/F\}, \tag{6}$$

$$A = n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}\{[(x_1 - x_2)^2(x_3 - x_4)^2/F\},$$

$$B = 2n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}\{[(x_1 - x_2)^4 - 3(x_1 - x_2)^2(x_3 - x_4)^2/F\} =$$
$$n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}(\{[(x_1 - x_2)^2 - (x_3 - x_4)^2]^2 - 4(x_1 - x_2)^2(x_3 - x_4)^2\}/F).$$

2. Точное значение величин A, B, C и, следовательно, EQ^4, зависит от закона распределения значений переменной x. Однако, для них могут быть указаны некоторые пределы, не зависящие от закона распределения значений x.

1) Замечая, что $C > 0$, находим

$$A < \frac{nr(nr-1)}{(nr-2)(nr-3)},\ 1 - (1/nr)B < \frac{(nr+1)nr}{(nr-2)(nr-3)},$$

$$\mathrm{E}Q^4 < 1 + \frac{2r(n-1)nr}{(nr-2)(nr-3)(r-1)},$$

или $\mathrm{E}Q^4 < 1 + 2/(r - 1)$ при $r \geq 5$, ср. Марков (1916, с. 716).

2) Замечая, что

$$\mathrm{E}[(x_1 - x_2)^4/F] > [\mathrm{E}(x_1 - x_2)^2/\sqrt{F}]^2,$$

$$\mathrm{E}[(x_1 - x_2)^2/\sqrt{F}] = [1/nr(nr - 1)]\mathrm{E}(\sqrt{F}/\sqrt{F}) = [1/nr\,(nr - 1)],$$

находим [, что] $C > 2$. Отсюда

$$A < \frac{nr-1}{nr-3} < 1 + 2/(nr - 3),\ 1 - (1/nr)B < \frac{nr+1}{nr-3},$$

$$\mathrm{E}Q^4 < 1 + \frac{2r(n-1)}{(r-1)(nr-3)}$$

или

$EQ^4 < 1 + 2/(r - 1)$ при $r \geq 3$.

3) Замечая, что (ср. (6))

$$n^2r^2(nr - 1)^2E\{[(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + \ldots + (x_1 - x_{nr})^2]^2/F\} =$$
$$(nr - 1)C/2 + (nr - 1)\,(nr - 2)C/4 = nr(nr - 1)\,C/4,$$

находим

$$nr(nr - 1)C/4 > n^2r^2(nr - 1)^2\cdot$$
$$\{E[(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + \ldots + (x_1 - x_{nr})^2]/\sqrt{F}\}^2$$

и

$C > 4(nr - 1)/nr$ или $C > 4 - 4/nr$.

Отсюда

$$A < \frac{(nr-1)(nr-2)}{nr(nr-3)} < 1 + \frac{2}{nr(nr-3)}, \qquad (7)$$

$$1 - (1/nr)B < \frac{(nr+1)(nr-2)}{nr(nr-3)}, \ EQ^4 < 1 + \frac{2(n-1)(nr-2)}{(r-1)n(nr-3)}$$

или

$EQ^4 < 1 + 2(r - 1)$ при $r \geq 1 + 2/n$.

По условиям задачи r и n числа целые, и ни r, ни n не могут быть меньше двух. Мы убеждаемся таким образом, что при всех возможных значениях n и r

$$EQ^4 < 1 + 2/(r - 1). \qquad (8)$$

3. Замечая, что $1/a = 1/b - (a - b)/ab$, находим для любых переменных величин α и β, ср. мою статью […][1],

$$E(\alpha/\beta) = E\alpha/E\beta - (1/E\beta)E\{[\alpha(\beta - E\beta]/\beta\} =$$
$$E\alpha/E\beta - [1/(E\beta)^2]E[\alpha(\beta - E\beta] + [1/(E\beta)^2]E\{[\alpha(\beta - E\beta)^2]/\beta\}.$$

В случаях, если α/β при всех своих возможных значениях остается > 0, мы имеем, следовательно,

$$E(\alpha/\beta) > E\alpha/E\beta - [1/(E\beta)^2]\,[E\alpha\beta - E\alpha E\beta].$$

Это неравенство дает доступный для вычисления нижний предел E(α/β). В случаях, если между величинами α и β нет связи или существует обратная связь, E(α/β) > Eα/Eβ, каковы бы ни были законы распределения значений переменных α и β.

1) Положим

$\alpha = 2n^2r^2(nr-1)^2(x_1-x_2)^4$, β = [Чупров выписывает выражение, которое мы обозначили через F],

откуда $E(\alpha/\beta) = C$. Мы имеем

$$E\alpha = 4n^2r^2(nr-1)^2(\mu_4+3\mu_2^2),$$

$$E\beta = 4nr(nr-1)[(nr-1)\mu_4+(n^2r^2-2nr+3)\mu_2^2], \qquad (9)$$

$$E\alpha/E\beta = \frac{nr(nr-1)[\mu_4+3\mu_2^2]}{(nr-1)\mu_4+f_1(n;r)\mu_2^2} =$$

$$\frac{nr}{1+[\mu_2^2/(\mu_4+3\mu_2^2)][(nr-2)(nr-3)/(nr-1)]}$$

[здесь $f_1(n; r)$ это трехчлен в формуле (9)].

При $\mu_4 = \mu_2^2$ [будет] $E\alpha/E\beta = 4 - 8/(n^2r^2 - nr + 2)$ [обозначим этот трехчлен через $f_2(n; r)$]. Если $\mu_4 > \mu_2^2$, то $E\alpha/E\beta > 4 - 8/f_2(n; r)$.

Для гауссова распределения находим, полагая $\mu_4 = 3\mu_2^2$,

$$E\alpha/E\beta = 6(nr-1)/(nr+1) = 6 - 12/(nr+1).$$

С ростом μ_4/μ_2^2 [дробь] $E\alpha/E\beta$ растет, если $nr > 3$. Если $\mu_4/(nr\mu_2^2)$ стремится к 0 с ростом n, то $E\alpha/E\beta$ стремится с ростом n к $\mu_4/\mu_2^2 + 3$.

Если $\mu_4/(nr\mu_2^2)$ стремится с ростом n к отличному от нуля пределу k, то $E\alpha/(nrE\beta)$ стремится с ростом n к $k/(k+1)$.

Разбивая β на независящую от x_1 и x_2 часть β' и на зависящую от них β'' и замечая, что

$$E\alpha\beta - E\alpha E\beta = E\alpha\beta'' - E\alpha E\beta'',$$

без труда убеждаемся, что разложение $E\alpha\beta - E\alpha E\beta$ по степеням nr не содержит членов выше n^7r^7, тогда как $(E\beta)^2$ содержит члены с n^8r^8. С ростом n

$$(E\alpha\beta - E\alpha E\beta)/(E\beta)^2 = G \qquad (10)$$

стремится, следовательно, к нулю кроме случая, который рассматривается ниже, а нижний предел для C стремится вместе с тем к тому значению, какое принимает $E\alpha/E\beta$ при $n = \infty$, т. е. к $\mu_4/\mu_2^2 + 3$.

Не представляет трудности и вычисление точного значения G, см. (10). По выполнении выкладок, требующих лишь внимания и терпения, находим

$$G = 1/[(nr-1)\,\mu_4/\mu_2^2 + f_1(n; r)]^2$$

$\{2n^3r^3[\mu_6/\mu_2^3 + 5\mu_4/\mu_2^2 - 4\mu_3^2/\mu_2^3 - 6] + n^2r^2[\mu_8/\mu_2^4 - 16\mu_5\mu_3/\mu_2^4 + 5\mu_4^2/\mu_2^4 - 32\mu_4/\mu_2 + 12\mu_3^2/\mu_2^3 + 42] - 2nr[\mu_8/\mu_2^4 - 7\mu_6/\mu_2^3 - 4\mu_5\mu_3/\mu_2^4 - 3\mu_4^2/\mu_2^4 - 3\mu_4/\mu_2^2 - 14\mu_3^2/\mu_2^3 + 36] + [\mu_8/\mu_2^4 - 16\mu_6/\mu_2^3 - 8\mu_5\mu_3/\mu_2^4 + \mu_4^2/\mu_2^4 + 24\mu_4/\mu_2 - 40\mu_3^2/\mu_2^3 + 54]\}$.

Если $\mu_{2i} = \mu_2^i$, а $\mu_{2i-1} = 0$ при i = 1, 2, 3 4, находим отсюда

$$C > 4 - \frac{8}{f_2(n;r)} - \frac{16(n^2r^2 - 3nr + 4)}{[f_2(n;r)]^2}$$

и (ср.((3)) $A < 1$ при $nr > 10$.

При гауссовом распределении получаем

$$C > 6 - \frac{12}{nr+1} - \frac{48(nr+2)}{(nr+1)^2},\ A < 1 \text{ при } nr \geq 30.$$

Если

$$\mu_8/(n^2r^2\mu_2^4),\ \mu_6/(nr\mu_2^3),\ \mu_5\mu_3/(n^2r^2\mu_2^4),\ \mu_4/(nr\mu_2^2),\ \mu_3^2/(nr\mu_2^3) \quad (11)$$

стремятся с ростом n к нулю, то нижний предел для C стремится к $\mu_4/\mu_2^2 + 3$.

Предположим, что переменная x может принимать лишь значения 1 и 0 с вероятностями p и $q = 1 - p$, ср. мою статью (1916/32, §4). Тогда

$$\mu_2 = pq,\ \mu_k = pq[q^{k-1} + (-1)^k p^{k-1}].$$

При $p = q = 1/2$ [будет] $\mu_{2i} = \mu_2^i$ и $\mu_{2i-1} = 0$ при всяком целом положительном значении i. Следовательно, и в этом случае

$$\mathrm{E}Q^4 < 1 + 2/(r-1)$$

при $nr > 10$. При p и q не бесконечно малых порядка $1/n$, найденный нами нижний предел для C стремится с ростом n к $\mu_4/\mu_2^2 + 3 = 1/pq$.

Если p или q величина порядка $1/n$, – если, например, $p = m/n$, – то с ростом n $\mu_4/(nr\mu_2^2)$ и $\mu_3^2/(nr\mu_2^3)$ стремятся к $1/(rm)$; $\mu_5\mu_3/(n^2r^2\mu_2^4)$ и $\mu^6/(n^2r^2\mu_2^3)$ стремятся к $1/(m^2r^2)$, а $\mu_8/(n^3r^3\mu_2^4)$ стремится к $(1/m^3r^3)$. Вместе с тем $G/(nr)$ стремится к пределу $(1 + 2rm)/[rm(rm + 1)^2]$, а $\mathrm{E}\alpha/(nr\mathrm{E}\beta)$, – к пределу $1/(rm + 1)$. В этом случае $C/(nr)$ остается и при $n = \infty$ больше

$$(r^2m^2 - rm - 1)/[rm(rm + 1)^2],$$

а

$$1 - C/nr < \frac{rm}{rm+1} + \frac{2rm+1}{rm(rm+1)^2}$$

и

$$\mathrm{E}Q^4 < 1 + [2/(r-1)]\,[\frac{rm}{rm+1} + \frac{2rm+1}{rm(rm+1)^2}]$$

или

$$\mathrm{E}Q^4 < 1 + [2/(r-1)]\,[1 - \frac{r^2m^2 - rm - 1}{rm(rm+1)^2}].$$

$\mathrm{E}Q^4$ остается меньше $1 + 2/(r-1)$ и в пределе, при $n = \infty$, если $r^2m^2 - rm - 1 \geq 0$ или $rm \geq (1 + \sqrt{5})/2$. Таким образом, при $p = m/n$ предел, к которому стремится $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2$ с ростом n, не равняется $2/(r-1)$, а, завися от m, остается заведомо меньше
$2/(r-1)$ при всех значениях m, дающих $rm \geq 1.62$.

2) Положим

$$\alpha = n^2r^2(nr-1)^2(x_1 - x_2)^2(x_3 - x_4)^2,\ \beta = F,$$

причем $\mathrm{E}\alpha/\beta = A$. Мы находим

$$\mathrm{E}\alpha = 4n^2r^2(nr-1)^2\mu_2{}^2,$$

$$\mathrm{E}\beta = 4nr(nr-1)\,[(nr-1)\mu_4 + f_1(n;r)\mu_2{}^2],$$

$$\mathrm{E}\alpha/\mathrm{E}\beta = \frac{nr(nr-1)}{f_1(n,r) + (nr-1)\mu_4/\mu_2{}^2},$$

$$G = \frac{2}{\{[(nr-1)\mu_4/\mu_2{}^2] + f_1(n;r)\}^2}\{2n^3r^3[(\mu_4/\mu_2{}^2) - 1] +$$

$$n^2r^2[\mu_6/\mu_2{}^3 - 9\mu_4/\mu_2{}^2 + \mu_4{}^2/\mu_2{}^4 - 8\mu_3{}^2/\mu_2{}^3 + 11] -$$

$$2nr[\mu_6/\mu_2{}^3 + 2\mu_5\mu_3/\mu_2{}^4 - 14\mu_4/\mu_2{}^2 + \mu_4{}^2/\mu_2{}^4 - 17\mu_3{}^2/\mu_2{}^3 + 18]$$

$$+ [\mu_6/\mu_2{}^3 + 4\mu_5\mu_3/\mu_2{}^4 - 33\mu_4/\mu_2{}^2 + 3\mu_4{}^2/\mu_2{}^4 - 50\mu_3{}^2/\mu_2{}^3 + 57]\}.$$

Если $\mu_4 = \mu_2{}^2$, $\mu_6 = \mu_2{}^3$, $\mu_3 = \mu_5 = 0$, то

$$\mathrm{E}\alpha/\mathrm{E}\beta = 1 - 2/f_2(n;r),\ G = \frac{8}{f_2(n;r)} - \frac{8(2nr-5)}{[f_2(n;r)]^2},$$

$$A > 1 - 10/f_2(n;r), \qquad (12)$$

$$\frac{r(n-1)}{nr-1}A > 1 - \frac{r-1}{nr-1} - \frac{10}{f_2(n;r)},$$

$$\mathrm{E}Q^4 > 1 + [2/(r-1)]\,[1 - \frac{r-1}{nr-1} - \frac{10}{f_2(n;r)}].$$

При гауссовом распределении

$E\alpha/E\beta = 1 - 2/(nr + 1)$, $G = 4/(nr + 1) + 12/(nr + 1)^2$,

$$A > 1 - \frac{6}{nr+1} - \frac{12}{(nr+1)^2},$$

$$EQ^4 > 1 + [2/(r-1)]\,[1 - \frac{r-1}{nr-1} - \frac{6}{nr+1} - \frac{12}{(nr+1)^2}].$$

При указанных выше условиях $E\alpha/E\beta$ с ростом n стремится к 1, а G – к нулю. Вместе с тем, нижний предел для A стремится к 1, и, так как [имеет место] (7), то и верхний предел A и, следовательно, и сама величина A, стремятся также к 1. В пределе таким образом при $n = \infty$,

$EQ^4 = 1 + [2/(r-1)]$ если $\mu_4/(nr\mu_2^2)$ и т. д. (ср. (11)) стремятся к нулю с ростом n^2.

В случае, если переменная x с очень малой вероятностью $p = m/n$ может получать значение 1, а с вероятностью $q = 1 - p$ – значение 0, $E\alpha/E\beta$ стремится с ростом n к $rm/(rm + 1)$, а G – к $4/(rm + 1)$. В этом случае A остается и при $n = \infty$,

$$A > rm/(rm + 1) - 4/(rm + 1). \qquad (13)$$

Что касается $EQ^4 - 1$, то при $n = \infty$ это заключено в пределах

$$[2/(r-1)]\,[\frac{rm}{rm+1} - \frac{4}{rm+1}] < EQ^4 <$$

$$[2/(r-1)]\,[\frac{rm}{rm+1} + \frac{2rm+1}{rm(rm+1)^2}],$$

откуда

$$[\frac{rm}{rm+1} - \frac{4}{rm+1}] < \frac{E(Q^2-1)^2}{2/(r-1)} < [\frac{rm}{rm+1} + \frac{2rm+1}{rm(rm+1)^2}].$$

При малом m и не очень большом r пределы для $E(Q^2 - 1)^2$ получаются в этом случае недостаточно тесные. Иным путем (см. §5) возможно найти несколько более выгодный нижний предел.

4. Если известен закон распределения значений x, то в выражениях для A, B, C и EQ^4 знак E может быть без труда, но в общем случае и без осязательной выгоды заменен суммировкой.

Предположим, что переменная x может получать значения t_1 и t_2 с вероятностями p и $q = 1 - p$. Полагая

$$(x_1 - x_2)^4/F = 1/[n^2r^2(nr - 1)^2],$$

в случае, если $x_1 = x_2 = \ldots = x_{nr}$ и как числитель, так и знаменатель дроби обращаются в нуль и замечая, что

$\sqrt{F} = 2l(nr - l)(t_1 - t_2)^2$,

если l из числа [величин] x получают значение t_1, а$(nr - l)$ – значение t_2, находим

$$C = 2n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}[(x_1 - x_2)^4/F] = 2n^2r^2(nr - 1)^2$$

$$\{\frac{p^{nr}+q^{nr}}{n^2r^2(nr-1)^2} + 2pq(t_1 - t_2)^4\sum_{l=0}^{nr-2} \frac{C_{nr-2}^{l}p^l q^{nr-l-2}}{[2(l+1)(nr-l-1)(t_1-t_2)^2]^2}\}$$

=

$$2(p^{nr} + q^{nr}) + n^2r^2(nr - 1)^2pq\sum_{l=0}^{nr-2} \frac{C_{nr-2}^{l}p^l q^{nr-l-2}}{[(l+1)(nr-l-1)]^2} =$$

$$2(p^{nr} + q^{nr}) + nr(nr - 1)\sum_{l=0}^{nr-2} \frac{C_{nr}^{l+1}p^{l+1}q^{nr-l-1}}{(l+1)(nr-l-1)}.$$

Сходным образом

$$A = n^2r^2(nr - 1)^2\mathrm{E}[(x_1 - x_2)^2(x_3 - x_4)^2/F] = \qquad (14)$$

$$n^2r^2(nr - 1)^2\{(p^{nr} + q^{nr})/[n^2r^2(nr - 1)^2] + 4p^2q^2\cdot$$

$$\sum_{l=0}^{nr-4} \frac{C_{nr-4}^{l}p^l q^{nr-l-4}}{[2(l+2)(nr-l-2)]^2} =$$

$$(p^{nr} + q^{nr}) + n^2r^2(nr - 1)^2\sum_{l=0}^{nr-4} \frac{C^{l}{}_{nr-4}p^{l+2}q^{nr-2-l}}{[(l+2)(nr-l-2)]]^2} = \qquad (15)$$

$$(p^{nr} + q^{nr}) + nr(nr - 1)/[(nr - 2)\ (nr - 3)]\cdot$$

$$\sum_{l=0}^{nr-4} \frac{C_{nr}^{l+2}p^{l+2}q^{nr-l-2}}{(l+1)(nr-l-3)/(l+2)(nr-l-2)}.$$

Отсюда, ср. формулу (2), см. также Марков (1916, с. 715),

$$\mathrm{E}Q^4 - 1 = \frac{2r(n-1)nr}{(r-1)(nr-2)(nr-3)}\ \frac{(nr-2)(nr-3)(p^{nr}+q^{nr})}{nr(nr-1)}$$

$$+\sum_{l=0}^{nr-4}[\frac{(l+1)(nr-l-3)}{(l+2)(nr-l-2)}C_{nr}^{l+2}p^{l+2}q^{nr-2-l}]\}.$$

Аналогичные выражения для A, C и $\mathrm{E}Q^4$ нетрудно получить и для общего случая, когда переменная x может принимать k разных значений $t_1, t_2, \ldots, t_k$ с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_k$. Так, мы находим

$$A = \sum_{i=1}^{k} p_i^{nr} + n^2r^2(nr-1)^2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} p_i^2 p_j^2 (t_i - t_j)^4$$

$$\sum \frac{(nr-4)!\,(p^\alpha/\alpha!)}{\{nr[2t_i^{\,2} + 2t_j^{\,2} + \alpha_f t_f^{\,2}] - [2t_i + 2t_j + \alpha_f t_f\,]^2\}^2}\,.$$

[Здесь в наших обозначениях p^α означает произведение сомножителей p_i в степени α_i, $i = 1, 2, \ldots, k$; $\alpha!$ – произведение сомножителей $\alpha_i!$; $\alpha_f t_f^2$ и $\alpha_f t_f$ – суммы выписанных произведений, распространенные на $f = 1, 2, \ldots, k$.] Последняя сумма формулы распространяется на все целые неотрицательные значения α_1, α_2, …, α_k, удовлетворяющие условию $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k = nr - 4$ и [снова с использованием наших обозначений],

$$\sum (nr-4)!(p^\alpha/\alpha!) = (p_1 + p_2 + \ldots + p_k)^{nr-4} = 1.$$

5. Выше мы нашли, что в случае, если переменная x с вероятностями p и $q = 1 - p$ может получать значения t_1 и t_2, то [Чупров повторяет формулу (15)]. Замечая, что

$$(l+2)\,(nr - l - 2) \le n^2r^2/4,$$

находим отсюда:

$$A > [(nr-1)^2/n^2r^2] \cdot 16p^2q^2,\ \mathrm{E}Q^4 > 1 + \frac{2(n-1)(nr-1)}{(r-1)n\,nr}\,16p^2q^2.$$

Если переменная x может получать более двух разных значений, то, обозначая через t_1 наименьшее из них и через t_k – наибольшее, находим

$$\sqrt{F} \le (n^2r^2/2)\,(t_k - t_1)^2.$$

Но [Чупров повторяет формулу (14)], следовательно

$$A > \frac{(nr-1)^2}{n^2r^2} \cdot \frac{16\mu_2^{\,2}}{(t_k - t_1)^4}\,,$$

$$\mathrm{E}Q^4 > 1 + \frac{2(n-1)(nr-1)}{n(r-1)nr} \cdot \frac{16\mu_2^{\,2}}{(t_k - t_1)^4}\,.$$

Если переменная x может получать лишь значения 1 и 0 с вероятностями p и $q = 1 - p$, то $x_i^2 = x_i$, а

$$\sqrt{D} = (1/nr)[\sum_{i=1}^{nr} x_i] \sum_{i=1}^{nr} (1 - x_i),$$

$$A = [n^2r^2(nr-1)^2/4]\ \mathrm{E}\frac{(x_1-x_2)^2(x_3-x_4)^2}{[\sum_{i=1}^{nr} x_i \sum_{i=1}^{nr}(1-x_i)]^2} = (1/4)\ (p^{nr}+q^{nr}) +$$

$$n^2r^2(nr-1)^2p^2q^2\ \mathrm{E}\{1/\{(2+\sum_{i=5}^{nr} x_i)[2+\sum_{i=5}^{nr}(1-x_i)]\}^2\}.$$

Замечая, что в случае, если переменная z может принимать лишь положительные значения,

$$\mathrm{E}(1/z^2) > [\mathrm{E}(1/z)]^2 > 1/(\mathrm{E}z)^2,$$

находим отсюда

$$A > \frac{n^2r^2(nr-1)^2p^2q^2}{[2(nr-2)+(nr-4)(nr-5)pq]^2}. \qquad (16)$$

При $p = q = 1/2$ это дает

$$A > [\frac{nr(nr-1)}{n^2r^2-nr+4}]^2 > [1-\frac{4}{n^2r^2-nr+4}]^2.$$

Предел для A получается несколько более выгодный, нежели найденный раньше (12). Если с ростом n произведение pq не стремится к нулю, то нижний предел для A стремится к 1. Если $p = m/n$, то нижний предел для A стремится с ростом n к $r^2m^2/(rm+2)^2$ – предел получается более выгодный, чем ранее (13), однако границы для $\mathrm{E}(Q^2-1)^2$ всё же остаются при не очень большом r и малом m довольно широкими. Точная величина $\mathrm{E}(Q^2-1)^2$ при $p = m/n$ и $n = \infty$ изложенными выше приемами установлена быть не может[3]. Если принять, что и в этих условиях $\mathrm{E}(\alpha/\beta)$ стремится с ростом к n $\mathrm{E}\alpha/\mathrm{E}\beta$, то пределами, к которым стремятся $\mathrm{E}Q^4$ и $\mathrm{E}(Q^2-1)^2$ с ростом n при $p = m/n$, будут

$$1+\frac{2rm}{(r-1)(rm+1)} \text{ и } \frac{2rm}{(r-1)(rm+1)}.$$

6. Примененные выше приемы исследования могут быть использованы и в случае неравночисленных серий наблюдений. Не останавливаясь на всех возможных в этих условиях конструкциях коэффициента Q^2, см. мою статью (1916/32, §3), я рассмотрю лишь основные из них.

Предположим, что в первую серию наблюдений входит s_1 испытаний, во вторую – s_2 и т. д., причем $s_1 + s_2 + \ldots + s_r = s$. Обозначая через x_{ji} значение, которое переменная получает при j-м испытании i-й серии, положим

$$(1/s_i)\sum_{i=1}^{s_i} x_{ji} = z_i,\ (1/s)\sum_{i=1}^{s} x_{ji} = x_{(s)},\ [1/(s-1)]\sum_{i=1}^{s}[x_i - x_{(s)}]^2 = y,$$

$$[1/(r-1)]\sum_{i=1}^{r} s_i[z_i - x_{(s)}]^2 = w,\ Q^2 = w/y.$$

Как мной доказано в названной выше статье (1916/32), $EQ^2 = 1$. Сохраняя за символами A, B и C, приданное им выше значение, мы тем же путем как и в §1 получаем [мы обозначаем $(1/s_1) + (1/s_2) + \ldots + (1/s_r)$ через $s_{[r]}$]:

$$EQ^4 = [1/(r-1)^2]\ [s_{[r]} - r/s - (r-1)/s]B + [(r+1)/(r-1)]A =$$

$$[1/(r-1)^2]\ [s_{[r]} - r^2/s]B + (1/s)B - [(r+1)/(r-1)]A.$$

Замечая, что

$$(1/s)B + [(s+1)/(s-1)]A = 1,$$

находим отсюда

$$EQ^4 = 1 + \frac{2(s-r)}{(r-1)(s-1)}A - \frac{s}{(r-1)^2}[s_{[r]} - r^2/s]\ [\frac{s+1}{s-1}A - 1].$$

Если все s_i равны между собой, то $s_{[r]} - r^2/s = 0$ и мы возвращаемся к формуле (2), в противном случае

$$s_{[r]} - r^2/s > 0.$$

Знак разности между EQ^4 при неравночисленных сериях и EQ^4 для того же общего числа испытаний s, распределенного поровну между всеми r сериями, определяется, следовательно, знаком разности

$$[(s+1)/(s-1)]A - 1. \qquad (17)$$

Если $A < 1 - 2/(s+1)$, то EQ^4, равно как и $E(Q^2 - 1)^2$, больше при неравночисленных сериях; если $A > 1 - 2/(s+1)$, то $E(Q^2 - 1)^2$ больше при равномерном распределении испытаний по сериям; наконец, если $A = 1 - 2/(s+1)$, то EQ^4 и $E(Q^2 - 1)^2$ не зависят [ни …, ни … не зависят …] от распределения испытаний по сериям.

Если $\mu_4 = \mu_2^2$, $\mu_6 = \mu_2^3$ и $\mu_3 = \mu_5 = 0$, то $A > 1 - 10/(s^2 - s + 2)$, ср. (12), и при $s \geq 7$, выражение (17) будет положительно. Если переменная x с вероятностями p и $q = 1 - p$ может принимать значения 1 и 0, ср. (16), то

$$A > \frac{s^2(s-1)^2p^2q^2}{[2(s-2)+(s-4)(s-5)pq]^2}$$

выражение (17) снова будет положительным при достаточно большом s, если $pq \geq 2/9$. При $p = q = 1/2$ то же будет иметь место, если $s \geq 5$.

Во всех этих случаях EQ^4 и E$(Q^2 - 1)^2$ тем меньше, чем неравномернее распределяются испытания между отдельными сериями. При $p = q = 1/2$

$$\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 < 1 + \frac{2(s-r)}{(r-1)(s-1)}A - \frac{2}{(r-1)^2}\,[s_{[r]} - r^2/s]\,\frac{s(s^3-5s^2+4s-4)}{(s^2-s+4)^2}.$$

Предположим, что все $(1/s_i)$ стремятся с ростом s к нулю; пусть, например, $s_i = \gamma_i s$, где γ_i не бесконечно малая положительная величина, меньшая 1. Тогда

$$s[s_{[r]} - r^2/s] = \gamma_{[r]} - r^2$$

остается и при $s = \infty$ величиной положительной, не бесконечно большой и отличной от нуля, если γ_i не равны между собой. Если, вместе с тем, A с ростом s стремится к 1, то

$$[(s+1)/(s-1)]A - 1 = A - 1 + [2/(s-1)]A$$

стремится к нулю, а EQ^4, как и в случае равночисленных серий, – к $1 + 2/(r - 1)$. Если, напротив, A стремится к пределу, меньшему 1, например, к $rm/(rm + 1)$, то EQ^4 стремится к

$$1 + \frac{2rm}{(r-1)(rm+1)} + \frac{1}{(r-1)^2(rm+1)}[\gamma_{[r]} - r^2] =$$
$$1 + \frac{2rm}{(r-1)(rm+1)}\{1 + \frac{1}{2rm(r-1)}[\gamma_{[r]} - r^2]\}.$$

В этом случае E$(Q^2 - 1)^2$ оказывается при $s = \infty$ тем больше, чем неравномернее испытания распределены по сериям. Если при этом

$$[1/(r-1)]\,[\gamma_{[r]} - r^2] < 2, \qquad (18)$$

то E$(Q^2 - 1)^2 < 2/(r - 1)$; если же неравномерность распределения столь значительна, что знак неравенства (18) изменится на противоположный, то E$(Q^2 - 1)^2 > 2/(r - 1)$.

В случае, если не все $(1/s_i)$ стремятся к нулю с ростом s, $[s_{[r]} - r^2/s]$ остается и при $s = \infty$ величиной конечной. Если, вместе с тем, $s(A - 1)$, как, например, при $p = q = 1/2$, стремится к нулю, то

$$s\{[(s+1)/(s-1)]A - 1\}$$

стремится к 2, а EQ^4 – к

$$1 + \frac{2}{r-1} - \frac{2}{(r-1)^2}s_{[r]}.$$

При $p = q = 1/2$ в этих условиях EQ^4 и $E(Q^2 - 1)^2$ даже в пределе при $s = \infty$ остаются меньше, чем при равномерном распределении наблюдений по сериям.

7. Вопрос о квадратической ошибке Q^2 был впервые поставлен В. И. Борткевичем[4]. На основании соображений, не носящих характера убедительного доказательства, Борткевич высказал догадку, что $E(Q^2 - 1)^2 = 2/r$. А. А. Марков (1916) установил для случая частостей, выводимых на основании равночисленных серий наблюдений, что при конечном n и $r \geq 5$ $E(Q^2 - 1)^2 < 2/(r - 1)$, и что $2/(r - 1)$ является пределом, к которому $E(Q^2 - 1)^2$ стремится с ростом n. Выше мной показано, что первый из выводов А. А. Маркова сохраняет силу при всяком r для любой переменной величины с каким угодно законом распределения значений. Что касается предела, к которому $E(Q^2 - 1)^2$ стремится с ростом n, то он равняется $2/(r - 1)$ лишь в том случае, если закон распределения значений переменной отвечает известным условиям (см. выше § 3).

Формула Борткевича находит нередко применение на практике при исследовании устойчивости статистических рядов. Возникает вопрос, в какой мере ее теоретическая необоснованность и неточность отражаются на результатах ее практического использования. В случае равночисленных серий, если $E(Q^2 - 1)^2$ стремится с ростом n к $2/(r - 1)$, разность $2/(r - 1) - E(Q^2 - 1)^2$ является при конечном n величиной порядка $1/(nr)$. При обычных на практике статистических исследований размерах n и r $E(Q^2 - 1)^2$ лежит между $2/(r - 1)$ и $2/r$, ближе к $2/(r - 1)$; ошибкой, которая получается, если мы полагаем $E(Q^2 - 1)^2 = 2/(r - 1)$ или $2/r$, можно пренебречь без существенного ущерба для результата.

Дело обстоит несколько иначе в том случае, когда $E(Q^2 - 1)^2$ стремится с ростом n к пределу, меньшему $2/(r - 1)$. Ошибкой, связанной с величиной n, можно пренебречь и в этих условиях, но ошибка, связанная с величиной предела, может принимать заметные размеры. Если, например, пределом является $[2/(r - 1)]\ [rm/(rm + 1)]$, то, полагая $E(Q^2 - 1)^2 = 2/(r - 1)$, мы преувеличиваем $E(Q^2 - 1)^2$ при $m < 1$ и $r < 10$ не менее чем на 10%; при $m = 0.2$ и $r = 10$ преувеличение составит 1/3, а при $m = 0.1$ и $r = 10$, мы получим величину, вдвое большую против истинной. Полагая же $E(Q^2 - 1)^2 = 2/r$, мы при $m < (r - 1)/r$ преувеличим, а при $m > (r - 1)/r$, напротив, преуменьшим размеры $E(Q^2 - 1)^2$. При малом m , следовательно, $2/r$ ближе подойдет к истинной величине, нежели $2/(r - 1)$, но преувеличение всё же может получиться довольно значительное. При m не слишком малом $[m > (r - 1)/r]$, $E(Q^2 - 1)^2$ заключено между $2/(r - 1)$ и $2/r$ и может быть на практике приравниваемо как той, так и другой величине.

Неравномерное распределение испытаний по сериям может по разному отражаться на величине $E(Q^2 - 1)^2$. Оно может понижать размеры квадратической ошибки Q^2, – случай, когда переменная x с вероятностями, близкими к 1/2, может принимать значения 1 и 0 (примером может служить распределение новорожденных по

полу). В иных условиях, напротив, неравночисленность серий повышает $E(Q^2-1)^2$. В частности, если $E(Q^2-1)^2$ с ростом n стремится к
$2/(r-1)]\ [rm/(rm+1)]$, неравномерное распределение наблюдений по сериям может не только довести размеры $E(Q^2-1)^2$ до $2/(r-1)$, но и поднять их выше этого предела. Это делает необходимой особую осторожность при исчислении квадратической ошибки Q^2 во всех тех случаях, когда работа заходит в область так наз. “закона малых чисел”: полагая $E(Q^2-1)^2 = 2/(r-1)$ или $2/r$, можно здесь заметно уклониться от истины как в ту, так и в другую сторону. При соблюдении же условий, гарантирующих равенство $E(Q^2-1)^2 = 2/(r-1)$ в пределе при $n=\infty$, можно на практике, несмотря на неравномерное распределение испытаний по сериям, принимать без особого риска $E(Q^2-1)^2 = 2/(r-1)$ и при конечном n тех размеров, с какими обычно имеют дело статистики.

8. Теоретическое значение $E(Q^2-1)^2$ используется статистиками в трех направлениях. Величина квадратической ошибки Q^2 принимается во внимание при оценке наблюдаемого уклонения значения Q^2 от 1. В предположении, что закон распределения значений Q^2 близок к гауссову, сопоставляют, далее, опираясь на величину $E(Q^2-1)^2$, действительное распределение ряда отдельных значений Q^2 около 1 с теоретически ожидаемым. И, наконец, можно вычислить квадратическое отклонение по данному наблюдением ряду значений Q^2 и непосредственно сравнить его эмпирическое значение с математическим ожиданием.

Предположение, что закон распределения значений Q^2 близок к гауссову, принимается статистиками без доказательства. Лишь В. И. Борткевич (1913/59, с. 26, 28, ср. 1915/61, с. 234), делает попытку обосновать его, указывая, что Q^2 носит характер средней арифметической, а закон распределения значений средней стремится к гауссову с ростом числа величин, из которых средняя выводится. Однако, это рассуждение далеко не убедительно. Можно, конечно, представить Q^2 в виде средней арифметической; именно,

$$Q^2 = \frac{nr(nr-1)}{r-1}\,\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\ [x_{(n),i}-x_{(nr)}]^2/\sum_{j=1}^{nr}\ [x_j-x_{(nr)}]^2.$$

Но это – средняя из r слагаемых и при небольшом r, например, при $r=9$ или 14, ср. Борткевич (1915/61, с. 235), значительного приближения к гауссову закону не при всех условиях можно было бы ожидать, даже, если бы слагаемые были взаимно независимы. Отдельные же величины, из которых выводится средняя, стоят в данном случае в сложной взаимной связи и мы не имеем оснований ожидать с уверенностью, что закон распределения значений будет приближаться к гауссову даже при весьма значительном r.

К решению вопроса следует идти иным путем. Необходимо, в дополнение к известным величинам EQ^2 и EQ^4, найти также EQ^6, EQ^8 и т. д. Для этой цели могут быть использованы те же приемы, но в общем случае выкладки становятся чрезмерно громоздкими и я ограничусь рассмотрением того предела, к которому EQ^6 и EQ^8 стремятся с ростом n.

Как мы видели, EQ^4 = E(z^2/y^2) стремится с ростом n, при соблюдении известных условий, к тому значению, какое получает Ez^2/Ey^2 при $n = \infty$. Путем сходных рассуждений можно убедиться, что вместе с тем EQ^6 и EQ^8 стремятся к Ez^3/Ey^3 и Ez^4/Ey^4.

Полагая

$$\mu_{k,(s)} = \mathrm{E}[x_{(s)} - a_1]^k,$$

находим, что E(z^3/y^3) равно дроби M/N,

$$M == \frac{1}{r^2(r-1)^2}\,[(r-1)^2\mu_{6,(n)}/\mu^3_{2,(n)} + 3(r^3 - 3r^2 + 7r - 5)$$

$$\mu_{4,(n)}/\mu^2_{2,(n)} - 2(3r^2 - 6r + 5)\,\mu^2_{3,(n)}/\mu^3_{2,(n)} +$$
$$(r^4 - 5r^3 + 15r^2 - 33r + 30)],$$

$$N = \frac{1}{n^2r^2(nr-1)^2}\,[(nr-1)^2\mu_6/\mu_2{}^3 +$$

$$3(n^3r^3 - 3n^2r^2 + 7nr - 5)\mu_4/\mu_2{}^2 - 2(3n^2r^2 - 6nr + 5)\mu_3{}^2/\mu_2{}^3 +$$
$$(n^4r^4 - 5n^3r^3 + 15n^2r^2 - 33nr + 30)].$$

Если с ростом n $\mu_6/(n^2r^2\mu_3{}^2)$, $\mu_4/(nr\mu_2{}^2)$, $\mu_3{}^2/(nr\mu_2{}^3)$ стремятся к нулю, то $\mu_{6,(n)}/\mu^3_{2,(n)}$ стремится к 15, $\mu_{4,(n)}/\mu^2_{2,(n)}$ – к 3, $\mu^2_{3,(n)}/\mu^3_{2,(n)}$ – к 0, а Ez^3/Ey^3 – к

$$\frac{r^4+4r+3}{(r-1)^2} = 1 + \frac{6}{r-1} + \frac{8}{(r-1)^2}\,.$$

Между тем, если бы распределение значений Q^2 было симметричное, мы должны были бы иметь

$$\mathrm{E}Q^6 - 3\mathrm{E}Q^4 + 2 = 0, \text{ или, при } \mathrm{E}Q^4 = 1 + 2/(r-1),$$
$$\mathrm{E}Q^6 = 1 + 6/(r-1).$$

Сходным образом, замечая, что

$$\mathrm{E}\{\sum_{i=1}^{s}\ (x_i - x_{(s)}]^2\}^4 = (1/s^3)\,[(s-1)^4\mu_8 + 4(s-1)^3(s^2 - 2s + 7)\mu_6\mu_2$$
$$- 4(s-1)^2(6s^2 - 12s + 14)\mu_5\mu_3 +$$
$$(s-1)\,(3s^4 - 12s^3 + 42s^2 - 60s + 35)\mu_4{}^2 +$$
$$6(s-1)\,(s-2)\,(s^4 - 4s^3 + 16s^2 - 40s + 35)\mu_4\mu_2{}^2 -$$
$$8(s-1)(s-2)\,(3s^3 - 15s^2 + 35s - 35)\mu_3{}^2\mu_2 +$$
$$(s-1)(s-2)\,(s-3)\,(s^4 - 4s^3 + 18s^2 - 60s + 105)\mu_2{}^4],$$

убеждаемся, что с ростом n $\mathrm{E}z^4/\mathrm{E}y^4$ стремится к

$$\frac{r^3+9r^2+23r+15}{(r-1)^3} = 1 + \frac{12}{r-1} + \frac{44}{(r-1)^2} + \frac{48}{(r-1)^3},$$

если

$$\mu_8/(n^3r^3\mu_2^4),\ \mu_6/(n^2r^2\mu_2^3),\ \mu_5\mu_3/(n^3r^3\mu_2^4), \text{ и т. д.}$$

стремятся к 0. Между тем, в предположении гауссова распределения значений Q^2, мы должны были бы получить

$$\mathrm{E}Q^8 = 1 + 12/(r-1) + 12/(r-1)^2.$$

Мы убеждаемся таким образом, что распределение значений Q^2 даже при $n = \infty$ остается асимметричным и не принимает характера гауссова[5]. Для характеристики закона распределения находим, полагая $\mathrm{E}(Q^2-1)^k = \mu_{k,(Q^2)}$:

$$\mu_{2,(Q^2)} = 2/(r-1),\ \mu_{3,(Q^2)} = 8/(r-1)^2,$$
$$\mu_{4,(Q^2)} = 12/(r-1)^2 + 48/(r-1)^3.$$

Примеряя на пирсоновы критерии, ср. Elderton (1906, p. 47), находим для $n = \infty$,

$$\beta_1 = \mu^2_{3,(Q^2)}/\mu^2_{2,(Q^2)} = 8/(r-1),\ \beta_2 = \mu_{4,(Q^2)}/\mu^2_{2,(Q^2)} = 3 + 12/(r-1),$$

$$k = \frac{\beta_1(\beta_2+3)^2}{4(4\beta_2-3\beta_1)(2\beta_2-3\beta_1-6)} = \infty.$$

Кривая распределения значений Q^2 при $n = \infty$ может быть, следовательно, отнесена к пирсонову типу III с уравнением

$$y = y_o(1 + x/a)^{\gamma a}e^{-\gamma x},\ \gamma = 2\mu_{2,(Q^2)}/\mu_{3,(Q^2)} = (r-1)/2,$$

$$a = 2\mu_2^2/\mu_3 - \mu_3/2\mu_2 = (r-3)/(r-1),$$

$$y_o = \frac{(\gamma a)^{\gamma a+1}}{a\exp(\gamma a)\,\Gamma(\gamma a+1)} = \frac{r-1}{2}\left[\frac{r-3}{2e}\right]^{(r-3)/2}\frac{1}{\Gamma[(r-1)/2]};$$ [6]

мера симметрии (skewness) получает значение

$$\mu_{3,(Q^2)}/[2\mu^{3/2}_{2,(Q^2)}] = \sqrt{2/(r-1)}.$$

Случай, когда $\mu_4/(nr\mu_2^2)$, $\mu_3^2/(nr\mu_2^3)$ и т. д. не стремятся к 0 с ростом n, подлежит отдельному рассмотрению. Пусть, как в рассмотренном раннее примере

$\mu_4/(nr\mu_2^2)$ и $\mu_3^2/(nr\mu_2^3)$ стремятся к $1/(rm)$, $\mu_6/(n^2r^2\mu_2^3)$ и $\mu_5\mu_3/(n^2r^2\mu_2^4)$, – к $1/(r^2m^2)$, а $\mu_8/(n^3r^3\mu_2^4)$ – к $1/(r^3m^3)$.

Тогда
$\mu_{4,(n)}/\mu^2_{2,(n)}$ стремится к $(1/m) + 3$, $\mu^2_{3,(n)}/\mu^3_{2,(n)}$ – к $1/m$,
$\mu_{6,(n)}/\mu^3_{2,(n)}$ – к $(1/m^2) + (25/m) + 15$, $\mu_{5,(n)}\mu_{3,(n)}/\mu^4_{2,(n)}$ –
к $(1/m^2) + 10/m$, $\mu_{8,(n)}/\mu^4_{2,(n)}$ –
к $(1/m^3) + (119/m^2) + (490/m) + 105$.

Вместе с тем Ez^3/Ey^3 и Ez^4/Ey^4 стремятся к

$$1 + \frac{6rm}{(r-1)(rm+1)} + \frac{8rm}{(r-1)^2(rm+1)}\ \frac{r^2m^2+(r/2)rm+(5r-7)/4}{r^2m^2+3rm+1},$$

$$1 + \frac{12rm}{(r-1)(rm+1)} + \frac{12r^2m^2}{(r-1)^2(rm+1)^2} +$$
$$\frac{rm}{(r-1)^3(rm+1)^2(r^3m^3+6r^2m^2+7rm+1)}$$

$[16r^4m^4(2r + 1) + 16r^3m^3 (r^2 + 13r - 14) + 16r^2m^2(6r^2 + 11r - 15) +$

$4rm(39r^2 - 45r + 28) + 8(2r^2 + 35r - 37)]$.

При симметричном распределении значений Q^2 мы в случае, если
$E(Q^2 - 1)^2$ стремится с ростом n к $2rm/[(r - 1)\ (rm + 1)]$, должны были бы иметь

$$EQ^6 = 1 + \frac{6rm}{(r-1)(rm+1)}.$$

Если бы распределение было не только симметричное, но и гауссово, мы имели бы

$$EQ^8 = 1 + \frac{12rm}{(r-1)(rm+1)} + \frac{12r^2m^2}{(r-1)^2(rm+1)^2}.$$

Таким образом, и в этих условиях распределение значений Q^2 не стремится к гауссову с ростом n и не утрачивает даже в пределе асимметричного характера. Вычисляя пирсоновы критерии, находим

$$\beta_1 = \frac{8(rm+1)}{rm(r-1)}\ [\frac{r^2m^2+(r/2)rm+(5r-7)/4}{r^2m^2+3rm+1}]^2,$$

или, при $r \geq 6$,

$$\beta_1 > \frac{8(rm+1)}{rm(r-1)},$$

$$[r^6m^6 + 10r^5m^5 + 35r^4m^4 + 54r^3m^3 + 38r^2m^2 + 11rm + 1]\,(\beta_2 - 3) =$$

$$\frac{12(rm+1)}{rm((r-1)}\,[r^6m^6 + (r^5m^5/2)\,(4r + 9) - (r^4m^4/6)\,(r^2 - 78r + 4) -$$

$$(r^3m^3/6)\,(23r^2 - 232r + 179) - (r^2m^2/12)\,(41r^2 - 375r + 231) -$$

$$(rm/12)\,(53r^2 - 361r + 195) - (1/12)\,(6r^2 - 94r + 51)].$$

Что касается k, то знак k определяется знаком $(2\beta_1 - 3\beta_2 - 6)$; при малом m, $k < 0$; при $m > 5/12$ и достаточно большом r, $k > 0$; при этом k может быть и меньше и больше 1. Таким образом, в зависимости от величины m и r, кривая распределения значений Q^2 может в этих условиях принимать вид любой из числа асимметричных пирсоновских кривых.

Но если таким образом распределение значений Q^2 даже в пределе при $n = \infty$ не принимает характера гауссова, то сопоставления наблюдаемого в действительности распределения со схемой гауссова утрачивает смысл, и выводы, опирающиеся на подобные сопоставления, приходится признать лишенными содержания. Сопоставления же с кривой соответствующего пирсоновского типа могут представить известный интерес, если мы располагаем достаточно большим числом отдельных значений Q^2.

Зная предельные значения EQ^4, EQ^6 и EQ^8 при $n = \infty$, находим, что $E[(Q^2 - 1)^2 - E(Q^2 - 1)^2]^2$ стремится с ростом n к пределу $8/(r - 1)^2 + 48/(r - 1)^3$ в основном из рассматриваемых нами случаев. Таким образом, квадратическая ошибка $(Q^2 - 1)^2$ при сколь угодно большом r не менее, чем в 1.41 раза превышает $E(Q^2 - 1)^2$, а при r, обычных в статистической практике размеров, и еще больше превосходит ожидаемую величину $(Q^2 - 1)^2$. Такая широта размаха случайных расхождений лишает до значительной степени интереса сопоставление теоретической величины $E(Q^2 - 1)^2$ с эмпирическим значением, устанавливаемым по ряду данных наблюдением значений Q^2.

При очень малом p распределение значений Q^2 еще резче уклоняется от гауссова, а границы случайных расхождений между эмпирическим значением $(Q^2 - 1)^2$ и $E(Q^2 - 1)^2$ раздвигаются еще шире. И в этих отношениях требуется, следовательно, особое внимание при использовании квадратической ошибки Q^2, если исследование имеет дело с малым p, небольшим m и не очень значительным r.

Примечания

1. Чупров сослался на свою впоследствии пропавшую рукопись Математические основы теории устойчивости статистических рядов, Очерк 2.

2. Ср. А. А. Марков (1916, с. 716). Составляющий исключение случай очень малого p аргументация А. А. Маркова оставляет в стороне.

3. В статистической литературе высказывалось два предположения касательно величины $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2$ при $p = m/n$ и весьма большом n. В. И. Борткевич первоначально принимал $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 = 2/r$, а позднее внес в эту формулу поправку и предложил принимать $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 = (2/r) + 1/(rm)$. Найденные нами границы для $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2$ при $p = m/n$ и $m = \infty$ показывают, что обе эти формулы теоретически неверны. При $m < 1$ и не слишком малом r $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 < 2/r$ и подавно меньше $(2/r) + 1/(rm)$. Напротив, при $m \geq 4$ и всяком r $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 > 2/r$, а при $m > r/2$ и r достаточно большом $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 > 2/r + 1/(rm)$. Значения, указываемые для $\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2$ как первой, так и второй формулами Борткевича, могут быть, следовательно, и больше, и меньше истинного значения в зависимости от величины [от значений] r и m.

4. См. Борткевич (1901/21), ср. мою статью […]. [Чупров снова, как в Прим. 1, ссылается на Очерк 2 утерянной рукописи.] К случаю очень малой вероятности эта формула [ниже] неприложима: оставаясь на почве избранного Борткевичем способа рассуждений, мы приходим при $p = m/n$ и $n = \infty$ к

$$\mathrm{E}(Q^2 - 1)^2 = (2/r) + 1/(rm).$$

В работе (1913/59, с. 26 – 27) Борткевич и получает эту формулу уже несколько иным, но в основе своей столь же мало доказательным путем. В позднейшей работе (1915/61) Борткевич почему-то вновь возвращается к первоначальной формуле.

5. Не имеет характера гауссова и распределение значений Q. В предположении гауссова распределения значений Q мы имели бы

$$\mathrm{E}Q = [1 - 1/(r-1)]^{1/4},\ \mathrm{E}Q^6 = 40[1 - 1/(r-1)]^{3/2} - 24[1 - 1/(r-1)]^{5/4} - 15[1 - 2/(r-1)],$$

или в грубом приближении $\mathrm{E}Q^6 = 1 + 45/[4(r-1)^2]$.

6. Для вычисления $\Gamma[(r-1)/2]$ в изданных Пирсоном книге (1924) дана удобная таблица; e – неперово основание логарифмов.

Библиография

Бауэр Р. К. (1955, нем.), Теория дисперсии Лексиса. В книге Четвериков (1968, с. 225 – 238).

Лексис В. (1879, нем.), О теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968, с. 5 – 38).

Марков А. А. (1916), О коэффициенте дисперсии. *Избранные труды* М., 1951, с. 525 – 535. Чупров ссылался на с. 715 и 716, т. е. на с. 531 – 533 1951 г.

Ондар Х. О., редактор (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова.* М.
Романовский В. И. (1938), *Математическая статистика*. М. – Л.
Четвериков Н. С., составитель (1968), *О теории дисперсии*. М.
Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. М.
Elderton, W. Palin (1906, дата Предисловия), *Frequency Curves and Correlation.* Четвертое изд., London, 1953.
Heyde, C.C., Seneta, E. (1977), *I. J. Bienaymé.* New York.
Pearson, K., редактор (1924), *Tables for Statisticians and Biometricians* (1914). London.

VI. А. А. Чупров

О математическом ожидании моментов плотности в случае коррелированных наблюдений

On the mathematical expectation of the moments of frequency distributionsin the case of correlated observations

Metron, Bd. 2, 1923, No. 3, pp. 461 – 493; No. 4, pp. 646 – 683

Предисловие[1]

[1] Каждая стохастическая[2] теория статистики усматривает в эмпирических статистических числах образы некоторых поистине значимых величин, – отраженные, беспорядочные образы, более или менее затуманенные случаем. За статистической частостью события она распознает соответствующую математическую вероятность, или, как это делает английская школа, метаэмпирическую частость, которая установилась бы при бесконечно большом числе испытаний, если только они могут быть проведены при неизменных условиях. За средним из наблюденных данных она усматривает соответствующее математическое ожидание; за эмпирической “кривой плотности” – закон распределения значений переменной[3]; за “корреляционной таблицей” – закон взаимозависимости переменных.

Как вывести из наблюдений возможно более точные оценки этих теоретических количеств, которые большей частью недоступны непосредственному измерению? Каким образом избавить статистические числа от нарушающего их покрова случая? Эта задача существенна для любой теории статистики, которая не желает ограничиваться небрежной сводкой правил сбора и расположения статистических данных.

Эта проблема имеет и логическую[4], и математическую сторону, последняя же в свою очередь преследует двойную цель: во-первых, мы должны рассудительно выбрать желательные количественные теоретические характеристики, и, во-вторых, указать практически приемлемый способ оценки их значений по данным, которые действительно могут быть добыты опытным путем.

[2] Первая цель в более простых случаях не представляет больших трудностей, однако в более сложных ситуациях она очень тяжела. Самый простой случай относится именно к математической вероятности, которая является разумной основой статистической частости, и это хорошо известно статистикам, равно как и математикам, со времени появления бессмертного *Искусства предположений* Якоба Бернулли. Но с тех пор прошло много времени, пока не сформировалось соответствующее понятие о соотношении между статистическим средним и математическим ожиданием. А аналогичные идеи, относящиеся к кривым плотности и корреляционным таблицам, начали систематически развиваться лишь в наши дни под руководством Карла Пирсона.

В случае кривых плотности нам нужна система достаточно точно оцениваемых по наблюдениям параметров, которая позволила бы с желаемой точностью представить себе аналитическую форму теоретического закона распределения. Самая обычная система таких параметров это *моменты* переменной. Могут быть и действительно были предложены и другие системы, весьма полезные при определенных условиях.

Так, один из моих учеников, кандидат Я. Мордух, подготовил статью (1923) о специальной системе параметров, которая в некоторых случаях позволяет обрабатывать коррелированные наблюдения самым изящным и удобным образом. Традиционные *моменты*, однако, используются наиболее широко, и данная статья имеет дело только с параметрами этого типа.

Если закон распределения значений переменной для всех наблюдений остается без изменений, то всё требуемое сводится к рядам последовательных теоретических моментов, которые вычисляются либо при произвольно выбранном постоянном начале, либо исходя из математического ожидания переменной (ниже – моменты m и μ). Если же законы распределения изменяются, можно будет применить два различных способа, а именно, либо оценивать теоретические моменты всех отдельных законов, что, однако, в большинстве случаев неосуществимо, либо, чаще всего, довольствоваться более общим знанием средних значений или некоторых других функций этих теоретических моментов.

[3] После выбора системы теоретических параметров следует указать, как оценивать их значения по наблюдениям. Для этой цели нужно представить такие функции эмпирических величин, чьи математические ожидания совпадают с искомыми теоретическими параметрами. Но, поскольку это не всегда возможно, мы должны иногда довольствоваться такими функциями эмпирических данных, чьи математические ожидания лишь стремятся к требуемым теоретическим величинам при возрастании числа наблюдений[5]. Например, ни коэффициент корреляции, ни пирсонова “средняя квадратическая контингенция”, не могут быть эмпирически оценены так, как было указано выше вначале, ибо не существует никаких функций только лишь эмпирических данных, чьи математические ожидания совпадали бы с теоретическими значениями этих двух величин, и обычно в качестве их приближенных оценок применяются математические ожидания эмпирических коэффициентов, которые совпадают с ними при возрастании числа наблюдений до бесконечности.

Иногда можно составлять и функции, которые объединяют эмпирические и теоретические величины, что позволяет решить некоторые важные чисто теоретические вопросы. С другой стороны, значения определенных теоретических параметров иногда заранее известны, так что требуемые значения неизвестных теоретических параметров могут быть оценены при помощи подобных надлежаще выбранных сочетаний эмпирических и теоретических данных. Особенно часто приходится прибегать к такому способу при статистическом изучении взаимозависимости между двумя или более переменными. Во многих случаях теоретические параметры, характеризующие законы распределения значений отдельных переменных, можно считать известными, и наблюдения должны лишь предоставлять данные, по которым могут быть оценены значения параметров, описывающих законы взаимозависимости переменных.

Единственные эмпирические данные, имеющиеся при статистическом изучении одной переменной, это значения, которые она принимает при последовательных наблюдениях. По этим данным, или по их подходящим сочетаниям, следует оценивать значения теоретических параметров. Следующая чисто эмпирическая величина, которую можно использовать, это, конечно, среднее всех эмпирических значений переменной. Математическое ожидание средней всегда равно среднему из математических ожиданий переменной при последовательных наблюдениях. Если наблюдения не коррелированны, стандартная ошибка оценки среднего математического ожидания по среднему из эмпирических значений неограниченно убывает с возрастанием числа наблюдений, а закон распределения среднего из эмпирических значений в то же время стремится к закону Гаусса – Лапласа[6].

Если наблюдения не коррелированны, мы можем поэтому положиться на значение эмпирического среднего как на приближенную меру неизвестного среднего математического ожидания, притом точность нашего измерения может быть сколь угодно повышена путем увеличения числа наблюдений. Однако, если в том же случае некоррелированных наблюдений среднее математическое ожидание известно заранее, можно легко оценить теоретические средние значения второго и третьего моментов типа μ по соответствующим порядкам уклонений эмпирического среднего от этого априорного[7] значения. Но моменты более высоких порядков таким простым образом нельзя вывести даже в случае некоррелированных наблюдений.

[4] Если среднее математическое ожидание переменной не известно заранее, нам приходится обратиться к сумме уклонений различных порядков отдельных эмпирических значений от их средних (ниже обозначенных ν′) как к эмпирической основе для оценки неизвестных значений теоретических моментов. Если наблюдения не коррелированы и закон распределения переменной остается без изменений, мы таким образом весьма просто получаем приближенные значения теоретических моментов второго и третьего порядков. Вычисление моментов более высоких порядков требует более сложных вычислений, но при указанных условиях задача всегда разрешима при помощи приведенных мной общих формул[8]. Но если отказаться от предположения о неизменности закона распределения, задача становится столь сложной, что даже при не коррелированных наблюдениях она не допускает никакого общего решения (comports no general solution). Если удастся сгруппировать наблюдения так, что в каждой отдельной группе закон распределения можно будет считать неизменным, то иногда удастся затем оценить искомые теоретические значения (1918 – 1919, 1921/36).

Если отказаться от предположения о некоррелированности наблюдений, то трудности оценки неизвестных теоретических моментов по данным наблюдения окажутся почти непреодолимыми. Конечно, математическое ожидание эмпирического среднего даже в этом случае остается равным среднему математическому ожиданию. Но точность, которую можно приписать такому измерению [такой оценке] весьма неопределенна. В общем случае нельзя даже предположить, что она возрастает с ростом числа наблюдений. Корреляция между наблюдениями может оказаться такой, что стандартная ошибка оценки в этом случае либо не убывает, либо не убывает неограниченно.

Поскольку статистическая практика непременно полагается на возможность повышения точности среднего при возрастании числа наблюдений, исключительно важным становится установление условий, при которых сохраняется эта уверенность в спасительном действии роста числа наблюдений. И кроме того необходимо выяснить, при каких предположениях закон распределения значений эмпирического среднего стремится к закону Гаусса – Лапласа при возрастании числа наблюдений, ибо только в этом случае мы можем практически доверять стандартной ошибке как мере точности нашей оценки. Решение обеих этих задач в духе классических исследований Маркова описывается ниже[9].

Что же касается теоретических моментов высших порядков, то, насколько мне известно, соответствующие проблемы еще не были систематически рассмотрены. В главах 1 – 3 ниже я постарался распространить систему формул для некоррелированных наблюдений (1918 – 1919, 1921/37, части 1 и 2) на общий случай коррелированных наблюдений. Эти формулы являются наиболее общими из тех, которые могут быть предложены в качестве математической основы для статистического изучения одной переменной, ибо они не зависят ни от каких специальных предположений о законе взаимозависимости между наблюдениями, или о законах распределения значений переменной в последовательных наблюдениях. Они лишь предполагают, что мы имеем дело со случайными значениями переменной, но вот законы распределений последовательных наблюдений и характер корреляции между наблюдениями остаются полностью неопределенными.

Все остальные формулы могут быть получены исходя из них при подходящих дополнительных предположениях. Так, формулы в (1918 – 1919, 1921/37, часть 2), – при дополнительном предположении, что корреляция между наблюдениями исчезла; формулы в части 1 того же сочинения – предполагая, что закон распределения значений переменной не изменяется, а изящная формула проф. Больмана (1909), ср. ниже гл. 6, п. 1, – предполагая определенную форму закона распределения значений с произвольным изменением параметров закона от одного наблюдения к другому и произвольную корреляцию наблюдений.

[5] Общие формулы для случая коррелированных наблюдений устанавливаются ниже тем же методом, что и соответствующие формулы для некоррелированных наблюдений (1918 – 1919, 1921/37, части 1 и 2). Я существенно использую метод Маркова, основанный на вычислении математических ожиданий. Он обладает тем преимуществом, что сочетает полную общность результата со строгостью математических рассуждений и элементарностью, имеет дело только с алгебраическими понятиями, а его действительная математическая основа это формула бинома, возведенного в натуральную степень. Разумеется, те же проблемы можно изучать при помощи более высокого анализа, что иногда очень полезно, но все основные результаты выводятся и помимо этого.

При рассмотрении формул, связывающих требуемые теоретические количества с данными коррелированных наблюдений, видно, что они, не будучи основаны ни на каких специальных предположениях о законе распределения или о характере взаимной зависимости между наблюдениями, содержат больше неизвестных, чем имеется приближенных уравнений, к которым они приводят. Таким образом, значения теоретических параметров не могут быть оценены по экспериментальным данным без дополнительных знаний, которые позволили бы ввести разумные предположения о характере корреляции между наблюдениями и о законах распределения значений переменной при последовательных наблюдениях. При любых условиях прямой путь от данных наблюдения существует лишь для среднего математического ожидания, которое всегда равно математическому ожиданию среднего из эмпирических значений переменного. Но результат этот не очень весом, ибо, как уже было сказано выше, в общем случае точность оценки остается полностью неопределенной. Не зная ничего о характере взаимозависимости наблюдений, мы даже не можем полагаться на распространенное правило: *точность оценки повысишь, если увеличишь число наблюдений*. При некоторых типах корреляции между наблюдениями этот совет оказывается полностью или почти полностью бесполезным.

[6] Мы таким образом приходим к исключительно важному выводу: все попытки свести статистические исследования к чистому эмпиризму безнадежно тщетны. Из самих исходных данных, полученных из наблюдений, мы не можем вывести то, что желаем. Для любых заключений необходимы некоторые предположения о характере взаимозависимости между наблюдениями и о законах распределения. Конечно, эти предпосылки не всегда должны быть простейшими (некоррелированные наблюдения, неизменный закон распределения типа Гаусса – Лапласа). Они могут быть почти неограниченной сложности и существенно отличаться от одного случая к другому. Какие-то предположения, основанные на том, что известно помимо статистических данных, должны быть всегда. Обработка статистических данных без введения предположений ни к чему не приводит.

Здесь возникают два дальнейших вопроса. Во-первых, какие системы предположений могут оказаться достаточными, чтобы задачу можно было бы решить. И, во-вторых, как в каждом отдельном случае выбрать такую систему из различных возможных. Здесь, в этом Введении, я не исследую эти вопросы подробно и лишь подчеркну некоторые обстоятельства, тесно связанные со сказанным ниже.

Наиболее важным предположением о переменных законах распределения, которое иногда позволяет определять требуемые значения теоретических параметров, это возможность такой группировки наблюдений, при которой в каждой группе закон оставался бы неизменным. Соответствующие формулы см. в гл. 4-й. Подходящих предположений о характере взаимозависимости между наблюдениями может быть сколько угодно и простейшим является традиционное указание об отсутствии корреляции. Следующее по простоте – униформная корреляция, при которой закон взаимозависимости между произвольным числом наблюдений остается неизменным для любых сочетаний этого числа наблюдений. Специальный случай таких униформно коррелированных наблюдений представляется выборкой билетов из закрытой урны без возвращения, и ниже в гл. 5-й я для него представляю целую систему формул, соответствующих тем, которые обычно применяются для некоррелированных наблюдений.

Эти формулы исключительно полезны, поскольку статистику часто приходится иметь дело с подобным типом корреляции наблюдений при применении выборочного метода, который в наши дни становится всё более и более распространенным. Формулы указанной главы содержат всё, что может оказаться необходимым для изучения одной переменной в духе выборочного метода типа не возвращаемых билетов. Я также обсуждаю пользу предварительной группировки наблюдений и вывожу соответствующие формулы.

[7] Вернемся к основополагающему вопросу о том, как выбирать предпосылки в каждом отдельном случае. Могут ли данные наблюдений указать нам это? Так, знаменитая лексисова теория дисперсии, как представляется, предлагает эмпирический критерий, который позволяет определить по наблюдениям, насколько в действительности выполняются предпосылки, соответствующие лексисовой "нормальной дисперсии". Формулы, которые я привожу ниже, приводят к поразительному результату: этот эмпирический критерий нормальности дисперсии оказывается в большой степени обманчивым. Его математическое ожидание равно 1 не только тогда, когда выполняются предпосылки нормальной дисперсии, но даже в противном случае, а именно, когда наблюдения униформно коррелированны, например, по способу *невозвращаемых билетов*.

Мы не можем только по данным наблюдения отличить друг от друга эти случаи ни при помощи критерия Лексиса, ни, как я специально доказал[10], другими возможными способами. Иногда мы сможем опровергнуть наши предположения, сопоставив их с наблюдениями, но нам никогда не удастся доказать. что мы имеем право допустить их, обращаясь лишь к данным наблюдения.

Что же отсюда следует? Разве каждый вывод из статистических данных в равной мере произволен при любых принятых предположениях? Конечно, нет. Подобный полнейший скептицизм столь же неверен, как и его противоположность, – наивный эмпиризм, который без всяких подозрений полагается на выводы из бессознательно принятых простейших предположений и который даже не задумывается о возможной неправомерности выводить что-то из данных.

Верный путь, как обычно, находится посредине и состоит в здравой критике. Предположения, на которых основываются выводы, должны в каждом случае проверяться, и, в свою очередь, метод проверки необходимо тщательно выбирать. Часто можно установить подходящие предположения по здравому смыслу. Осторожное исследование всех обстоятельств может иногда уверенно предпочесть определенную систему предположений из других конкурирующих систем, равным образом согласующихся с наблюдениями. Иногда условия уже известны, и мы можем вполне спокойно полагаться на наши предположения. Так, обрабатывая тщательно подготовленное выборочное исследование, мы знаем со всей желаемой точностью, будет ли в основе наших вычислений схема с возвращаемыми, или с невозвращаемыми билетами. Но перед тем, как формулировать выводы из статистических данных, всегда требуется исключительное внимание. Правилом должна быть самая тщательная и многосторонняя проверка всего, что может оказаться важным.

[8] Ниже, первые три главы строго следуют описанию соответствующих глав в (1918 – 1919, 1921/37, части 1 и 2). Те же формулы в существенно обобщенном виде выведены в основном таким же образом, притом некоторые из них известны, многие, как я понимаю, новы. Общая формула для стандартной ошибки среднего в случае коррелированных наблюдений заслуживает называться по имени Маркова. Я рассматривал ее статистические следствия (1918 – 1919/36, Первый очерк). Ту же задачу о стандартной ошибке среднего почти таким же образом рассматривал проф. Г. Мортара в своей поучительной книге (1917, гл. 10). Специальную формулу стандартной ошибки и среднего в схеме невозвращаемых билетов почти одновременно опубликовали Иссерлис (1916; 1918), проф. Мортара (1917) и я сам, хотя никто из нас не знал об исследовании остальных[11]. Такие совпадения не являются полностью случайными: проблема коррелированных наблюдений начинает привлекать внимание ученых в различных областях научной работы, и особенно в статистической физике, в основном ввиду весьма остроумных и изобретательных работ Смолуховского[12]. Неудивительно, что теперь она становится темой особого интереса для теоретиков статистики. Очерк общей теории корреляционных наблюдений, который приведен ниже, является всё же, как я полагаю, первым систематическим изучением проблемы в целом.

Примечания

1. Мы перевели только это Предисловие; основной текст статьи безусловно заслуживает внимания, но, не говоря об его объеме, одни лишь двухэтажные индексы, появляющиеся одновременно и выше, и ниже основной строки (например, на с. 472), заставили нас ограничить свою работу.

Предисловие (пп. 4 и 5) содержит интересные замечания, которые позволяли надеяться, что в основном тексте доказывается центральная предельная теорема для коррелированных наблюдений, но попытка найти ее окончилась для нас неудачно. О. Ш.

2. Термин *стохастический* я употребляю как синоним выражения *основанный на теории вероятностей*, см. *Искусство предположений* Якоба Бернулли и Борткевич (1917/66, с. 3): “Пусть ориентированное на теорию вероятностей, т. е. основанное на *законе больших чисел*, рассмотрение эмпирических совокупностей будет называться стохастикой”. А. А. Ч.

3. Точные значения терминов *закон распределения значений переменной* и *закон взаимозависимости двух или более переменных* см. в моей статье (1921/39). А. А. Ч.

4. Логическую сторону Чупров больше так и не упомянул. О. Ш.

5. Важно отметить различие между указанными двумя случаями: в первом из них эмпирическое значение являются приблизительной мерой требуемого теоретического количества при любом числе наблюдений, а возрастание их числа служит лишь для убывания стандартной ошибки оценки. Во втором случае не только стандартная ошибка оценки убывает с ростом числа наблюдений, но разность между требуемым теоретическим количеством и истинным математическим ожиданием эмпирического коэффициента при этом убывает, и мы таким образом измеряем величину, которая с возрастающей точностью всё более и более приближается к требуемой. А. А. Ч.

6. При указанных мной ограничениях (1918 – 1919, 1921/37, части 1 и 2). А. А. Ч.

7. Под априорным я понимаю не абсолютно априорное в метафизическом смысле, а только нечто, известное независимо от тотчас принимаемых во внимание наблюдений. А. А. Ч.

8. См. (1918 – 1919, 1921/37, т. 12, с. 185 и след.). Замечая, например, что математическое ожидание четвертого момента $\nu_{4(N)}$ содержит две теоретические величины, μ_4 и μ_2^2 и что математическое ожидание квадрата эмпирического момента второго порядка $E[\nu'_{2(N)}]^2$ содержит их же, мы можем вычислить обе эти величины из двух приближенных уравнений, к которым приводят эти соотношения. Аналогично можно получить приближенное значение μ_5, используя два приближенных уравнения, к которым приводят значения, используя ν_5 и $E\nu'_3\nu'_2$ и т. д. А. А. Ч.

9. См. гл. 1; ср. мою статью (1918 – 1919, 1918/36). А. А. Ч.

10. См. мою статью (1922/43), которая вскоре появится [к тому времени уже появилась] в новом статистическом ежеквартальнике, редактируемым в Швеции доктором Тором Андерссоном. А. А. Ч.

11 Иссерлис (1916; 1918); Мортара (1917). Мои результаты (1918 – 1919, 1918/36) были применены еще до их публикации одним из моих учеников, Коном (1917). Ему пришлось придумать схему сбора данных для громадной всероссийской сельскохозяйственной переписи 1916 г. на основе выборочного метода. А. А. Ч.

12. M. Von Laue был, видимо, первым физиком, который понял, как важно учитывать последствия отказа от предположения о взаимной независимости отдельных испытаний, которое лежит в основе теоремы Бернулли, но его исследования были весьма специальными. М. фон Смолуховский представил проблему с другой стороны, и введенное им понятие о вероятностном последействии привело к его широкой известности среди изучающих статистическую физику.

Проблема коррелированных наблюдений начинает играть роль и в биологии, а именно при статистическом изучении законов Менделя. См., например, интересные данные, собранные проф. Марбе (1916 – 1919, 1919). А. А. Ч.

Библиография

Кон С. С. (1917), *К вопросу о применении выборочного метода при разработке сельскохозяйственных переписей.* Пг.

Мордух Я. (1923), О связанных испытаниях, отвечающих условию стохастической коммутативности. *Тр. Русск. ученых за границей*, т. 2. Берлин, с. 102 – 125.

Bohlmann G. (1909), Die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihrer Anwendung auf die Lebensversicherung. *Atti IV Congr. Intern. Matem. 1908*. Roma, pp. 244 – 278.

Isserlis L. (1916), On the conditions under which the probable errors of frequency distributions have real significance. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A92, pp. 23 – 41.

--- (1918), On the value of the mean as calculated from a sample. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 81, pp. 75 – 81.

Marbe K. (1916 – 1919), *Die Gleichförmigkeit in der Welt*. München.

Mortara G. (1917), *Elementi di statistika*. Roma.

VII. А. А. Чупров

О нормальной устойчивой корреляции

Über normale stabile Korrelation

kandinavisk Aktuarietidskrift, Bd. 6, 1923, pp. 1 – 17

Примечание составителя

Цель своей статьи Чупров определил в первых ее строках. Чупров постоянно проверяет, не превышает ли уклонение эмпирического значения Q^2 от его теоретического значения, т. е. от EQ^2, среднюю ошибку (т. е. дисперсию) Q^2, но так и не обосновывает этого критерия (необходимого, но не достаточного) нормальной устойчивости ряда. И кроме того, любой подобный критерий должен был бы зависеть от закона распределения Q^2.

Мы несколько изменили весьма неудобные обозначения Чупрова и, в частности, заменили плохо различимые символы Чупрова $p_{1/}$ и $p_{/1}$ на p_1 и π_1.

1. Понятие нормальной устойчивости, установленное Лексисом для рядов частостей и распространенное Борткевичем на ряды с произвольными статистическими числами, допускает дальнейшее обобщение, а именно на случай двух взаимосвязанных переменных.

Рассмотрим вначале случай одной переменной X, принимающей k различных значений $\xi_1, \xi_2 \dots \xi_k$. Множество $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ вместе с сопутствующими вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_k$ называется *законом распределения величины X*. Если над переменной X производят испытания так, чтобы этот закон оставался неизменным и отдельные испытания оказались не зависимыми друг от друга, то появляющийся при этих условиях ряд эмпирических независимых значений величины X называется нормально устойчивыми. Чтобы выяснить, является ли устойчивость данного ряда нормальной, вначале определяется его средняя ошибка, затем ряд делят на некоторое число отрезков, для каждого вычисляют среднее значение и для ряда этих значений вычисляют среднюю ошибку.

Пусть, например, имеется rn значений $x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_{2n}, x_{2n+1}, \ldots, x_{rn}$. Вначале мы вычислим

$$\frac{1}{rn-1}\sum_{h=1}^{rn}\ [x_h - x_{(r\,n)}]^2, \qquad (1)$$

$$x_{(r\,n)} = \frac{1}{rn}\sum_{h=1}^{rn}\ x_h,$$

затем делим исходный ряд на r отрезков: от x_1 до x_n; от x_{n+1} до x_{2n}; …; от $x_{(r-1)n+1}$ до $x_{r\,n}$. Обозначим среднее значение i-го отрезка через $x_{i(n)}$, тогда

$$x_{i(n)} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\ x_{(i-1)\,n+j}.$$

Далее мы вычисляем

$$\frac{n}{r-1}\sum_{i=1}^{r}\ [x_{i(n)} - x_{(r\,n)}]^2 \qquad (2)$$

и, если условия нормальной стабильности выполнены, т. е. если закон распределения не изменяется от испытания к испытанию, а [сами] испытания взаимно независимы, то математические ожидания обеих величин равны друг другу. Можно, следовательно, ожидать, что эмпирические значения обеих примерно равны друг другу. Соответственно, мы вычислим частное

$$Q^2 = \text{выражение (2)} \div \text{выражение (1)},$$

которое называется коэффициентом дисперсии. Его значение может быть принято за критерий нормальной устойчивости ряда. Если Q^2 уклоняется от 1 больше, чем соответствовало бы его средней ошибке, то устойчивость ряда не может быть нормальной и нельзя считать, что при всех rn испытаниях закон распределения остается постоянным, а [сами] испытания взаимно независимы. Не выполняется либо одно, либо другое условие, либо же ни одно из них.

Рассмотрим теперь случай двух коррелированных переменных, X и Y. Предположим, что переменная X имеет закон распределения $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k; p_1, p_2, \ldots, p_k$, а переменная Y – $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_t; \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_l$, и обозначим через p_{ij} вероятность того, что одновременно X примет значение ξ_i, а Y – значение η_j.

Совокупность значений $\xi_1, \xi_2 \dots \xi_k, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_l$; и вероятностей $p_{11}, p_{12}, \dots, p_{kl}$ называется *законом зависимости X и Y*.

Пусть над переменными X и Y производят некоторое число испытаний, при каждом из которых получены эмпирически-случайные значения ξ величины X и η – величины Y. Если испытания происходят так, что закон зависимости остается неизменным, а [сами] испытания взаимно независимы, то можно будет назвать ряд полученных коррелированных значений X и Y нормально устойчивым в точном соответствии со смыслом, разъясненным выше. И можно будет установить критерии, которые таким же точным образом соответствовали бы коэффициенту дисперсии Лексиса – Борткевича.

2.1. Обозначим обычным образом математическое ожидание переменной Z через EZ и введем следующие обозначения

$$\mathrm{E}x^s y^t = m_{st},$$

$$\mathrm{E}[x - m_{10}]^s[y - m_{01}]^t = \mu_{\mathrm{st}}. \qquad (3)$$

Далее, пусть x_f и y_f будут эмпирическими значениями переменных X и Y в f-м испытании и

$$x_{(N)} = \frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N} x_f,\ y_{(N)} = \frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N} y_f,$$

где N – число испытаний. Тогда при нормальной устойчивой корреляции, т. е. если закон зависимости не изменяется, и испытания взаимно независимы, будут иметь место равенства

$$\mathrm{E}[x_f - m_{10}]^s[y_f - m_{01}]^t = \mu_{st},\ \mathrm{E}[x_f - m_{10}]^s[y_g - m_{01}]^t = \mu_{s0}\,\mu_{0t}, f \neq g$$

и, следовательно,

$$\mathrm{E}\{\frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N} [x_f - m_{10}][y_f - m_{01}]\} = \mu_{11},$$

$$\mathrm{E}\{\frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N} [x_f - m_{10}][y_f - m_{01}] - \mu_{11}\}^2 = \frac{1}{N}[\mu_{22} - \mu^2{}_{11}],$$

$$\mathrm{E}\{\frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N} [x_f - m_{10}][y_f - m_{01}] - \mu_{11}\}^3 =$$

$$\frac{1}{N^2}[\mu_{33} - 3\mu_{22}\,\mu_{11} + 2\mu^3{}_{11}],$$

$$\mathrm{E}\{\frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N} [x_f - m_{10}][y_f - m_{01}] - \mu_{11}\}^4 =$$

$$\frac{3}{N^2}[\mu_{22} - \mu^2{}_{11}]^2 + (1/N^3)[\mu_{44} - 4\mu_{33}\,\mu_{11} - 3\mu^2{}_{22} +$$
$$12\mu_{22}\,\mu^2{}_{11} - 6\mu^4{}_{11}],$$

$$\mathrm{E}\{\frac{1}{N-1}\sum_{f=1}^{N}[x_f - x_{(N)}][y_f - y_{(N)}]\} = \mu_{11},$$

$$\mathrm{E}\{\frac{1}{N-1}\sum_{f=1}^{N}[x_f - x_{(N)}][y_f - y_{(N)}] - \mu_{11}\}^2 =$$
$$\frac{1}{N}[\mu_{22} - \mu^2{}_{11}] + \frac{1}{N(N-1)}[\mu^2{}_{11} + \mu_{20}\,\mu_{02}].$$

2.2. Пусть теперь при тех же условиях над X и Y проведено r серий по n испытаний в каждой. Обозначим через $x_f^{(h)}$ и $y_f^{(h)}$ эмпирические значения этих переменных в f-м испытании h-й серии и положим

$$\frac{1}{n}\sum_{f=1}^{n} x_f^{(h)} = x_{(n)}{}^{(h)},\ (1/n)\sum_{f=1}^{n} y_f^{(h)} = y_{(n)}{}^{(h)},$$

$$\frac{1}{n}\sum_{f=1}^{n}[x_f^{(h)} - m_{10}][y_f^{(h)} - m_{01}] = t_h,$$

$$\frac{1}{n-1}\sum_{f=1}^{n}[x_f^{(h)} - x_{(n)}{}^{(h)}][y_f^{(h)} - y_{(n)}{}^{(h)}] = t'_h,$$

$$\frac{1}{r}\sum_{h=1}^{r} t'_h = t'_{(r)},\ \frac{1}{r}\sum_{h=1}^{r}[t_h - \mu_{11}]^2 \div \frac{1}{n}[\mu_{22} - \mu^2{}_{11}] = Q_1{}^2,$$

$$\frac{1}{r}\sum_{h=1}^{r}[t'_h - \mu_{11}]^2 \div \{\frac{1}{n}[\mu_{22} - \mu^2{}_{11}] +$$
$$\frac{1}{n(n-1)}[\mu^2{}_{11} + \mu_{20}\,\mu_{02}]\} = Q_2{}^2,$$

$$\frac{1}{r-1}\sum_{h=1}^{r}[t'_h - t'_{(r)}]^2 \div [\text{тот же знаменатель, что и у } Q_2{}^2] = Q_3{}^2,$$

$$\frac{n}{r-1}\sum_{h=1}^{r}[x_{(n)}{}^{(h)} - x_{(r\,n)}][y_{(n)}{}^{(h)} - y_{(r\,n)}] \div \mu_{11} = Q_4. \qquad (4)$$

Из соотношений § 2.1 следует, что

$$\mathrm{E}Q_1{}^2 = \mathrm{E}Q_2{}^2 = \mathrm{E}Q_3{}^2 = \mathrm{E}Q_4 = 1.$$

Нетрудно также вычислить средние ошибки значений этих четырех коэффициентов. Так, например,

$$E(Q_1^2 - 1)^2 = \frac{2}{r} + \frac{1}{rn}\,\frac{\mu_{44} - 4\mu_{33}\mu_{11} - 3\mu^2{}_{22} + 12\mu_{22}\mu^2{}_{11} - 6\mu^4{}_{11}}{[\mu_{22} - \mu^2{}_{11}]^2},$$

$$E(Q_4 - 1)^2 = \frac{1}{r-1}[1 + \frac{\mu_{20}\mu_{02}}{\mu^2{}_{11}}] + \frac{1}{rn}[\frac{\mu_{22} - \mu_{20}\mu_{02}}{\mu^2{}_{11}} - 2].$$

2.3. Если рассмотреть все rn испытаний воедино, то (см. § 2.1)

$$E\frac{1}{rn-1}\sum_{f=1}^{rn} [x_f - x_{(r\,n)}]\,[y_f - y_{(r\,n)}] = \mu_{11}. \qquad (5)$$

С другой стороны,

$$E\frac{1}{r-1}\sum_{h=1}^{r} [x_{(n)}{}^{(h)} - x_{(r\,n)}][y_{(n)}{}^{(h)} - y_{(r\,n)}] = \frac{1}{n}\mu_{11}.$$

Положим теперь

Q′ = [числитель формулы (4) для Q_4] ÷
[левую часть формулы (5) без символа Е].

Так же, как и для коэффициента дисперсии Лексиса – Борткевича (см. мою статью 1918 – 1919/36,1968, с. 156 – 158), можно доказать, что при условиях нормальной устойчивости

EQ′ = 1.

Если количества испытаний не во всех сериях одни и те же, выражение для Q′ может быть видоизменено в таком же порядке, как в случае одной переменной. Обозначим число испытаний в h-й серии через n_h, общее число испытаний через N ($N = n_1 + n_2 + \dots + n_r$) и пусть

$$Q_{\mathrm{I}}' = S_1/T_1,\ S_1 = \sum_{h=1}^{r} [x_{(n)}{}^{(h)} - x_{(N)}][y_{(n)}{}^{(h)} - y_{(rN)}] \div (\sum_{h=1}^{r} \frac{1}{n_h} - \frac{r}{N}),$$

$$T_1 = \sum_{f=1}^{N} [x_f - x_{(N)}][y_f - y_{(rN)}] \div \frac{1}{N-1},$$

либо

$$Q_{\mathrm{II}}' = S_2/T_2,$$
$$S_2 =$$
$$r\sum_{h=1}^{r} \{[x_{(n)}{}^{(h)} - \frac{1}{r}\sum_{g=1}^{r} x_{(n)}{}^{(g)}][y_{(n)}{}^{(h)} - \frac{1}{r}\sum_{g=1}^{r} y_{(n)}{}^{(g)}]\} \div$$

$$(r-1)\sum_{h=1}^{r}\frac{1}{n_h},$$

$$T_2 = T_1.$$

При выполнении условий нормальной стабильности будет

$$\mathrm{E}Q_{\mathrm{I}}' = \mathrm{E}Q_{\mathrm{II}}' = 1.$$

2.4. Можно составить еще один вариант коэффициента дисперсии, если принять произведение XY за новое переменное Z, $Z = XY$, и рассматривать его как в обычном случае Лексиса – Борткевича. Обозначим через $Z_f^{(h)}$ эмпирическое значение Z при f-м испытании в серии h и положим

$$Z_{(n)}{}^{(h)} = \frac{1}{n}\sum_{f=1}^{n} Z_f^{(h)},\ Z_{(r\,n)} = \frac{1}{rn}\sum_{h=1}^{r}\sum_{f=1}^{n} Z_f^{(h)} = \frac{1}{r}\sum_{h=1}^{r} Z_{(n)}{}^{(h)},$$

$$Q^2 = \frac{n}{r-1}\sum_{h=1}^{r}[Z_{(n)}{}^{(h)} - Z_{(r\,n)}]^2 \div \frac{1}{rn-1}\sum_{h=1}^{r}\sum_{f=1}^{n}[Z_f^{(h)} - Z_{(r\,n)}]^2.$$

Данное мной доказательство, что математическое ожидание квадрата коэффициента дисперсии в точности равно 1, непосредственно пригодно и здесь, так что

$$\mathrm{E}Q^2 = 1.$$

2.5. Пусть теперь $k = l = 2$ и примем, что переменные X и Y могут принимать лишь значения 1 и 0 и что события A (B) происходят тогда, когда X (Y) принимает значение 1 и что A (B) не появляется в противном случае. Обозначим далее через $H_A{}^{(h)}$ и $H_B{}^{(h)}$ частости A и B в h-й серии и через H_A и H_B – их частости в совокупности всех серий, а через $H_{AB}{}^{(h)}$ и H_{AB} соответствующие частости совместного появления A и B. При этих предположениях произведение $x^s y^t$ может принимать лишь значения 1 и 0, причем вероятность значения 1 равна p_{11}. Далее, $x_{(n)}{}^{(h)}$ переходит в $H_A{}^{(h)}$, $y_{(n)}{}^{(h)}$ – в $H_B{}^{(h)}$, $x_{(r\,n)}$ – в H_A, $y_{(r\,n)}$ – в H_B, $(1/n)\sum_{h=1}^{n} x_f^{(h)}y_f^{(h)}$ – в $H_{AB}{}^{(h)}$ и пусть

$$p_{11} - p_1\pi_1 = \delta,\ 1 - p_1 = q_1,\ 1 - \pi_1 = \rho_1.$$

Тогда

$$m_{st} = \mathrm{E}\,x^s y^t = p_{11};\ m_{10} = p_1;\ m_{01} = \pi_1;\ \mu_{20} = p_1q_1;\ \mu_{02} = \pi_1\rho_1;$$

$$\mu_{11} = p_{11} - p_1\pi_1 = \delta,\ \mu_{22} = p_1q_1\pi_1\rho_1 + \delta(p_1 - q_1)(\pi_1 - \rho_1),$$

$$t_h = H_{AB}{}^{(h)} - H_A{}^{(h)} H_B{}^{(h)} + (H_A{}^{(h)} - p_1)(H_B{}^{(h)} - \pi_1),$$

$$t'_h = \frac{n}{n-1}\ [H_{AB}{}^{(h)} - H_A{}^{(h)}\, H_B{}^{(h)}],$$

$$t'_{(r)} = \frac{n}{n-1}\ [H_{AB} - \frac{1}{r}\sum_{h=1}^{r}\ H_A{}^{(h)}\, H_B{}^{(h)}],$$

$$Z_{(n)}{}^{(h)} = H_{AB}{}^{(h)},\ Z_{(r\,n)} = H_{AB},$$

$$\sum_{h=1}^{r}\sum_{f=1}^{n}\ [Z_f^{(h)} - Z_{(r\,n)}]^2 = rn\, H_{AB}[1 - H_{AB}].$$

Подставив эти значения в соответствующие формулы, мы получим выражения для $Q_1{}^2$, $Q_2{}^2$, $Q_3{}^2$, Q_4, Q', Q^2. Например,

$$Q' = S_3/T_3,\ Q^2 = S_4/T_4,$$

$$S_3 = \frac{n}{r-1}[\sum_{h=1}^{r}\ H_A{}^{(h)}\, H_B{}^{(h)} - rH_A\, H_B],\ T_3 = \frac{1}{rn-1}[H_{AB} - rnH_A\, H_B],$$

$$S_4 = \frac{n}{r-1}\sum_{h=1}^{r}\ [H_{AB}{}^{(h)} - H_{AB}]^2,\ T_4 = \frac{rn}{rn-1}\ H_{AB}\,[1 - H_{AB}],$$

$$Q^2 = \frac{rn-1}{r(r-1)}\{\sum_{h=1}^{r}\ [H_{AB}{}^{(h)} - H_{AB}]^2 \div H_{AB}\,[1 - H_{AB}]\}.$$

3. При выполнении условий нормальной устойчивости имеют место равенства

$$\mathrm{E}Q_1{}^2 = \mathrm{E}Q_2{}^2 = \mathrm{E}Q_3{}^2 = \mathrm{E}Q_4 = \mathrm{E}Q' = \mathrm{E}Q^2 = 1.$$

Следовательно, если один из этих коэффициентов отклоняется от 1 больше, чем на свою среднюю ошибку, то условия нормальной устойчивости не будут выполняться, – либо закон зависимости между X и Y не остается постоянным при всех испытаниях, либо испытания не являются независимыми друг от друга, либо ни одно из этих двух условий нормальной устойчивости не имеет места.

Первые 4 коэффициента имеют в знаменателях только лишь априорные величины, а в числителях – те эмпирически-случайные величины, которые переменные X и Y принимают при исследуемых испытаниях, причем числители коэффициентов $Q_3{}^2$ и Q_4 определяются исключительно по эмпирическим данным, тогда как $Q_1{}^2$ и $Q_2{}^2$ содержат априорные величины и в числителях. Эти четыре коэффициента только тогда могут быть использованы для проверки нормальной устойчивости ряда корреляционных пар эмпирических значений X и Y, когда можно исходить из априорных значений m_{10}, m_{01}, μ_{20}, μ_{02}, μ_{11}, μ_{22} или в предположении, что имеют место какие-то признаки того, что указанные значения действительно подходят к ряду эмпирических величин. Пример подобного рода рассматривается в § 4.

При проверке законов Менделя исследователь иногда может исходить из априорных оценок для соответствующих параметров. Каждый из коэффициентов Q' и Q^2 определяется исключительно по эмпирическим значениям X и Y. Они, следовательно, позволяют проверять ряд на соответствие условиям нормальной устойчивости даже если ничего не известно о значении априорных параметров, которые характеризуют закон зависимости.

В соответствии со своей структурой коэффициенты дисперсии Q_4 и Q' представляют полнейшую противоположность коэффициентам дисперсии Лексиса – Борткевича для случая одной переменной. Они тем не менее (jedoch) уклоняются от лексисовской структуры в том отношении, что допускают отрицательные значения, тогда как коэффициенты Лексиса – Борткевича всегда остаются положительными.

Структура коэффициента Q' страдает серьезным недостатком: его знаменатель может исчезнуть без того, чтобы числитель обратился в нуль. Поэтому при его вычислении требуется наивысшая осторожность. При малых значениях μ_{11} ненадежным также может стать Q_4, см. выше формулу для средней ошибки этого коэффициента. Если условия нормальной устойчивости выполнены, то в течение испытаний будет иметь место остающийся неизменным закон зависимости, параметр которого (например, коэффициент корреляции) может быть определен с точностью, указываемой его средней ошибкой. Если же эти условия не выполнены, то вычислительные действия над эмпирическими числами приобретают существенно иной смысл: коэффициент корреляции, который определяется по известной формуле, характеризует уже не какой-то определенный закон зависимости, а зависимости, изменяющиеся либо закономерно, либо нет, от одного испытания к другому. Смысл вычислительной обработки статистического материала будет таким образом более или менее затемняться в соответствии с более непосредственными обстоятельствами. По этой причине желательно было бы вдобавок к вычислению коэффициента корреляции проверять устойчивость исследуемого ряда. Но если значение коэффициента дисперсии достаточно мало отклоняется от 1, то эмпирический коэффициент корреляции, при тех же ограничениях как в случае одной переменной, может быть истолкован как случайное значение объективно существующей характеристики закона зависимости между X и Y.

4.1. Положим

$$x = Z + W,\ y = Z + U,$$

где Z, U, W – взаимно независимые переменные, тогда

$$\mu_{11} = \sigma_z^2,\ \mu_{22} = \mathrm{E}(Z - \mathrm{E}Z)^4 + \sigma_z^2\sigma_u^2 + \sigma_z^2\sigma_w^2 + \sigma_u^2\sigma_w^2.$$

Пусть, например, Z есть сумма m случайных однозначных цифр, а U или W – сумма таких же k цифр, причем все цифры, входящие в эти суммы, определяются по жребию независимо друг от друга, так что вероятности выбранным цифрам быть равными 0, 1, 2, и т. д. равны друг другу. Тогда

$$\mathrm{E}Z = (9/2)m,\ \mathrm{E}U = \mathrm{E}W = (9/2)k,\ \mathrm{E}x = \mathrm{E}y = (9/2)\ (m + k),$$

$$\sigma_z^2 = (33/4)m,\ \sigma_u^2 = \sigma_w^2 = (33/4)k,\ \sigma_x^2 - \sigma_y^2 = (33/4)(m + k),$$

$$\mathrm{E}(Z - \mathrm{E}Z)^4 = (3267/16)m^2 - (3333/40)m,$$

$$\mu_{11} = (33/4)m,\ \mu_{22} = (33/4)\ [(m + k)^2 + 2m^2] - (3333/40)m.$$

Пусть $m = k = 1$, тогда

$$\mu_{11} = 8.25,\ \mu_{22} = 325.05,\ \mu_{22} - \mu^2_{11} = 256.9875.$$

4.2. Ламберт (1772 – 1775, 1772, с. 330 – 331) высказал мысль, что ряды десятичных цифр, выражающие иррациональные числа, можно полагать случайными:

Каждая цифра встречается столько же раз, сколько другие, и это происходит так же, как при жеребьевке или в результате случая. Таким образом, исчисление вероятностей вполне применимо.

Курно подхватил эти мысли и исходил из них. В качестве примера Ламберт выбрал $\sqrt{12}$, а Курно предпочел π. Мы также поближе рассмотрим число π и проверим, можно ли последовательность его десятичных цифр действительно считать случайной.

Среднее значение первых 675 цифр я определил равным 4.42; уклонение от математического ожидания в предположении чисто случайной последовательности цифр (от 4.5) не достигает теоретической средней ошибки, которая при 675 испытаниях равна 0.11. Средняя ошибка ряда оказывается равной 8.56, тогда как ее теоретическое значение – 8.25. Уклонение несколько превышает теоретическую среднюю ошибку (0.28), но во всяком случае располагается внутри границ, обычно допускаемых для чисто случайных колебаний.

Проверка оказывается менее благоприятной, если вычислять коэффициент дисперсии Борткевича. При распределении цифр в 45 серий по 15 испытаний [слагаемых] я нахожу, что $Q^2 = 0.79$, а среднюю ошибку по формуле $\sqrt{2/(r-1)}$ можно оценить примерно равной 0.21. Для 15 серий по 45 испытаний я нахожу, что $Q^2 = 0.51$ (средняя ошибка менее 0.38); для 9 серий по 75 испытаний $Q^2 = 0.42$ (средняя ошибка менее 0.5). Хотя разности по сравнению со средней ошибкой не являются чрезвычайно большими (Чупров 1918 – 1919/36, 1918; 1968, с. 253), всё же представляется, что уклонения от 1 указывают на сверхнормальную устойчивость. Интересно также систематическое убывание Q^2 с возрастанием n.

Теперь я разделю первые 675 цифр числа π на 225 серий по 3 цифры и обозначу через x_f сумму первых двух цифр f-й группы и через y_f – сумму последних двух цифр той же группы. Допустим, что последовательность цифр случайна, тогда

$$E(x-9)(y-9) = 8.25,\ r_{xy} = 0.5.$$

В хорошем соответствии с ожиданиями я нахожу, что

$$(1/225)\sum_{f=1}^{225}(x_f-9)(y_f-9) = 8.13,$$

$$(1/224)\sum_{f=1}^{225}(x_f-x_{(225)})(y_f-y_{(225)}) = 8.12,$$

$$\sum_{f=1}^{225}(x_f-x_{(225)})(y_f-y_{(225)}) \div \Big[\sum_{f=1}^{225}(x_f-x_{(225)})^2\sum_{f=1}^{225}(y_f-y_{(225)})^2\Big]^{1/2} = 0.47.$$

И теперь я разделю 225 испытаний на 15 серий по 15 испытаний, определю для каждой серии значения $x_{(15)}^{(h)}$, $y_{(15)}^{(h)}$, t_h, t'_h, и $z_{(n)}^{(h)}$ и найду, что

$$Q_1^2 = 1.6,\ Q_2^2 = 1.7,\ Q_3^2 = 1.8,\ Q_4 = 1.1,\ Q' = 1.2,\ Q^2 = 1.2.$$

Уклонения коэффициентов дисперсии Q_4, Q' и Q^2 от 1 относительно невелики. Более значительны уклонения от ожидаемых значений у остальных коэффициентов дисперсии, особенно у Q_3^2. Однако, поскольку число серий равно всего 15, эти уклонения лишь чуть превышают 1½ – 2 средние ошибки.

4.3. Один из моих учеников, кандидат философии Я. Мордух, проделал аналогичное вычисление с таблицами логарифмов, которые со времен Гаусса (1851) стали любимым предметом теоретико-вероятностных исследований. Седьмые десятичные знаки для чисел от 1 до 675 в семизначных таблицах разделены на 225 группы по 3 цифры и в каждой группе подсчитана сумма первых двух цифр и последних двух цифр. Значения этих сумм, обозначенных через X и Y, группируют в 15 серий по 15 испытаний [по 15 слагаемых] и подсчитывают коэффициент дисперсии. Оказывается, что в этом случае $Q_1^2 = 2.75$.

Затем г-н Мордух видоизменил свою схему и подсчитал разности вместо сумм, – разности между первой и второй цифрами каждой группы и между второй и третьей цифрами (X и Y). Таким же путем г-н Мордух нашел, что $Q_1^2 = 1.10$. И далее он подсчитывал соответствующие значения Q_1^2 для седьмых знаков логарифмов чисел 676 – 1350, 2026 – 2700, 2701 – 3375, 5401 – 6075, 6751 – 7425, 8101 – 8775, 9451 – 10 125 и получил соответственно

1.10, 0.71, 0.53, 0.92, 0.83, 2.42, 3.37, 3.09.

Расхождение между беспорядочно колеблющимися значениями первых пяти коэффициентов и большими значениями последних трех из них очевидно вызвано тем, что рассматриваемые ряды седьмых знаков семизначной таблицы логарифмов не отвечают предпосылкам нормальной устойчивости. Порядок следования цифр вовсе не чисто случаен; между смежными цифрами существует связь, вначале весьма слабая, но постепенно становящаяся все теснее и теснее[3].

Примечания

1. Из того, что математическое ожидание числителя Q^2 равно математическому ожиданию его знаменателя, в общем случае, разумеется, не следует, что математическое ожидание дроби равно 1. Для коэффициента дисперсии это, однако, имеет место, см. Чупров (1918 – 1919/1968, Второй очерк, с. 156 – 159).

2. При условиях нормальной устойчивости математическое ожидание коэффициента дисперсии равно 1, но отсюда не следует, что, обратно, условия нормальной дисперсии выполнены, если $\mathrm{E}Q^2 = 1$; это равенство необходимо, но никак не достаточно. Возрастание дисперсии при колеблемости законов распределения может, например, уравновеситься ее убыванием ввиду особого рода зависимости между испытаниями (Чупров 1918 – 1919/36, 1919, с. 115 – 118).

Конечно же, весьма маловероятно, чтобы подобное уравнивание привело в точности к $\mathrm{E}Q^2 = 1$ и потому указанное осложнение не имеет большого практического значения. Кроме того, в этом случае вопрос обычно может быть решен при рассмотрении другого критерия (например, привлечением более высоких моментов x_f и $x_{(n)}^{(h)}$. Более важно то обстоятельство, что случаи "униформно связанных" испытаний нельзя эмпирически отличить ни один от другого, ни от случая нормальной дисперсии (Чупров 1922/43; 1923/51, см. [VI]; Мордух 1923).

После необходимого небольшого изменения условий оба возражения против обратной теоремы сохраняют силу в случае двух переменных. Тем не менее, я не обсуждаю это подробнее, поскольку лишь доказываю в данной статье, что понятие нормальной дисперсии непосредственно переносимо на случай двух коррелированных переменных и притом, что оно может быть использовано в точности с той же целью как в случае одной переменной в теории дисперсии Лексиса. Чтобы не усложнять изложение, я также не вхожу в подробности видоизменений в вычислениях, которые необходимы, когда количества испытаний в различных сериях различны.

Перенесение понятия нормальной стабильности на случай двух коррелированных переменных явилось предметом интересной статьи Гульберга (1922), который, однако, рассматривает только случай двух частостей [двух индикаторных переменных, принимающих лишь два значения, 0 и 1], ср. § 2.5, и даже не вводит коэффициента дисперсии по образцу Лексиса. В этом смысле его обсуждение отличается от нашего также и потому, что он предполагает распределение Лапласа – Гаусса в случае одной переменной, а в случае двух – закона Гаусса для плоскости [двумерного нормального].

Позволю себе упомянуть, что уже в 1917 г. моя работа в законченном виде представляла собой третью главу обширной монографии о стохастическом обосновании теории измерения корреляции в случае двух переменных, часть которой я тем временем опубликовал (1922/41) и еще одну часть смог подготовить к печати (1923/48). См. также мою статью (1921/39), где в более общем виде передана вторая глава той же монографии.

3. Я не повторяю точного рассмотрения Мордухом характера связи между последующими цифрами, поскольку это является самостоятельной задачей, которая не находится в тесной связи с действительной темой описанного выше исследования.

Библиография

Мордух Я. (1923), О связанных испытаниях, отвечающих условию стохастической коммутативности. *Тр. русских ученых за границей*, т. 2. Берлин, с. 102 – 125.

Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка.* М.

Gauss C. F. (1851), Einige Bemerkungen zu Vega’s Thesaurus Logarithmorum. *Werke*, Bd. 3. Göttingen, 1866, pp. 257 – 264.

Guldberg A. (1922), Zur Dispersionstheorie der statistischen Reihen. *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, Bd. 5, pp. 106 – 114.

Lambert J. H. (1772 – 1775), Essai de taxéometrie etc. *Nouv. Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles-Lettres* за 1770, pp. 327 – 342; за 1773, pp. 347 – 368.

Раздел второй. Литература о них

VIII. О. А. Сперанская[1]

Детство А. А. Чупрова
Из воспоминаний старшей сестры

Центральный гос. архив Санкт-Петербурга,
ф. 9960, оп. 1, д. 298, л. 1 – 6

В 1921 г., когда умер муж мой Н. В. Сперанский, Саша писал близкому другу своему, как и он, бывшему ученику Николая Васильевича: “Отец, Ляля и Николай Васильевич, – им троим я обязан тем, что я – я: своей индивидуальностью. Из других, даже самых близким мне людей, если бы судьба меня с ними не свела, или были они не такие, как были, то был бы в моей жизни больший или меньший пробел, но и жизнь моя и я сам сложились бы в целом так, как сейчас. Но если бы вычеркнуть из моей жизни отца, или Лялю, или Николая Васильевича, – я не могу и представить себе, что бы тогда случилось”.

Я думаю, что в этих словах много правды и мне хочется попытаться уловить эти влияния. Проще начать с себя.

Я была ближайшим спутником Сашиной жизни в годы детства и ранней юности. Старше его на пять лет, я была для него полна интереса: угрозой, что не стану с ним играть, могла добиться от него всего, что хотела. Была я в то время тихим и серьезно настроенным ребенком; в детском кружке, состоявшем из нескольких кузин, в возрасте между моим и Сашиным, я считалась самою справедливою; это не значит, что бы во мне была какая-то суровость, – напротив была известная мягкость, – нечто располагавшее других к исповеди и душевной беседе.

С Сашею, не смотря на большую разницу лет, – в детстве очень заметную, – тогда, и даже годы потом, мы несомненно были друг другу самыми близкими из всех. Саша уже в детстве проявлял большую чуткость, дар понять в другом многое, чего в самом нет. Авторитет мой Саша долго признавал безусловно, и только позднее, попав в иную атмосферу, в гимназию, увидал, что можно на многое смотреть и по-иному. Религиозного воспитания в семье не было. И мать и отец были “шестидесятники”, – их миропонимание было рационалистическое, но в них обоих жила горячая вера: они верили в человечество, в ожидающее его светлое будущее (воплощавшееся тогда, конечно, в социализме) и в бесконечный прогресс культуры. – Еще живее и непосредственнее верили они в то, что возможна лучшая жизнь для несчастного нашего крестьянского народа, и что каждый сознательный человек может и должен работать для него.

Проповедей, громких слов никогда не было, – “фразу” органически не выносили оба они. Но высокое из настроение сообщалось непосредственно, и в девять лет я уже отчетливо знала, где мой долг (думаю, впрочем, что глаза мои открылись в одной памятной беседе с матерью, когда она объяснила мне, почему я должна поступить в школу, которой я, как тихий ребенок, боялась), я знала, что возможность учиться – редкое счастье, выпадающее на долю немногих, и кому она выпадает, тот должен из всех своих сил трудиться, чтобы стать достойным и полезным работником для народа и таким путем уплатить ему свой долг.

В семье преобладало влияние отца. Мать, – чудный человек, – умная, горячая душой, честная даже до резкости, и в то же время полная скрытой нежности, осталась непонятою младшими детьми. Она рано начала хворать, проводила время больше у себя в комнате и было у нее несчастное свойство, передавшееся детям: неспособность проявить себя в ласке, какая-то непреодолимая застенчивость: облечь в слова то, что в душе самого дорого, произнесть нежное слово – не хватает голоса, да и слово каждое кажется бледным и пошлым, не передающим того, что хотел бы сказать. Мать была нежна и ласкова с детьми, пока они были малолетними, – близкие люди считали ее образцовою матерью, но по мере того как дети вырастали и становились людьми, на нее налегала какая-то замкнутость.

Скорее всего, у нее просто не хватало сил, да и настроение ее по большей части было тяжелое. Как мне потом объяснила тетушка, сестра ее, очень ей близкая, у нее с первых же годов замужества стало слагаться чувство незадавшейся жизни: выходя замуж, она совсем не думала, что будут дети, она мечтала о широкой общественной работе, о перевоспитании общества, о жизни в кругу избранных людей, что и действительно было – это ведь были верхи русской интеллигенции, и со многими из друзей отца она тоже была очень дружна, как, например, с самым видным может быть человеком, с экономистом Зибером[2]. *Хотя вообще у нее требования к людям были выше.*

И вместо того – детская, дети, много детей, один за другим (между мною и Сашею было две девочки, которые обе умерли, чего она никак не могла пережить). Сашино рождение лишило ее самой радостной полосы жизни: ей пришлось из-за границы, где она была с отцом нашим во время его заграничной командировки, уехать в захолустный городишко Калужской губернии, Моссальск, к родителям своим; там были оставлены и мы с сестренкой, которая не дождалася матери, не перенесла скарлатины, незадолго до ее приезда умерла. Считаю я еще возможным, что сильно подрезала мать случайная жестокая болезнь, тяжелая оспа, от которой ее едва выходила упомянутая сестра. По крайней мере, в отцовском дневнике отмечается вслед за этой болезнью не покидающая мать тоска, как нечто, как будто бы только тогда вошедшая в жизнь.

Надо еще сказать, что уже тогда, тотчас же по возвращении из командировки, отец оказался там заваленным работой, время его так было разорвано на клочки, семье своей он мог уделять такие его крохи, что непременно должна была быть неудовлетворенность семейной жизнью. “Папаша – гостик” – утверждала я, едва начав говорить; так оно и оставалось всегда всю его жизнь: он нужен был стольким людям, для каждого он должен был столько сделать, что у своих часто не хватало духу потребовать хоть минуточку для себя. Мы его почти совсем не видели. И, тем не менее, образ его всегда присутствовал в душе. Когда теперь оглядываешься на прожитую жизнь, образ этот встает и заслоняет все другое.

Отец, конечно, был совершенно исключительной личностью, каких единицы среди моря человеческого. Когда теперь стараешься дать себе отчет, что же он был, прежде всего, ощущаешь свет – свет горячий и радостный, согревающий все и озаряющий все, к чему только прикоснешься. Мне думается, он мог бы излить свое отношение к жизни в прекрасных словах норвежского поэта “как хороша жизнь, как чудесна земля! Как сине море, как может небо сиять, как воздух хорош и свеж! И как полна восторга природа, и какое счастье самому приобщаться к этой радости, быть посреди всего и вместе петь! Да, как непостижимо хорошо быть рожденным для такого великого переживания такой пестрой игры, как жизнь!”.

И вместе с тем, что́ его отличало всего более от других, в чем он достигал, может быть высот гениальности, это было безграничное сострадание к ближнему, какая-то бесконечная благость и жалость, и не только к людям, – для него ближним был каждый цветок в поле, каждая последняя былинка. Я считаю, и именно в этом его свойстве, связанном с редким умением подойти к душе другого, увидать в каждом (*будь то простой носильщик, провожающий его с вокзала до квартиры, или утонченный интеллигент, не знавший куда деться от тоски*), что есть в нем хорошего, разделить живейшим образом все его горести и радости и лежала тайна неотразимого его обаяния.

Когда он умер, страницы газет были полны воспоминаний о нем, за гробом шли тысячи людей, и большую часть из них связывало с ним горячее личное чувство, благодарность за то, что он жил, что такие люди бывают, что высоко счастье воочию видеть его.

Его ум, – его живой, ясный, логический ум, – его способность придавать мысли отчетливость и законченность, его талант изложения устного и письменного, я бы считала уже гораздо меньшим даром, гораздо чаще встречающимися дарами природы, хотя и их было бы достаточно, чтобы место его было среди выдающихся людей.

Образование его было редкой широты, именно потому, что он имел интерес ко всему, ловил налету всякую мысль, всякое знание, “как пчела, собирая мед с каждого цветка”. Отзывчивость его на любое впечатление была поразительна, он до старости сохранил какую-то детскую свежесть восприятия. Вспоминается такой случай. Мы были в Венеции на Лидо и среди праздничной толпы в воскресный вечер с Ал. С. Посниковым[3]. Вдруг отец у нас исчезает, и мы не сразу можем усмотреть, хотя среди низкорослых итальянцев он всегда был выше почти головою. Что же оказывается? Его заинтересовала обезьянка, дававшая представление для толпы детей; и Ал. С. никак не мог его отвлечь, убедить, что пора идти, или мы опоздаем к пароходу. Так, кажется, тогда и опоздали. Это воспоминание возвращает меня к детству. Перейду к его внешней обстановке.

Все Сашино детство, с четырех до пятнадцати лет прошло по соседству с Девичьем полем. В то время, полвека назад, Девичье поле представляло необъятный пустырь, тянувшийся до Девичьего монастыря. На месте теперешних роскошных клиник была громадная яма (вероятно брали песок?). Она была так глубока, что со скатов ее мы, дети, зимой по праздникам катались на салазках, когда отец отправлялся с нами в эту, сравнительно большую, прогулку. Весною там повсюду были обширные лужи, казавшиеся нам морями; недалеко было и совсем за город; на Воробьевы горы или в Нескучный сад, где был тоже перевоз, через реку. Ближе к городу на Поддевичьем, – там, где сейчас разбит прекрасный сквер, – было место парадного гулянья; на Маслянице шум его доносился до нашего дома, неподалеку церкви Неопалимой купины; балаганы немало нас занимали (*детей*), хотя лично на меня гулянье всегда наводило тоску. – На наших глазах посажены были деревья, образующие род парка, в части Девичьего, ближайшей к городу, теперь представляющиеся уже вековыми.

Дом наш (*в котором жил Ал. Ив.*) одной стороной выходил на улицу, в тихий Полуэктовский переулок; с трех других сторон его окружал обширный двор. Часть, ближняя ко входу в дом, представляла как бы садик, – там было несколько деревьев и много кустов бузины и сирени. Бузина нас особенно занимала тем, как она развертывается весною и хорошенькими трубочками, которые можно было из нее делать. В другой стороне двора стояла старая липа и прекрасное грушевое дерево, покрывавшееся весной чудесными белыми цветами. В задней части двора был обширный сеновал, где позволялось играть, и по соседству с ним были сложены целою горою дровни, одни над другими: было весело карабкаться на эти высоты и озирать с них окрестность.

На дворе, в общем, было пусто и тихо; но в известные часы туда высыпала шумная публика, – мальчики из большого сапожного заведения, занимавшего половину нижнего этажа в нашем доме (в другой, жили хозяева, – тихая семья, состоявшая только из взрослых), в верхнем этаже жили мы. Мальчики эти были совершенно неподходящее общество, но и мы, девочки, – т. е. я и мои кузины – с ними и не водились. (На дворе у нас была только одна подруга – Аксюша. Она жила в подвале, в удивительно чистенькой комнате с большой русской печью. Отец ее был водовоз. Сама она была живая, веселая девочка, а сверх того она владела сокровищем: у нее был маленький деревянный сундучок, весь наполненный растрепанными копеечными сказками.

Как всплеснул бы руками отец, если бы литература эта попала бы ему на глаза, в какой ужас пришла бы мать. С точки зрения взрослого лубочная эта литература, как я видела позднее, невероятно груба, безграмотна и безвкусна. Но, должно быть, детям действительно можно читать всё: сказки эти только уносили в мир фантазии, как те прекрасные книги, которые были обычно у нас в руках, и Аксюша имела основания гордиться своим богатством, и щедро предлагала его другим.)

Но Саша не избегал и мальчиков, в особенности, когда он пристрастился к бабкам. Эта страсть некоторое время всецело им овладела, настолько, что он расставлял свои бабки в длинный фронт близ рояля и старался выработать верный удар. Употреблять налитую свинцом биту, по-видимому, было запрещено, – по крайней мере, я не могу объяснить себе иначе длинную сцену, оставшуюся в памяти: Аксюша выхватила у него биту и побежала, а он в бешенстве погнался, за ней с раскрытым перочинным ножом, и мы едва успели захлопнуть перед ним дверь.

Такие приступы бешенства очень редко, может быть два–три раза в год, иногда на него находили. Он больше сидел дома. Вообще же был тихим мальчиком (*ребенком*) с приметным ровным характером. В какую-то пору детства он был, может быть несколько вялым: осталось в памяти, как он бывало ноет: “Мамаша, что мне делать? Мне скучно!”. Может и правду было скучно, когда приходилось сидеть дома среди маленьких девочек –

младших сестер, часто надо было сидеть тихо, когда отец приходил домой усталый, нельзя было шуметь; когда у него кто-то был, тоже полагалось притихнуть.

Вероятно, принимал он участие и в других играх, в беготне, которая иногда поднималась во дворе – в “салочках”, палочке-выручалочке и т. п. Немало времени проводил он также за картами – играл в сложные игры один за четверых – “короли”, свои козыри и т.д. *Здесь, может быть, скрывался вкус к математическим комбинациям*.

Саша рано выучился читать *и обычно сидел с нами*, занимался рукоделиями; он умел вязать шнурок на рогульке, вышивать по картону, плести коврики, вырезать и клеить. На всём этом отчасти был налет фребелевского[4] воспитания, родители увлекались идеей детских садов (но своих детей они не пересилили): была проба отвести Сашу в детский сад, но ему показалось там так скучно, все занятия он нашел такими глупыми, что запротестовал и отбился. Не вышло ничего и из попытки отдать меня в школу: привыкши быть среди взрослых и в эти годы считаться уже человеком, я не могла прижиться среди шумных детей, была им смешна своей серьезностью, и мне было в школе не по себе. Какая-то болезнь прервала ученье, и тем временем взрослые пришли к решению учить меня дома, а с моей легкой руки и других детей. В тогдашней школе многое их не удовлетворяло, устроить домашнее ученье при связях семьи в интеллигентском кругу не представляло затруднений.

Опыт с моим ученьем, и позднее с Сашиным, я считаю вполне удавшимся. Хуже ладилось с другою сестрою, которая находила, что учиться дело худое, но в жизни есть много гораздо более интересных вещей. У Маруси опять ученье шло складнее, тоже отчасти в связи с ее характером. В эти годы, когда мне было тринадцать с половиною лет, а Саше восемь, сначала как мой учитель вошел в нашу жизнь Николай Васильевич, чтобы оставить в ней неизгладимый след. Меня он покорил с первого же урока, а может быть и Сашу, слушавшего этот урок из-за двери (лежа на животе в передней). Я и сейчас, верно, могла бы вспомнить этот урок слово за словом, и захватил меня учитель срезу же тою широтой горизонта, тою же верою, что каждый должен участвовать в общественной жизни и редким блеском таланта.

Вот как говорит о нем Д. М. Петрушевский[5] в том единственном появившимся в России некрологе:

На всех проявлениях богатой натуры покойного лежала печать творческого своеобразия, и мысль, и слово его светились собственным светом, играли собственными красками и оттенками [6].

Другой друг Н. В. писал мне после его смерти:

Он был в полной мере Vir elegantissimus [элегантнейший мужчина]. *Его доброта, талантливость, ум, широкая образованность, всегда очаровывали меня. Как счастлив я, что* *считал его другом и приятелем. Большое и неизмеримое счастье иметь общение с таким выдающимся лицом, который незаметно оказывает влияние не только сказанным словом, но даже морщиной на лбу.*

О Н. В. я может быть попробую еще написать.

Упомяну только, что в состав семьи нашей входили еще две тетушки, – сестры матери – “Маша” и “Юля”; они не жили с нами, но постоянно присутствовали. Резко противоположные друг другу по душевному складу, обе они были крупными личностями; влияние их было многообразно и благотворно, но сейчас я не в силах уловить их образы в словах. Не знаю я также, что сказать о роли младших сестер в Сашином детстве. Жил он с ними в двух небольших детских комнатах и в столовой. Занимался за тем же большим обеденным столом, под большою висячею лампою, где мы раскладывали свои куклы и игрушки; при этом он обладал талантом, внимательно делая уроки, принимать в то же время участие и в играх, конечно, главным образом, в виде дразненья! И водились они много вместе; полагаю, иногда он их и поколачивал.

Эта жизнь шла мимо меня. При детях в это время был очень хороший человек – обрусевшая немка, а я, подрастая, совсем-совсем сосредоточилась в своем ученье; у меня был свой собственный угол: отгороженная от передней невысокой перегородкой комнатка. Там я и проводила большую часть времени, ожидая тогда уже детей.

Иногда поднималась возня и слышен был писк обычно в умеренных пределах.

Примечания (А. Л. Дмитриев)

1. Дата отсутствует. Текст либо не окончен, либо сохранился неполностью. Автор – Ольга Александровна (она же названа Лялей), урожденная Чупрова. Она упоминает и своего будущего мужа, Николая Васильевича Сперанского.

2. Николай Иванович Зибер (1844 – 1888), русский экономист, один из первых пропагандистов экономических идей Маркса в России, преподавал в Киевском университете в 1873 – 1875 гг. А. И. Чупров был хорошо с ним знаком.

3. Александр Сергеевич Посников (1845 – 1922), экономист и политический деятель, первый декан (1902 – 1907) экономического отделения Петербургского политехнического института (ППИ) и директор ППИ в 1908 – 1911 гг. В 1909 – 1911 гг. также Президент Вольного экономического общества, автор работ по проблемам русской сельскохозяйственной общины. Видимо при его активном посредничестве А. А. Чупров стал преподавателем ППИ.

4. По имени Фридриха Вильгельма Августа Фребеля (Fröbel, 1782 – 1852), немецкого педагога, теоретика дошкольного воспитания.

5. Дмитрий Моисеевич Петрушевский (1863 – 1942), историк-медиевист, академик АН СССР с 1929 г., профессор кафедры всеобщей истории Московского университета с 1906 г., в 1920-е годы директор Института истории Российской ассоциации НИ институтов общественных наук.

6. Найти этот некролог нам не удалось.

IX. А. Каминка

А. А. Чупров

Газета *Руль,* 18 апреля 1926, с. 1 – 2, выдержки

Его миросозерцание было проникнуто высокими общественными идеалами и, совершенно чуждый какого бы ни было политиканства, он имел выработанные политические идеалы, которым охотно готов был служить, когда видел в этом пользу, достаточно значительную, чтобы иметь право для этого отнять часть его своего] времени от научных трудов … [Он] был в числе тех немногих, которые … оказали серьезное влияние на выработку идейного содержания партии [конституционных демократов].

Он не захотел вернуться в Россию и [?] тогда, когда большевики там воцарились даже и не из политической к ним ненависти, – он никогда не проповедовал невозвращение на родину, а просто потому, что его научная совесть говорила ему, что там, где царствует большевизм, мерзость запустения неизбежна не только в политической и хозяйственной жизни, но и в культурной и научной работе.

X. Аноним (редакционная статья)

Александр Александрович Чупров

Русский экономический сборник, № 5, 1926,
Три начальные ненумерованные страницы

Из Женевы 19-го апреля пришла телеграмма: “Чупров тихо заснул сегодня в пять утра”. Эта телеграмма не была неожиданностью. Последнее письмо, пришедшее за два часа до телеграммы, не оставляло надежды, разве на чудо. И всё-таки …

Горе, которое причинила эта весть маленькому кружку людей, работавших вместе с Чупровым в *Русском экономическом сборнике*, трудно выразить. Но оно тонет в сознании великой, невознаградимой утраты, понесенной в его лице наукой и родиной. Он был в подлинном смысле слова светочем европейской мысли. Он был одним из тех, кто стяжал русскому имени признание в научной среде Запада и завоевал России в области умственного творчества право говорить с другими культурными странами как равная с равными.

Случайным образом в этой книжке, которая была совершенно готова, когда пришла роковая весть, и которую пришлось задержать, чтобы включить эти поспешно набрасываемые строки, помещена рецензия на последний появившийся в печати труд Чупрова[1]. В рецензии вскользь, по связи с содержанием рассматриваемого сочинения, в самых общих чертах изображен путь, пройденный Чупровым в той области знания, которой он отдал свои крупные творческие силы. Десять месяцев тому назад, в одном пражском издании, посвященном оценке русских достижений в общечеловеческой культуре, он написал следующие замечательные слова[2]:

О том влиянии, которое труды русских ученых имели на развитие общей теории статистики, подробно распространяться нет необходимости. Имена Пафнутия Львовича Чебышева и Андрея Андреевича Маркова известны во всем мире даже тем из статистиков, которые и не пытались сами заглядывать в их не для всех легко доступные труды. Характерное для русской школы стремление к органическому смыку теории статистики с математической теорией вероятностей находит повсеместно растущий отклик. Свойственный русскому уму порыв к широкому синтезу, сочетающийся в данной области с заостренной отточенностью анализа, идет, видимо, навстречу запросам, живо ощущаемым ныне и за пределами России.

Нельзя лучше в немногих словах подвести итоги завоеваниям русской мысли в этой области знания. Но Чупров здесь допустил один весьма существенный пропуск. В своем *Трактате о вероятности* Кейнс (1921) был точнее: он говорит о “трех великих русских”, – Пафнутии Львовиче Чебышеве, Андрее Андреевиче Маркове и Александре Александровиче Чупрове. Это имя “известно во всем мире” не меньше первых двух[3]. Вклад Чупрова в науку громаден, но как горько сознавать, что он унес с собой ряд новых созревших, но еще не выраженных замыслов.

Утешением в нашей, смеем думать, общей русской печали может служить только одно. Чупров ушел, – но он оставил после себя учеников. Если можно говорить о *русской школе*, то следует напомнить и об этой его заслуге. Он умел создать свою *чупровскую* школу и дал ей могучий толчок, который обеспечивает движение вперед в избранном им направлении. В отмеченной выше заметке он сам говорит:

Переживаемая нами пора лихолетья сказывается на статистике с меньшей силой, нежели на иных выявлениях русской культуры. И за рубежом, и на родине работа ведется напряженная и плодотворная. Утешительной особенностью современного положения статистики является при этом, что нет разрыва между нами здесь и нашими товарищами, друзьями и учениками там. Научная работа идет в общем русле. Мы бьемся над теми же проблемами, идем к решениям сходными путями. Годы разлуки оказались не в силах порвать культурно-ценную связь национальных научных традиций.

Дело Чупрова и его старших товарищей, “трех великих русских”, будет продолжаться, и чупровская плеяда русских молодых ученых закончит то, чего не успел доделать их учитель. В этой надежде и только в ней можно искать утешения боли, причиняемой этой поистине национальной русской утратой.

Примечания

1. Рецензия С. С. Кона на книгу Чупрова (1925/55).

2. Весьма досадно, что это издание так и остается неизвестным.

3. Вот по крайней мере подобное высказывание Кейнса (1921/1973, с. 391): "Математика Лапласа [...] действительно устарела и должна быть заменена прекрасной работой, которой мы обязаны этим трем русским".

XI. Аноним (редакционная статья)

Автобиография А. А. Чупрова

Русский экономический сборник, № 5, 1926
Две ненумерованные страницы, четвертая и пятая по счету

Беглый очерк внешних событий своей жизни А. А. Чупров дал в 1913 году в следующей автобиографической заметке[1].

Родился 5-го февраля (ст. ст.) 1874 года. Среднее образование получил в пятой московской гимназии. В 1892 году поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. По окончании курса в 1896 году отправился заграницу и слушал лекции в Берлине и Страсбурге. Получив в Страсбурге в 1901 году степень доктора государственных знаний, весной 1902 года сдал магистратский экзамен при юридическом факультете Московского университета и с осени 1902 года начал преподавать статистику в экономическом отделении Петербургского экономического института. В 1908 году по защите диссертации под заглавием Очерки по теории статистики был удостоен юридическим факультетом Московского университета степени доктора политической экономии и статистики. Состоит членом Международного статистического института и корреспондентом из России лондонского Королевского экономического общества.

К этому сухому формуляру можно еще прибавить следующие данные за последние 13 лет. Из России Чупров выехал еще в 1917 году при Временном правительстве, ради продолжения своей научной работы. Незадолго перед тем он был избран членом-корреспондентом Российской академии наук[2]. Заграницей первые два года (1917 – 1919) он издает в Стокгольме бюллетень о мировом хозяйстве для наших кооперативных центров.

В 1920 году переезжает в Дрезден, где занимается упорной научной работой над перестройкой основ математической статистики, отклоняя многие предложения педагогической деятельности (между прочим, кафедр в Дерпте [Тарту] и Гейдельберге). В 1924 году совершает по приглашению

Христианийского [нынешний г. Осло] университета и Скандинавских ученых обществ поездку в Копенгаген, Христианию и Стокгольм, где читает лекции и доклады, причем ему был оказан необычайно горячий прием. В 1924 же году [в 1923 г.] избирается почетным членом лондонского Королевского статистического общества. Весну и лето 1925 года проводит в Праге, где был избран профессором Русского юридического факультета и сотрудником Экономического кабинета проф. Прокоповича. Осенью того же года уезжает в Рим на сессию Международного статистического института. Там [намного раньше] заболевает эндокардитом. Зимой больного перевозят в Женеву. Несмотря на тщательный уход и лечение лучшими швейцарскими врачами, он погибает, истерзанный тяжкой и продолжительной болезнью. В *Русском экономическом сборнике* были напечатаны две статьи А. А. Чупрова (1925/57, 58) и рецензии (1925/96 – 100).

Примечания

1. Где же находилась эта заметка, которую редакция, видимо, привела полностью? Заметим, что Чупров упоминает экономическое отделение Политехнического института, а не факультет.

2. Это избрание состоялось *после* отъезда Чупрова, см. *Записку об ученых трудах* […] *Чупрова* (Елисеева и др. 1996, с. 56 – 59; публикация А. Л. Дмитриева).

XII. Вл. А. Розенберг

Несколько биографических черт
Речь в Экономическом кабинете С. Н. Прокоповича в память А. А. Чупрова. Прага, 27 апреля 1926 г.

Русский экономический сборник № 6, 1926, с. 5 – 15

[1] Мы пришли к вам со своим горем, но думаем, что наше горе и ваше горе. Даже больше – это горе России. Потому что терять таких людей, как Александр Александрович Чупров, значит нести невознаградимую утрату в общенародном достоянии, значит лишаться крупного, сочного, прекрасного плода русской культуры, лишаться преждевременно, замечательного русского деятеля, поистине на средине предстоявшего ему громадного поприща. Иностранцы, компетентные в суждениях по той отрасли науки, в которой работал Чупров, причисляют его к *великим* двигателям знания, к строителям науки. Я не сомневаюсь, что даже в этом собрании, квалифицированном по своему составу, зададут вопрос: за что именно? Но тот же вопрос зададут, если назвать имена Павлова, Лебедева, Александра Ковалевского, Николая Жуковского, Алексея Шахматова и проч., и проч.

Разве о Менделееве мы помним, что ему принадлежит какая-то там система элементов, и Мечников в нашем обиходе знаменит больше всего болгарской простоквашей, дающей долголетие …

Вообще, есть тот грех, подмеченный еще Пушкиным: “Ленивы мы и нелюбопытны”. Но в оправдание нам надо сказать, что и другие народы знают по большей части только имена своих великих деятелей науки, а не их дела. Беда в том, что те высоты знания, на которые уходят эти люди, часто недоступны среднему образованному человеку, требуют специальной подготовки.

Но нельзя отсюда заключить, что труженики и строители науки удаляются от нас в какие-то малополезные скиты. Нет, работая на своих высотах, они живейшим образом участвуют в нашей жизни. И, не будь их великих достижений в области духовной культуры, не было бы и той материальной культуры, которая так смягчает и облегчает трудную задачу человеческой жизни, и не было бы многих духовных радостей, которые даются и нам, громадному большинству, не двигающему знание вперед, но приобщившегося к нему и пьющему из этого источника.

[2] Что сделал собственно Чупров, какой научный путь он прошел, за что он причислен компетентной европейской критикой к лику *великих*, об этом вам сейчас скажут другие. Моя задача иная: прежде, чем будут говорить о заслугах человека, дать его образ, показать, откуда он пришел, как создался, и с какими иными человеческими чертами сочетались в нем те, которые дали ему возможность совершить свое большое дело и прославить русское имя. В сущности, такова задача всякой биографии. Не случайно каждая биография (включая и некролог – это *слово об умершем*) обязательно указывает: родился тогда-то, там-то, *в такой-то среде* и воспитывался, т. е. *образовывал свой ум и характер*, в таких-то условиях, в такой-то обстановке. Не случайно и я заговорил в начале своего слова о русской культуре.

Александр Александрович – подлинное детище русской культуры. Она приняла его в колыбели и окружала его своими попечениями в годы, когда складывался его ум и характер. Конечно, каждый человек – порождение своего народа и своего века, т. е. обстановки, духовной и материальной, в которой народ живет. Так же точно, как в жизни растения, и тут два основных фактора: почва и культура. Но бывает, что второй фактор отходит на дальний план. Всё дело сводится к богатству почвы, к даровитости нации, к которой принадлежит знаменитый человек.

Возьмите Ломоносова. Светоч европейской науки своего времени, он – русский гений-самородок в самом подлинном, безоговорочном смысле слова. Этот великан новой русской культуры сам-то вырос на почве едва вспаханной Петровским плугом, на почве, в которую была брошена первая горсть семени европейского просвещения. Некоторые из этих семян сразу принялись так хорошо и дали такой чудесный плод, что диву даешься. Среди первых порослей новой русской культуры Ломоносов, конечно, первый из первых. Но дело культуры тут пока еще маленькое. Почти всё в таком пышном результате первого посева надо отнести на долю изумительной даровитости русского народа, приписать плодородию почвы, которая может выращивать такие плоды.

Позднее на богатый русский духовный чернозем легла культурная работа нескольких поколений русских людей, усвоивших и самостоятельно развивавших европейское просвещение. Поэтому замечательные научные деятели, имена которых я назвал и мог бы умножить, явились у нас не случайным подарком почвы, как Ломоносов, а плодом, в котором оба фактора, – почва и культура, – гармонически слили свое воздействие. Все они в свое время стали мощными рычагами культурного движения России, но в свою очередь они сами – порождение ее культуры. Чупров в этом отношении представляет яркий пример.

Для дела его жизни нужны были большие личные дарования, но нужно было и бережное их выращивание. На западе это давно повелось. Мы знаем музыкальную династию Бахов, знаем Дюма-отца и Дюма-сына, знаем, что у Джона Стюарта Милля отец был Джемс Милль. Таких примеров много у немцев, у французов, у англичан. Это указание на давность, прочность, преемственность культуры.

Такие примеры есть и у нас. Два поколения ученых Арсеньевых, три Вернадских, два Мануиловых, Млодзиевских. У известного композитора Александра Серова, автора *Рогнеды* и *Вражьей силы*, сын – знаменитый художник, Валентин Серов. У знаменитого историка С. М. Соловьева сын – знаменитый философ Владимир Соловьев. Такой пример и в нашем случае: отцом Александра Александровича был знаменитый русский экономист и статистик Александр Иванович Чупров.

[3] Я поведу вас в старую Москву семидесятых, восьмидесятых, девяностых годов прошлого столетия. Москва – одно из самых крупных и самых старых средоточий русской культуры. Существует работа А. И. Чупрова, связанная с первой однодневной переписью населения Москвы в начале 70-х годов (кстати сказать, и перепись происходила при его деятельном участии). В ряду многих характерных черт большого русского города, в этой работе было впервые статистически установлено, что громадное большинство жителей Москвы – пришлое. Уроженцы ее составляют в ее населении какой-то незначительный процент.

Таким образом, Россия питает Москву живой человеческой силой. Питает она ее и культурными силами, которые издавна притекают в старую нашу столицу отовсюду. В ней они оседают, и хотя приток новых не прекращается, а старые по естественному порядку сходят со сцены, культурная жизнь в Москве течет непрерывным потоком. Она свила себе в ней прочное гнездо, создала даже территориально свои центры и очаги, и отсюда разливает свое влияние на весь город и на всю страну, имеет свои установившиеся традиции, свою историю, с которой не разрывает. Так было в сороковых годах, и в семидесятых, и в восьмидесятых, и много позже уже в этом столетии. Так же, вероятно, дело идет и теперь *несмотря ни на что*.

[4] У того слоя московского населения, жизнь которого тесно связана с духовной культурой, есть свои излюбленные места в ней, свои поместья, где издавна любил селиться ученый, литератор, художник. Конечно, это нельзя представлять в виде какого-то полудобровольного гетто для умственных верхов Москвы. Но всё-таки не случайно Андрей Белый, Борис Зайцев, Осоргин, когда речь заходит о московской интеллигенции, описывают всё одни и те же улицы, – Арбат, Пречистенку, их переулки … Арбат, Пречистенка – главные артерии той части Москвы, которая распространяется в одну сторону до Остроженки и охватывает Девичье Поле и Плющиху, а в другую – включает старый наш Латинский квартал, Бронные с прилегающими к Поварской переулками. Через свое продолжение, – Знаменку, Воздвиженку и Никитскую, – эти артерии ведут к старейшему русскому и московскому организованному просветительному центру, к Университету.

Двигаясь по этим улицам и переулкам, вы постоянно встречаетесь не только с живыми представителями науки, литературы, искусства, но и с памятниками их пребывания здесь в давние годы. Вот дом Тоона [К. А. Тона], знаменитого архитектора, маленький серенький деревянный особняк, сравнительно недавно уступивший место каменной громадине. Почему он что-то напоминает?.. Только ли о владельце, строителе храма Спасителя? Нет, и еще что-то. Да, здесь жил И. И. Панаев, соредактор Некрасова в *Современнике*, когда приезжал в Москву знакомиться с Белинским. А сам Белинский жил в то время напротив, во дворе большого дома, хорошо известного всем москвичам. В эту округу входит и Власьевский переулок, где вырос Герцен. Здесь вам покажут, где жил Погодин, и где – Кропоткин, Щепкин и Победоносцев, где умер Гоголь, где родился Грибоедов, где венчался Пушкин, где поэт гостил у Вяземского, покажут многое множество и других достопримечательностей того же рода.

[5] Но главная достопримечательность этой части Москвы всё-таки ее Университет. Он в Москве долго, очень долго играл огромную роль в умственной жизни не только студентов и профессоров, но всего города. Я помню, как Н. К. Михайловский, приехав в Москву, в эпоху, кажется, своего сотрудничества в *Северном Вестнике*, а может быть и позднее, когда к нему перешло *Русское Богатство*, вел разговор о необходимости привлечь к журналу московских профессоров. “Ведь у нас в Петербурге таких нет, профессора в журналах не пишут, а кто пишет, тот только пишет”… Это, конечно, была стилизация, но стилизация подчеркивает реальные черты.

В Москве профессура была всегда ближе и к печати, и к обществу. Культурная связь эта энергично поддерживалась целым рядом университетских обществ во главе с Обществом любителей российской словесности, Юридическим обществом и так называемым его Статистическим отделением. В семидесятых и восьмидесятых годах имена таких профессоров как Н. С. Тихонравов, А. Н. Веселовский, В. О. Ключевский, С. А. Муромцев, В. А. Гольцев, И. И. Янжул, М. М. Ковалевский и особенно А. И. Чупров были популярнейшими в Москве именами.

Каждого из них окружал нимб уважения к их научным заслугам и публицистическим талантам. Но нечто особенное чувствовалось в отношениях к Александру Ивановичу Чупрову. Он привлекал как крупный ученый, как писатель, владевший редким даром популярного изложения, как замечательный оратор; товарищи профессора прозвали А. И. московским Златоустом. К нему влекли и обаятельные черты его характера, – чистота и душевная мягкость, не мешавшие ему, однако, быть твердым в своих взглядах, и, когда нужно, строгим в суждениях и решительным в действиях. Все, кто приходил в личное соприкосновение с ним, а приходили к нему по делу, часто и по пустякам, люди всех кругов Москвы (в часы приемов у него всегда была длинная очередь), все уносили искреннюю симпатию к этому удивительному профессору.

Моральный авторитет А. И. Чупрова был исключительно громаден. Без всякого преувеличения, со времен Грановского ни один из московских университетских деятелей не мог бы сравниться с Чупровым-отцом по широте влияния не только на умы, но и на сердца своих слушателей, учеников, сотрудников, вообще людей, соприкасавшихся с ним. Не только кафедра в университете служила ему средством для излучения этого света. Статистическое отделение, заседания которого в здании старого университета неизменно проходили при полных сборах сторонней публики, являлось истинным центром для крупного общерусского движения, направленного к познанию родины. А главным руководителем этого отделения был Чупров-отец, который и являлся истинным дирижером земской статистики того времени. Не говорю уже о том, что одновременно он не переставал работать и пером, которое у него было и тонкое, и сильное.

[6] Есть старая острота, применимая к тем, кому не посчастливилось в начале жизни: они не сумели хорошо выбрать себе родителей. О нашем Александре Александровиче надо сказать наоборот: он сумел. Он получил от отца выдающиеся духовные силы, глубокий синтетический ум, способность к острому анализу, счастливый дар облегать мысль в прозрачно-ясную словесную форму, большое трудолюбие, соединенное с упорством в достижении намеченной цели, и, наконец, что не менее важно, доброе, широкое, чистое сердце.

Отец его стал москвичом в юности. А. А. сам родился в Москве, притом именно в том уголке ее, который, как мы видели, тянет к университету. Я могу указать с уверенностью, где он провел первые годы своей жизни. Многие из вас, вероятно, помнят описанный Андреем Белым большой дом у Троицы на Арбате. Этого дома еще не существовало (он скоро, однако, вырос), когда, это было в средине 70-х годов, во дворе той же усадьбы стоял двухэтажный деревянный домик. По случайности мне, тогда еще мальчику, приходилось бывать в нижнем этаже этого дома: там жила близко знакомая мне семья. А второй этаж занимал А. И. Чупров, в то время мне совершенно незнакомый, высокий, худощавый, темнобородый профессор. Здесь А. А. Чупров жил в самом нежном возрасте; возможно, что и его, как Котика Летаева [Белый 1922], отсюда водили гулять на ближний бульвар, и у него бывали там встречи с *шубой*, – стариком-профессором Буслаевым, награждавшим своих маленьких друзей конфектами.

Несомненно одно: его окружала с ранних лет обстановка, способствовавшая гармоническому развитию богато одаренного от природы мальчика. Делу воспитания в его семье, как и в близких ей семьях, придавали исключительно большое значение. Я знаю, что для начального обучения детей в этом небольшом кружке была образована своя домашняя школа, учителями в которой являлись их отцы и матери или близкие кружку выдающиеся педагоги того времени. Подробностей не помню, но помню, что преподавателем священной истории в этой школе был никто иной, как отец московского типа земской статистики, – Вас. Ив. Орлов.

Отрывочные сведения о младших Чупровых, в том числе об А. А., до меня стали доходить со средины 80-х годов, когда началась моя работа в *Русских Ведомостях*[1]. Знаю, что это была ладная, дружная семья, связанная взаимной нежной любовью. Рано она лишилась матери, но с отцом молодые члены ее были близки. О маленьком Саше, поступившим уже в 5-ю гимназию, у меня в памяти сохранился от того времени один анекдот, не лишенный, однако, характерности для него, подчеркивающий одну из благородных черт его духовного облика, – прямоту и искренность.

Дело было на уроке Закона Божия, и рассказал эту сцену отцу Чупрова гимназический законоучитель. А. А. не знал какой-то молитвы, читаемой в начале литургии. “Как же ты этого не знаешь”, – говорит законоучитель, – “ведь это же читается в самом начале обедни”. “Ну вот”, – отвечает огорченный мальчик, – “да разве я попадаю к началу обедни? Ведь я с сестрами хожу, – одеваются, одеваются”…

В первый раз я увидел А. А., когда ему было лет 13 – 14. У Чупровых было какое-то многолюдное собрание, что-то вроде именинного обеда или масличных блинов. Когда усаживались за стол, кто-то спросил: “А где же Александр Александрович?” “А вот и он”, – ответил отец, и в комнату застенчиво вошел небольшой гимназист в мундире, застегнутом на одну верхнюю пуговицу. Мое внимание обратили на себя его открытые, ясные, добрые глаза.

[7] Позднее я его встречал мельком уже юношей, очень прилежным к книге. Помню, как попав ко мне в комнату (я тогда жил вместе с известными педагогами Алферовыми, у которых бывал А. А.), он буквально прилип к моим книжным полкам, казалось бы не представлявшим никакого интереса для студента-математика. Он поступил (в 1892 г.) на математический факультет, конечно по склонности к этому знанию. Но не только поэтому. Я думаю, что его интерес к общественным наукам был в то время не менее силен. Однако, он выбрал к ним длинный окружной путь, и неслучайно. Здесь сказалось влияние культуры, которая его окружала с детских лет. Нужна серьезная подготовка, нужна основательная школа, нужно углубленное знание и изощренный ум. Спешить нет надобности. Овладеть обществоведением будет время. А пока, благо есть математические способности, надобно охватить эту отрасль науки. А когда (1896-й год) математический факультет был пройден, молодой Чупров едет для продолжения своего образования в Страсбург. Там он становится экономистом, там закладывает основы своего образования как статистик и получает диплом доктора государственных наук [государствоведения].

Вернувшись в Москву, он магистрируется (1901-й год) по кафедре политической экономии и статистики и вскоре получает доцентуру статистики в только что возникшем экономическом отделении Петербургского Политехникума. Этот первый в России экономический факультет устроен был по плану и под руководством друга отца Чупрова А. С. Посникова, который хорошо знал молодого Чупрова с детства и знал, какую силу приобретает молодое высшее учебное заведение в этом еще неоперившемся ученом-статистике.

[8] Тут началась научная и преподавательская деятельность Чупрова-сына. Как профессор [преподаватель], он работал всего 15 лет и в этот короткий срок успел создать школу, чупровскую школу. Он создал бы школу, если бы и не был профессором, как основоположник нового течения в теории статистики. Но как профессор, он создал кадр для продолжения своего дела из своих непосредственных учеников. О нем, как профессоре и ученом, будут вам говорить другие. Я прибавлю несколько слов о другой стороне общественной деятельности Чупрова, о том, что наблюдал лично и чего другие могут и не знать.

Чупров-сын не был московским профессором. Его профессура целиком принадлежит Петербургу. Но он усвоил себе ту черту московского профессорского типа, которую подметил в свое время Михайловский. По складу своего ума и дарования Чупров – теоретик. К такому практическому деля, как политика, этих людей не влечет, и публицистика обыкновенно не их удел. Но бывают исключения, и таким исключением был он. Я хорошо знал Чупрова-публициста, был в течение ряда лет в близких и постоянных с ним сношениях. Мы сблизились и сошлись с ним именно на почве публицистики. Если бы не это, я горевал бы сегодня вместе с вами, но не решился бы говорить о нем.

Но он был публицистом. От отца он унаследовал дар прекрасной устной речи. Вы помните, конечно, его единственную в Праге прошлогоднюю лекцию, но и писал он прекрасно. И он не зарыл свой талант в книгах и лекциях для немногих. В течение ряда лет А. А. был *газетным* сотрудником. Его публицистическая работа началась в первые годы его профессорства.

Преимущественной темой его публицистических статей был русский аграрный вопрос, который он изучил так же серьезно и основательно, как и всё, что он изучал. И он работал в этой области именно тогда, когда публицистика по аграрному вопросу казалось имела огромный актуальный интерес, когда можно еще было надеяться на мирное, в порядке реформы, разрешение величайшего из социальных конфликтов, потрясших несколькими годами позднее всё общественное здание нашей родины.

[9] В позднейшие годы, когда надежды на закономерный исход в аграрном вопросе иссякли, когда вся политическая жизнь пошла у нас к распутью, – направо пойдешь, глубокая реакция, для которой не меркнет идеал крепостного права, налево пойдешь, разрушительная революция во имя призрака с мерами неслыханной жестокости и угнетения, – в это время Чупрову, как публицисту, стало нечего делать и его статьи всё реже появлялись в газете[2], и он всё больше уходил в свою теоретическую научную работу.

Но когда он писал, а это бывало обыкновенно вследствие моих усерднейших настояний, он, не оставляя почвы своего излюбленного аграрного вопроса, ополчался на близорукую правительственную политику конца царского периода. Теперь иные готовы превозносить ее, как истинное откровение, Это откровение не спасло Россию и не могло спасти. Чупров справедливо видел в направлении этой политики "угар сословных страстей" и тщетную попытку "отвести угрозу аграрной реформы" в такое время, когда всем, не исключая руководителей этой политики, ясно было, что исторический *час пробил*, *рок неотвратим*, и, – Чупров вспоминает легенду о гибели богов и напрасных ухищрениях Вотана против Нибелунгов, – *Götterdämmerung близко* [сумерки богов близки].

Но именно эта неизбежность и страшила Чупрова, и он не переставал твердить из года в год в эту предшествовавшую революции эпоху, что нужно предотвратить надвигающуюся опасность. Пора бы увидеть, говорил он, "что властной народной потребности не снимешь с очереди ни гневными окриками, ни даже суровыми карами"[3]. Он обличал блок противников серьезной аграрной реформы в том, что они "держатся только-только подпорками", которые ставит для них пекущееся о них государство. Они, он говорил, "только своим политическим влиянием живы и цепляются за власть ослабевающими от худосочия руками".

Он сетовал и на другую сторону, на принципиальных противников этой сословной эгоистической политики. Он писал: "Диагноз поставлен давно, да намечены и способы целения. Но долог на Руси путь от мысли к делу. Ставить проблемы смело и ясно – на это нас взять. А сломить сопротивление тех 130 тысяч, что держат в своих руках судьбы полуторастамиллионного народа, мы не умеем. Обдуманы до тонкостей программы-минимум и программы-максимум разных партий, а всё остается по-старому – ни шагу вперед".

И человек чистой науки и чистого сердца, умевший в своей исконной области не только ставить проблемы смело и ясно, но и находчиво и твердо решать их, умолкал надолго, сказав свое предостерегающее слово. Но он не уходил, не рвал своих связей с публицистикой и даже в самое опасное время не отказывался принимать на себя ответственность, моральную и юридическую, за близкий по духу публицистический орган. И даже последний нумер газеты, в которой мы вместе работали, последний перед закрытием ее "навсегда" советской властью, носил на себе подпись: Издатель А. Чупров.

[10] Великий ученый, он был и гражданином. И его гражданское мировоззрение, его политические взгляды не колебались из стороны в сторону под влиянием случайных, хотя бы и горьких обстоятельств, не зависели от перемен в личном настроении. Его политические симпатии и его общественные идеалы по истечении десяти лет наших революционных бурь были те же, что и раньше. И он сам мне в откровении беседы незадолго до смерти сказал, что в основном то, что он писал тогда, он повторил бы и теперь.

Но политическая определенность сочеталась у него с широкой терпимостью. Он не придавал решающего значения партийным перегородкам и ставил лишь большие рубежи. Поэтому здесь, заграницей, его литературные работы появились в изданиях разных политических оттенков. Но случилось так, что ему предложил сотрудничество один старый его приятель, с которым его связывала давняя совместная научная работа и добрые личные отношения. Не зная, что приятель сменил паруса и плывет в ином, чем прежде направлении, Чупров послал ему рецензию. Когда пришла книга, он увидел, что его аполитическая статья находится в соседстве с политическими произведениями, с духом которых он резко расходился. Тогда Чупров прямо и твердо заявил свой отказ от сотрудничества. Этот его шаг был принят старым приятелем болезненно и мог бы повести к личному конфликту. Но А. А., не разделяя новых политических взглядов приятеля[4], не сомневался в его искренности и политической честности и потому мягко и решительно предупредил разрыв с ним и, разойдясь политически, остался по-прежнему в добрых личных отношениях.

А в деле науки он и вообще исключал политику. Тут для него не существовало вопроса: како веруешь? Тут властвовали другие критерии: он [см. (1924/53)] не обинуясь принял участие в строго научном сборнике в память известного московского профессора-экономиста и статистика Н. А. Каблукова, хотя этот сборник был составлен и издан в советской Москве. И также не [1925/60] обинуясь он внес свой вклад в подобный же научный сборник в честь П. Б. Струве, составленный и изданный в нашей эмигрантской Праге.

Между наукой и политикой он проводил резкую разграничительную линию, переступить которую считал недопустимым ни для себя, ни для других. Поэтому именно он не пошел, например, на чествование одного заслуженного ученого, которое грозило, по некоторым подробностям его организации, принять политическую окраску. Он не хотел молча без возражений выслушивать политические заявления, с которыми коренным образом был не согласен, не хотел выступить и с политической полемикой на научном торжестве. Он отсутствовал на этом празднике, но праздник, вопреки его опасениям, прошел довольно благополучно, без отклонения в политику. И виновник торжества, встретясь с Чупровым через несколько дней и зная истинную причину его отсутствия, сказал ему с добродушной иронией: “напрасно Вы не пришли. Вы бы ничем не оскоромились”.

Чупров отвечал [тому] со свойственной ему прямотой. Он не терпел смешения науки с политикой и не хотел даже косвенно, под прикрытием науки, принять участие в политике, которой не сочувствовал. Но он дал понять своему собеседнику, что собственно политики не чуждается и сообщил ему, что счел долгом явиться на маленькое интимное собрание, происходившее по случайности в те же самые часы, когда состоялось чествование заслуженного ученого. А скромное интимное собрание посвящено было воспоминаниям литературной деятельности, от которой отскоблить политику никак невозможно. Но эта политика была именно та, которой до конца остался верен сам Чупров.

Так и в житейских делах его ясный ум и чистое сердце умели ставить и решать проблемы поведения смело и свободно, честно и разумно. Господа, почтим же его светлую память вставанием.

Примечания

1. В 1925 г. Чупров сообщил Борткевичу из Праги, что встречается с Розенбергами (Письмо № 204), а в письме 23.7.1925 Андерссону (хранится в бумагах Борткевича в Упсальском университете) назвал Розенберга своим старым знакомым и одним из редакторов прежней газеты *Русские Ведомости*. Мы не могли, впрочем, не заметить, что литературный стиль Розенберга весьма средненький.

2. После 1909 г. число газетных статей Чупрова резко сократилось; их список см. Шейнин (1990, с. 131 – 134).

3. Автор не привел никаких ссылок. В соответствии со списком газетных публикаций Чупрова (см. Прим. 2) мы полагаем, что все выдержки взяты из статей 1913 г.

4. Этот старый приятель – Струве, но здесь он был лишь посредником между Чупровым и редактором книги. В двух случаях ниже снова имеется в виду Струве, но уже непосредственно. См. Лутохин (1997).

XIII. С. С. Кон

А. А. Чупров как ученый и учитель
Речь в Экономическом кабинете С. Н. Прокоповича в память А. А. Чупрова. Прага, 27 апреля 1926 г.

Русский экономический сборник № 6, 1926, с. 15 – 33

[1] Собираясь говорить здесь об А. А. Чупрове как ученом и учителе, я не могу думать, конечно, о том, чтобы дать подробную характеристику его научного творчества. Итог этого творчества еще никем не подведен, эта задача ждет еще исполнения. Я хочу лишь дать некоторое понятие о том, почему имя А. А. Чупрова заняло то почетное место в науке, о котором мы все знаем, и о том, каково было основное содержание его поистине подвижнической научной работы.

Один из друзей Александра Александровича в посвященном ему некрологе отметил, что, с одной стороны, казалось бы, Александр Александрович был узким специалистом, работающим в мало кому доступной области математической статистики, но, с другой стороны, это был человек весьма широкого кругозора, с психологией, очень далекой от психологии узкого специалиста. Конечно, последнее верно: А. А. был человеком весьма широкого умственного кругозора и широких интересов. Но противоречие тут только кажущееся, ибо то, чем он занимался в науке, было по существу не узкой специальностью, а наоборот, открыванием чрезвычайно широких горизонтов и перспектив перед всей современной наукой независимо от ее материального объекта. И я могу определенно сказать, что это именно пленило ум и душу Александра Александровича.

[2] Что же это была за наука, которой так всецело отдал себя этот исключительный человек? Это наука и старая, и молодая. Статистика, как массовое изучение общественных явлений, насчитывает столетия. Но лишь несколько десятилетий тому назад статистика осознала себя как особую методологическую дисциплину, полулогического, полуматематического характера, призванную решать весьма существенные проблемы современной научной методологии вообще. Ибо наряду с развитием этой молодой науки наблюдается другой процесс: постепенное проникновение статистических методов познания, методов массового изучения явлений и массовых, суммарных характеристик действительности, во все почти науки.

Будущий историк человеческой мысли, – говорит А. А. Чупров в одной из своих статей [начальные строки статьи (1914/27)], – *окидывая взором современную нам эпоху конца XIX и начала XX веков, отметит как ее характерную черту стремление научного знания облекаться в статистические формы. С года в год ширится та область, где мысль человеческая, отказываясь следить за единичными явлениями, сосредоточивается на их совокупном результате, на массовых или средних итогах. Без преувеличения можно сказать: рост современной науки идет под знаком интереса к массовым явлениям, и скоро не будет той ветви знания, куда с большим или меньшим успехом не простирали бы своего влияния статистические формы знания*.

Не говоря об общественных науках, антропология, антропометрия, медицина, метеорология, биология, физика, химия и даже астрономия, – все они постепенно воспринимают статистический подход к действительности[1], а вместе с этим и подход *вероятностный*, ибо, как я еще укажу, эти подходы тесно связаны друг с другом.

Таким образом, работать над логическими и математическими основами теории статистики значило принять участие в научной работе огромного охвата и значения, в прокладке и закреплении нового русла для научной мысли вообще, независимо от материального объекта и области изучения. И подлинный восторг от этих широчайших перспектив, открывающихся перед научной мыслью, чувствуется в каждой строке тех прекрасных синтетических статей, которые посвятил А. А. Чупров общей характеристике этого поворота в науке.

[3] Когда А. А. выступал на поприще научной деятельности, теоретическая статистика была еще сравнительно недалека от начала своего пути; она не вышла еще из стадии устремлений и достижений в разных странах, друг с другом не связанных и не приведенных к общему знаменателю. С одной стороны, имелись работы английской статистической школы Гальтона – Пирсона, материально связанные по преимуществу с биологическими проблемами, но имевшие в своем формальном содержании большое значение и для общественных наук. Выработка математических приемов массового изучения изменчивых явлений и признаков, а также зависимости между разными признаками и явлениями, была весьма заметно продвинута английской школой уже к концу XIX века. Но со стороны логических и методологических основ соответствующих приемов, со стороны осмысливания их на фоне общей теории науки, работы английской школы представлялись довольно примитивными и скудными. Сильно упрощенным был и подход английских статистиков к вопросу о соотношении между эмпирическими статистическими характеристиками и теми величинами, которыми оперирует теория вероятностей.

С другой стороны, имелось научное движение статистиков-обществоведов в Германии, возглавляемое Вильгельмом Лексисом. Интересы этой школы сосредотачивались главнейше на проблемах, связанных с так называемой *устойчивостью статистических чисел*, т. е. с толкованием того факта, что статистические числа, характеризующие массовые социальные явления, обычно колеблются во времени в довольно узких пределах[2]. Факт этот был в свое время толкуем мыслителями из лагеря материалистов как решающий аргумент в пользу крайнего детерминизма, в пользу отсутствия свободы волевых действий людей. Взгляды эти вызвали во второй половине XIX века среди немецких статистиков живую реакцию протеста, но только Лексису и его школе, благодаря привлечению к этому вопросу теории вероятностей, удалось пролить надлежащий свет на происхождение факта устойчивости статистических чисел и показать, что этот факт не является достаточным аргументом в пользу связанности человеческой воли.

[4] Александр Александрович Чупров поставил себе задачей сомкнуть, синтезировать оба эти научные движения, английское и немецкое. Не эклектически сочетать их, а подлинно синтезировать их на почве цельной и самостоятельной научной позиции. Этой позицией была *вероятностная* точка зрения на теорию статистики, или, как А. А. стал называть ее позднее, примыкая к проф. В. И. Борткевичу, – стохастическая точка зрения на основы статистики.

Суть этой точки зрения состоит в том, что (я цитирую здесь дословно А. А. Чупрова [1924 (1960)/53, с. 188])

Всякого рода статистические числа, поставляемые наблюдениями, рассматриваются как отображения лежащих в их основе априорных величин, искаженных более или менее случаем.

Основной из этих *априорных* величин является сама вероятность, лежащая в основе эмпирической *частости*. Частость есть доля случаев наличности данного явления или признака в ряде эмпирических наблюдений, доля, носящая, в зависимости от числа наблюдений, более или менее случайный характер. За ней, в ее основе, статистик доискивается некоторой более существенной, не эмпирической, а априорной, свободной от налета случайного характеристики условий, в которых протекает явление. Характеристику эту он зовет вероятностью. Подобным образом в основе эмпирической *средней* статистик доискивается априорного *математического ожидания* данной переменной величины, которое есть ничто иное, как среднее из возможных значений переменной, взвешенное на вероятности [взвешенное вероятностями] этих значений. Точно так же разные эмпирические характеристики изменчивости явлений и зависимости между явлениями рассматриваются как искаженные случаем отображения лежащих в их основе *априорных* вероятностных характеристик.

Нужно подчеркнуть, что, сознательно или бессознательно, но на эту стохастическую позицию становится всякий статистик, поскольку он не доверяется получаемым путем эмпирического наблюдения величинам, носящим, в особенности при малом поле наблюдения, более или менее случайный характер, а стремится, расширяя поле наблюдения, до известной степени устранить элементы случайного и нащупать *истинную*, не искаженную случаем физиономию явления. Стоящий сознательно на *стохастической* позиции статистик стремится лишь более ясно поставить вопрос о соотношении *априорных* и эмпирических величин и рационализировать приемы нащупывания первых за вторыми.

Осмыслить, довести до возможной ясности общие *логические* основы так понимаемой стохастической или вероятностной теории статистики было первой задачей Александра Александровича. Эту задачу он выполнил в своих известных *Очерках* […], составлявших, по указанию самого автора [1909(1959)/21, с. 30], плод 15-летнего труда.

[5] Прежде всего надлежало осмыслить место, занимаемое статистическим методом, теорией этого метода и материальным статистическим знанием, в общей схеме наук, раскрыть специфический логический тип или *стиль* статистического познания. В этом отношении статистики путались давно в клубке бесплодных контроверз. Привлекая к задуманному синтезу и перерабатывая соответственно идеи нового в то время движения в теории науки, связанного с именами Виндельбанда и Риккерта, А. А. Чупров сумел внести значительную ясность в эти вопросы. В первом из его *Очерков* на фоне общей схемы деления наук на номографические и идиографические (термины эти ввел в русскую науку А. А. Чупров)[3] устанавливаются особенности познания статистического и разные присущие этому познанию функции. Во втором очерке рассматриваются специально номографические функции статистического метода, т. е. роль его по уловлению причинных связей, причем производится весьма тонкий анализ сущности вероятностных связей (называемых А. А. *свободными*), в отличие от связей неразрывных. Там же дается анализ логической сущности статистического метода в отличие от методов индукции. При этом А. А. убедительно показывает, почему наличность *свободных связей* отнюдь не находится в противоречии с причинной детерминированностью хода мироздания[4].

В третьем очерке подвергается разбору самое понятие вероятности, этой основной из априорных характеристик, которые интересуют статистика. Как известно, среди логиков и теоретиков статистики нет единомыслия в определении сущности вероятности. В этом отношении А. А. примыкает к той наиболее плодотворной и убедительной позиции, которую занимают Августин Курно и Иоганнес ф. Крис. Эта позиция так называемой *объективной* вероятности. С этой точки зрения вероятность есть *некая характеристика системы объективно существующих возможностей*, а не характеристика субъективного знания о предмете, каковой она представляется с точки зрения субъективистических [!] взглядов на вероятность, восходящих к Лапласу. Понятие вероятности связывается А. А. Чупровым с понятием свободной причинной связи. Именно, он раскрывает в вероятности *меру тесноты* свободной причинной связи между двумя явлениями, меру, сжато резюмирующую объективные возможности реализации явления В при наличии явления А.

Отличаясь принципиально от субъективистских взглядов на вероятность, эта позиция отмежевывается, с другой стороны, от характерного для английской статистической школы *прямолинейного эмпиризма*, более или менее упрощенно сближающую понятие вероятности с понятием эмпирической частости.

После разбора понятия вероятности А. А. Чупров в том же третьем очерке обращается к закону больших чисел, т. е. к той связи, какая существует между эмпирическими частостями и лежащими в их основе вероятностями, связи, выражающейся в том, что с ростом числа наблюдений эмпирические частости близятся по своей величине к соответствующим вероятностям (точно так же, как другие эмпирические величины близятся к соответствующим им априорным величинам, – например, средние к математическим ожиданиям). А. А. Чупров дает истолкование закона больших чисел с точки зрения объективной вероятности, причем, примыкая к Курно, он устанавливает отчетливые границы того, что дает и может дать математический анализ в этой области, и того, в чем математический анализ не компетентен и что должно оставаться на долю логического анализа.

Наконец, четвертый очерк посвящен теории устойчивости статистических чисел. Здесь излагается история контроверз, связанных с фактом устойчивости, приводится богатый материал исследований устойчивости статистических чисел, произведенных Лексисом и его учениками, и дается истолкование этого материала, как и всей проблемы, на основании обрисованных выше концепций автора в области теории статистики.

В общем, *Очерки* Чупрова составляют *цельное логическое введение* в теорию статистики. Можно сказать, что в этой книге конституировалась теоретическая статистика как самостоятельная методологическая наука, опирающаяся на логику вероятного и математическое исчисление вероятностей.

[6] На долю *Очерков* А. А. Чупрова выпал исключительный успех. Не говоря уж о том, что, представленная в качестве диссертации, она дала автору сразу степень доктора, с минованием магистерской степени, книга в первом издании разошлась полностью в течение одного года и уже в 1910 году вышла из печати вторым изданием. Поистине не было в России человека, интересующегося вопросами статистики, для которого бы *Очерки* Чупрова не стали настольной книгой. Говоря со мной как-то об этом успехе, А. А. со свойственной ему скромностью объяснял это тем, что ему удалось *попасть в точку*: ответить назревшей потребности, выразить идеи, носившиеся в воздухе. “Бывает”, – говорил он, – “что удается попасть таким образом в точку, тогда успех обеспечен; бывает, что при равных достоинствах книги она в точку не попадает”.

Это, конечно, верно в том смысле, что книга А. А. действительно ответила назревшей и чрезвычайно существенной потребности в синтезе разрозненных научных движений и достижений в области теории статистики (в каковые движения обычно на первых порах выливается развитие молодой науки), а также ответила столь характерной для русских статистиков потребности в теоретическом освещении их конкретной статистической работы. Но именно для того, чтобы в такой степени *попасть в точку*, нужна была та большая научная интуиция, которая была у Александра Александровича. Для того, чтобы успешно выполнить задачу, которую ставили себе *Очерки*, нужно было обладать теми исключительными качествами ума, которыми обладал А. А.: большими конструктивными способностями, способностью к *смыканию* разнообразных планов и плоскостей мышления, способностью к упорядочиванию и к внесению ясности в сложнейшие вопросы и контроверзы. Кроме того, нужно было обладать той из ряда вон выходящей эрудицией, которой обладал А. А. в самых разнообразных областях знания.

[7] После издания *Очерков* научная работа А. А. несколько меняет свое русло: от разработки логических основ статистики он переходит главным образом к разработке и осмыслению ее *математических* основ, хотя и в этой работе поддерживается всё время живая связь с логическими проблемами.

И в области математических основ теории статистики работа А. А. носит тоже синтетический характер. Наряду с указанными выше течениями научной мысли, – пирсоновой школой в Англии и лексисовой в Германии, – в этой области к синтезу было привлечено и то направление математической мысли в России, которое определяется именами П. Л. Чебышева и А. А. Маркова. Созданный главнейше Чебышевым *метод математических ожиданий*[5] был пущен в ход в качестве основного орудия анализа, упорядочения и перестройки математических основ статистической теории. Он позволил довести до полной ясности многое, что в работах английской школы оставалось недостаточно отчетливым.

Я уже указывал, что математическое ожидание есть априорная величина, лежащая в основе эмпирической средней. Оно есть именно среднее из возможных значений признака, взвешенное на вероятности [взвешенное вероятностями] этих значений. При росте числа наблюдений эмпирическая средняя стремится к математическому ожиданию как к своему *предположительному значению*, очищенному от налета случайности.

Путем некоторых действий над математическими ожиданиями простых переменных величин можно конструировать математические ожидания разнообразных более или менее сложных статистических величин и характеристик, к которым эти величины стремятся при большом числе наблюдений. Могут быть, в частности, конструированы и математические ожидания отклонений эмпирических величин от их математических ожиданий, дающие меру точности, надежности, неслучайности этих эмпирических величин. Таким образом, путем действий над математическими ожиданиями может быть построена, с одной стороны, целая стройная система априорных величин разной степени сложности, лежащих в основе тех многообразных эмпирических характеристик и мерил, которыми оперирует статистик, а с другой стороны, – система величин, измеряющих погрешности этих эмпирических характеристик, т. е. случайную отклоняемость их от априорных величин. Заметим, что оперирование математическими ожиданиями в том виде, как это делает А. А. Чупров, в большинстве случаев не выходит за пределы элементарного алгебраического анализа.

Указанную систему величин, основанную на математических ожиданиях, и строит А. А. Чупров сначала применительно к тем случаям, когда статистика интересует *одна* переменная, а затем и к тем случаям, когда его интересует статистическая зависимость между *двумя и более* переменными, или корреляционная зависимость. В этой работе А. А. отчасти проверяет и доводит до полной отчетливости то, что достигнуто английской школой в области математических основ статистики, отчасти встречается с работами лексисовой школы и, в частности, с работами наиболее выдающегося из современных представителей этой школы проф. В. И. Борткевича. Но мысль его идет самостоятельными путями и дает целый ряд новых и оригинальных выводов большого теоретического и практического значения.

Всем этим вопросам А. А. Чупровым был посвящен за последние 15 лет длинный ряд монографий, печатавшихся в различных, преимущественно иностранных [за пределами Германии] журналах (*Biometrika, Journal of the Royal Statistical Society, Metron, Nordisk Statistisk Tidskrift* и др.).

В области теории статистического изучения одной переменной А. А. прежде всего обращается к упомянутым уже проблемам устойчивости статистических чисел, но на этот раз с математической стороны. Здесь-то он главным образом и встречается с высокоценными исследованиями проф. Борткевича, с которым, кстати сказать, поддерживает постоянный научный контакт и с которым его связывает общность многих научных воззрений и личная дружба.

[8] Как известно, Лексису удалось внести значительную ясность в сложную проблему устойчивости статистических чисел путем построения понятий нормальной, сверхнормальной и поднормальной устойчивости. Нормальной он считает ту устойчивость, которую проявляют статистические частости событий, когда в основе их лежит одна и та же, не меняющаяся вероятность и когда отдельные наблюдения, или, как принято говорить, *испытания*, из которых слагается каждая данная частость, взаимно независимы в том смысле, что исход одного испытания не влияет на исход другого. Такую независимость можно с некоторыми оговорками допустить, например, для частостей рождений младенцев определенного пола в пределах года, где пол младенца, родившегося у одной брачной пары, не влияет на пол младенца, рождающегося у другой брачной пары[6]. Но такую независимость нельзя допустить, например, в статистике заболеваний, где наличность заразных заболеваний у одного индивидуума повышает вероятность заболевания у другого.

Далеко не всегда можно создать себе впечатление о том, с какой схемой вероятностных или стохастических предпосылок мы имеем дело в данном случае, – с независимыми [или] связанными испытаниями, с неизменной или меняющейся вероятностью. Поэтому Лексис построил некоторый критерий для эмпирического распознания нормального, наднормального или поднормального характера устойчивости, критерий в виде так наз. коэффициента дисперсии. Коэффициент этот является частным от деления двух сложных статистических величин, выводимых на основе эмпирического наблюдения интересующих статистика частостей[7], причем в случае нормальной устойчивости величина его должна быть близка к единице, при поднормальной устойчивости – больше единицы, при сверхнормальной[8] – меньше единицы.

[9] В. И. Борткевичем критерий этот усовершенствован и обобщен для случая наблюдения средних, а не частостей, причем значительно проработан вопрос о погрешностях его эмпирической величины. А. А. Чупров в ряде монографических исследований подверг вопрос о критериях устойчивости дальнейшему математическому анализу. Прежде всего он занялся вопросом о математическом ожидании лексисова коэффициента дисперсии, ибо в основе расчета, что в случае нормальной устойчивости коэффициент дисперсии будет близок к единице, лежит предположение, что математическое ожидание коэффициента дисперсии равно в этом случае единице.

В своем первоначальном виде, применительно к первой степени коэффициента [к самому коэффициенту], это предположение оказалось неверным, как показал это еще В. И. Борткевич. Тогда прежняя роль коэффициента дисперсии перешла к квадрату этой величины. Но и в отношении квадрата лексисова коэффициента положение, что его математическое ожидание равно единице, строго доказано не было. А. А. Чупров дал это весьма важное доказательство, правда, в довольно сложном виде. Вслед за ним, в более простом виде, дал его акад. Марков, но затем Чупрову [1916/32] удалось, идя своими путями, дать еще более простой общий вывод этого положения[9].

Трудность этого вопроса связана с общей трудностью нахождения математического ожидания частного двух переменных величин. В общей форме этот вопрос и сейчас не разрешен, и это сильно затрудняет стохастическую разработку всех величин, имеющих характер частного, [т. е.] отношения. Однако, А. А.

Чупрову удалось значительно подвинуть вперед освещение этого вопроса путем анализа ряда частных случаев проблемы.

Критический анализ методом математических ожиданий лексисова коэффициента дисперсии и некоторых других выдвинутых Лексисом критериев устойчивости привел дальше А. А. к существенным усовершенствованиям метода измерения устойчивости, которые изложены им в большой работе 1918 [– 1919/36]. Однако, эти результаты его не удовлетворяют: он продолжает при других работах заниматься и проблемой устойчивости. Некоторые сомнения насчет того, о чем, собственно, говорят все эти критерии устойчивости, продолжают его беспокоить. И вот в начале 1921 года он получает вывод, который, как он написал мне тогда же, самого его "устрашает своей революционностью"[10].

Он пришел, именно, к выводу, что как лексисов коэффициент дисперсии, так и другие более совершенные эмпирические критерии нормальной устойчивости, собственно, убедительно говорят не о нормальной устойчивости (в смысле постоянства вероятности и независимости испытаний), а о чем-то значительно более общем: о некоторой форме связи между испытаниями, которую А. А. называет *униформной* [1924(1960)/53, с. 208], и как частный случай которой может рассматриваться схема предпосылок нормальной устойчивости Лексиса. Униформной связью А. А. Чупров называет такую связь между испытаниями, когда характер связи "между любым данным числом испытаний, выхваченных из общей их совокупности, остается одним и тем же для всех возможных таких наборов испытаний".

Под понятие униформной связи подходят и многие случаи поднормальной и сверхнормальной устойчивости в смысле Лексиса. Поэтому отличить эмпирически на основе лексисова критерия нормальную устойчивость от тех случаев поднормальной или наднормальной устойчивости, когда связь между испытаниями является униформной, нет возможности. Мало того, математический анализ показывает, что и другими подобными критериями отличить эти случаи нельзя и поэтому на основании одного наблюдения движения эмпирических рядов, без каких-либо других точек опоры, установить нормальный характер устойчивости и вообще до конца разобраться в стохастических предпосылках явлений невозможно.

Этот вывод очень большого принципиального значения [1922/43] видоизменяющий в значительной степени лексисову теорию измерения устойчивости, носит в известной степени деструктивный характер. Но, освобождая мысль от иллюзий, он расчищает путь к дальнейшим поискам и намечает трезво направление, в котором должна пойти дальнейшая работа.

[10] В непосредственной связи с работами А. А. Чупрова над проблемой устойчивости находятся выводы, полученные им в области математических основ закона больших чисел, главнейше применительно к условиям связанных испытаний. При условии независимости испытаний эмпирическая частость с ростом числа испытаний стремится к вероятности, эмпирическая средняя – к математическому ожиданию. Увеличивая число испытаний, мы можем сколь угодно приблизить к достоверности вероятность, что средняя из эмпирических значений переменной и ее математическое ожидание будут сколь угодно близки друг к другу[11]. Это многократно разными путями доказано. Но как дело будет обстоять при других стохастических предпосылках, в частности при отсутствии независимости испытаний? Сохраняет ли и здесь закон больших чисел свою силу, или же он ее теряет, и при каких в точности предпосылках?

Эти вопросы до недавнего времени оставались без освещения. Главным образом работы акад. Маркова пролили на них некоторый свет. Примыкая к работам Маркова и отчасти Больмана и других, А. А. Чупров строит дальше на их основе. В замечательной работе [1923/51] А. А. развивает систему формул для статистических характеристик распределения одной случайной переменной[12], которую (систему) можно вывести исходя из *самых общих* стохастических предпосылок. Предпосылки эти состоят лишь в том, что над случайной переменной производится ряд эмпирических испытаний, дающих, каждое, определенное значение переменной. Условие независимости испытаний, стало быть, в эти предпосылки не входит, они вмещают и взаимную связанность испытаний любого вида и характера. Затем, вводя дополнительные условия относительно наличности или отсутствия и вида связи между испытаниями, А. А. получает системы характеристик переменной и меры их точности для этих частных предпосылок.

Анализ формул, полученных при предельно обобщенной постановке задачи, приводит к чрезвычайно важным выводам. Те заключения от эмпирических величин к априорным, которые могут быть сделаны при такой постановке задачи, оказываются весьма скудными в своем содержании.

Без внесения некоторых допущений касательно связи между испытаниями переход от данных опыта к лежащим в их основе априорным величинам вообще говоря неосуществим [1924(1960)/53, с. 204].

Лишь от эмпирической средней к математическому ожиданию путь остается в известной мере открытым и при этих условиях: и при них средняя в математическом ожидании равна математическому ожиданию переменной.

Но степень надежности оценки априорного математического ожидания по средней арифметической случайных значений не может быть определена, если остается неопределенным характер связи между испытаниями. При полной неизвестности не представляется даже возможным принимать, что степень надежности может быть сколь угодно повышена путем достаточного умножения числа испытаний. Связь между испытаниями может носить такой характер, что размах случайных колебаний средней не сводится к нулю при сколь угодно большом числе испытаний: рассеяние может стремиться с *ростом числа испытаний к отличному от нуля пределу. Без ближайшего рассмотрения стохастических условий опыта мы не в праве безоговорочно полагаться даже на традиционную заповедь: "Умножай число наблюдений, если жаждешь повысить степень надежности твоих заключений"* [там же, с. 205].

[11] Таким образом, закон больших чисел при предельно общих предпосылках общезначимой силы не имеет. Могут быть стохастические предпосылки, при которых он силу теряет. Анализируя эти предпосылки, А. А. Чупров устанавливает те конкретные частные случаи, когда закон больших чисел силы не имеет, как в том смысле, что умножение числа испытаний не усиливает степень надежности суждения об априорной величине по эмпирической, так даже и в том смысле, что эмпирическая величина и в пределе, при бесконечном числе испытаний, стремится не к одному значению, к априорной величине, а к нескольким значениям, обладающим определенными вероятностями.

В анализе этого последнего случая он встречается с японским математиком Ватанабе, на весьма важные, но мало известные исследования которого он случайно наткнулся и обратил на них внимание ученого мира. Ватанабе получена между прочим одна очень существенная теорема, относящаяся к интересующему нас случаю, которую А. А. Чупров называет теоремой Ватанабе [1924(1960)/65, с. 219], хотя она по праву должна назваться теоремой Ватанабе – Чупрова, ибо А. А. [1924/53; 1925/56] пришел к ней хоть и несколькими годами позже, но независимо от Ватанабе, доказал ее более простым путем и дал заключительному выводу новое освещение.

Указанные только что выводы А. А. Чупрова, относящиеся к закону больших чисел, интересны между прочим тем, что они наносят сильный удар статистическому эмпиризму английской школы. Если при полном отсутствии указаний на стохастические предпосылки заключение от эмпирических величин к очищенным от действия случая априорным величинам оказывается невозможным или почти невозможным, то бескритическое [!] оперирование эмпирическими величинами как прямым выражением априорных и недостаточно тщательное разграничение эмпирических и априорных величин, в котором подчас повинна английская школа, становится особенно существенной ошибкой. Проблема выяснения статистических предпосылок, лежащих в основе эмпирического статистического материала, приобретает особенно важное значение. Заметим попутно, что работы А. А. Чупрова над теорией связанных испытаний имеют большое практическое значение с точки зрения проблем *выборочного метода*.

[12] Параллельно с работами над теорией одной переменной в последние годы А. А. напряженно работал над теорией зависимости между двумя и более переменными или теорией корреляции. Оперируя тем же методом математических ожиданий, А. А. прорабатывает заново, проверяет и совершенствует всю систему характеристик корреляционной зависимости, созданную английской школой. Можно сказать, что по-настоящему упорядоченной теория корреляции между двумя переменными вышла только из трудов А. А. Чупрова.

В связи с очерченной мной строго стохастической установкой своей А. А. ведет здесь исследование путями, отличными от путей английской школы. Последняя отправляется от эмпирических характеристик зависимости как от исходной точки. А. А. прежде всего подвергает разбору возможные *априорные* характеристики связи между переменными. Только после разрешения этой исходной задачи, – построения всех нужных конструкций в априорной области, – он переходит к разбору эмпирических характеристик зависимости, а затем к способам перехода от эмпирических характеристик к априорным. Такой путь имеет большие выгоды, ибо нельзя не согласиться с А. А., что

Отчетливая разборка всех существенных черт вероятностного a priori измерения корреляции является существенным средством внести с теорию корреляции ясность и цельный порядок.

Я не буду останавливаться в подробностях на достижениях А. А. Чупрова в этой области. Укажу только, что его исследования по теории корреляции между двумя переменными сведены и изложены им в возможно доступной форме в вышедшей недавно книге [1925/55], которая составилась из курса лекций, читанного им в университете в Христиании [нынешнее название города – Осло]. Книга эта обладает большими педагогическими достоинствами и будет несомненно способствовать распространению знаний по математической теории корреляции в широкой среде статистиков.

Наконец, в последние годы А. А. Чупровым была начата работа по теории корреляции между тремя и более переменными. Это наиболее слабо разработанная область математической теории статистики. Следуя своему обычному плану исследования, А. А. успел подвергнуть анализу лишь область à priori, т. е. вероятностные характеристики связи. Он изложил результаты исследования в монографии, которая должна была быть напечатана в *Учебных записках Русской учебной коллегии* в Праге, но до сих пор света не увидела [опубликовано: (1928/63)]. Дальнейшие стадии анализа остались Александром Александровичем незаконченными.

[13] Таково в кратком очерке содержание научного творчества А. А. Чупрова. Я останавливался лишь на основных его работах из области теории статистики и не упоминал о различных работах демографического а также экономического характера, несмотря на то, что они представляют также серьезный вклад в науку. Так, замечательны его работы по вопросу о пропорции полов среди рождающихся, которые теперь продолжаются в духе его концепций норвежским ученым Ведервангом. Очень ценна его работа о влиянии войны на движение населения, написанная в 1915 – 1916 гг. [прибл. 1916/30]. Несмотря на то, что с тех пор накопилось очень много более обстоятельных материалов по этому вопросу, работа А. А. остается образцом остроты анализа и умения извлечь многое из скудного отрывочного материала. Интересны, далее, работы А. А. по послевоенному мировому хозяйству, за которым он внимательно следил до последнего времени. Наконец, надлежит упомянуть о его страсбургской диссертации 1901 г. (1902/5) на тему о земельной общине, обратившей тогда же внимание специалистов на молодого ученого. Однако, всё это в его творчестве элементы второстепенные. Он был и останется в истории науки прежде всего теоретиком статистики.

Это научное творчество огромного значения и цены оборвано смертью в самом его расцвете, научные возможности первостепенной ценности унесены в могилу. Некоторое слабое утешение мы можем черпать из того факта, что работа А. А. Чупрова еще при жизни его нашла живой отклик и оценку в мировой науке и что он видел всё растущее влияние тех идей, которые он проповедывал. В этом смысле ему дано было испытать значительное удовлетворение.

[14] Три было у него основных идеи, мечтания, стремления в области науки. 1) Всё более плодотворное применение статистической точки зрения и статистических методов работы в различных отраслях знания. 2) Всё большее распространение тех математико-статистических приемов, над которыми он работал, в среде профессиональных статистиков. 3) Распространение стохастической, вероятностной точки зрения в среде статистиков-математиков; в частности, преодоление упрощенного эмпиризма, свойственного английским статистикам-математикам.

В первом отношении, как я уже указывал, наше время приносит статистической точке зрения и статистическим методам работы всё бóльшие и бóльшие триумфы. Александр Александрович внимательно следил за продвижением статистической точки зрения во всех областях науки, не исключая физики, химии и астрономии. В 1913 г. он подвел некоторый итог этим достижениям в прекрасной речи [1914/27], произнесенной на торжественном заседании Петроградской [Петербургской] академии наук в день 200-летия выхода в свет знаменитого сочинения Якоба Бернулли *Ars conjectandi*. В 1922 г. он [1922/44] сделал это вторично при немецкой переработке той же речи. Особенно радовали А. А. успехи статистического подхода в современной физике, где благодаря работам Планка, Рутерфорда [Резерфорда], Смолуховского и др. вероятностно-статистическая точка зрения выдвигается на всё более видное место, а также в биологии, где почти вся теория изменчивости и наследственности перешла за последние десятилетия на статистические рельсы[13].

В смысле распространения так называемых математических приемов работы в среде профессиональных статистиков-обществоведов положение оставляет желать многого, но и тут есть значительные успехи. В особенности отрадно было А. А. Чупрову видеть, как на его родине растет интерес к этим вопросам, в частности, в среде земских статистиков. С гордостью говорил А. А., что наряду с Англией, Соед. Штатами и Италией Россия является одной из первых стран по уровню статистической культуры, разумея под последней, между прочим, усвоение средой практиков современных теоретических достижений в статистике. Действительно, русская статистическая среда обнаружила большую восприимчивость к новым идеям. Чтобы видеть это, достаточно было присутствовать на всероссийских съездах земских статистиков, наблюдать то напряженное внимание и интерес, какие возбуждало всякое сообщение из области математической статистики, наконец, чувствовать тот почет, почти что культ, каким было окружено в этой среде имя А. А. Чупрова, символизирующее эти новые пути в науке. А. А. с очень многими из земских статистиков состоял в личном общении и в переписке. Многие только на старости лет начинали учиться новым приемам работы. Они приходили к нему со своими сомнениями, приходили за советами и указаниями. И он с неизменной радостью отмечал каждый такой факт. Многие из них самостоятельно, по логике самой работы, приходили к кустарной, так сказать, постановке и решению проблем, которые lege artis [по закону искусства] решала теория. И особенно счастлив был А. А., когда он мог поделиться с ними этими достижениями своей науки. Заметим, что из среды статистиков-практиков вышел не один человек, ставший впоследствии членом сравнительно тесного круга близких последователей А. А. в научной работе.

Наконец, и в третьем отношении, в смысле проникновения стохастической точки зрения в среду статистиков-математиков, в частности английских, А. А. Чупров в последние годы мог зарегистрировать заметные успехи. К его работам в Англии стали относиться со всё бóльшим вниманием. Особенно их заметил один из старейших и заслуженнейших членов Королевского статистического общества Эджворт и сочувственно о них отзывался. В последнее время и в Англии начинают появляться работы, чуждые духа традиционного эмпиризма и проникнутые стохастической точкой зрения. Укажу на трактат Кейнса [1921] по теории вероятностей, в котором между прочим возносится великая хвала русской математико-статистической школе и в том числе А. А. Чупрову. Наконец, в 1924 [1923] г. Лондонское Королевское статистическое общество избирает А. А. своим почетным членом, в чем нельзя не видеть не только дань его таланту и трудам, но и признание значения тех точек зрения, которые А. А. защищал.

Велик был авторитет А. А. Чупрова и в других странах. Особенно значительно было его влияние в Скандинавии. Во время поездки в Скандинавские страны, предпринятой им в 1924 году по приглашению университета в Христиании и обществ страховых математиков Копенгагена и Стокгольма, был ему оказан необыкновенно горячий прием. Проявления почета, которым было окружено его имя, были настолько ярки, что повергали в смущение глубоко скромного Александра Александровича.

Наконец, значительное удовлетворение А. А. мог черпать и из того факта, что ему удалось создать группу молодых ученых, работающих над дальнейшим развитием или над применением методов математической статистики, и, в частности, идей А. А. И здесь я подхожу к большой теме, [к теме] об А. А. Чупрове как о непосредственном учителе, а стало быть и о том, каков он был в личном общении. Об этом можно и должно было бы говорить очень много. Но я буду краток уже потому, что сейчас, под непосредственным впечатлением утраты, мне об этом говорить труднее, чем о чем-либо другом. Трудно найти слова, которые бы не спрофанировали чувство.

[15] Жизнь Александра Александровича была подвигом самоотречения и самоограничения для служения науке, *помазанником* которой он себя с полным правом чувствовал. Он страшно дорожил каждой минутой своего времени и отказывался от всего не крайне необходимого, что могло сократить время, отдаваемое им научно-исследовательской деятельности. Но задачу подготовки молодых работников науки он ставил наравне с задачей личного продвижения науки вперед. И в смысле времени и сил, уделяемых этой задаче, он был щедр. Достаточно сказать, что по его собственным словам на личную переписку, в которой львиная доля приходилась на переписку с учениками, у него уходила приблизительно *треть рабочего времени*[14].

Его отношение к ученикам было проникнуто необыкновенной внимательностью и благожелательностью. Он был их подлинным, безоговорочно верным другом. Это определялось, конечно, не только признанием важности создания кадров молодых научных сил, но и общими личными качествами А. А. Духовный облик А. А. являл редкостное сочетание какой-то исключительной, не нынешней внутренней честности, благородства и гармонии с мягкой сердечностью, добротой и деликатностью. Общаясь с ним, вы вступали в атмосферу безупречной и строгой моральной чистоты, силы и согласия с самим собой, и в то же время эта атмосфера окутывала вас не холодом, а сердечным теплом и лаской.

Эти редкостные качества души сказывались и в его научных выступлениях и научном общении. В качестве примера укажу хотя бы на то, что А. А., находя в чужих печатных работах какие-либо недочеты или промахи, почти никогда не констатировал их печатно же, а почти всегда обращался к автору с указанием на них в частном порядке. Так, ряд лет тому назад, в напечатанных в пирсоновском журнале *Biometrika* работах Пирсона и некоторых его учеников, А. А. обнаружил существенные ошибки в выкладках. Он обращается к редактору *Биометрики* с несколькими письмами, в которых обращает его внимание на эти промахи.

Ни ответа, ни отклика он не получает довольно долго (если не ошибаюсь, 1½ – 2 года), но терпеливо ждет, медля с выступлением в печати. Наконец, в *Биометрике* [в 1919 г.] появляется редакционная статья под заглавием *Peccavimus* [Провинились], где производятся соответствующие исправления и выражается благодарность А. А. Чупрову за его указания. Эта статья доставила А. А. большую радость. Часто ли встретите такую внимательность к чужой научной работе? Так ли уж мало представителей науки, которые только и ждут промаха со стороны коллег по профессии, чтобы сделать его предметом печатной критики?

[16] При этом А. А. не был расплывчато снисходителен. В научной работе он был очень требователен к себе и требователен к другим. Где этого требовала научная истина или забота о том, как укладывается научное слово в умы читающих, он определенно формулировал и выражал печатно свои подчас резко-критические суждения несмотря ни на какие личные отношения. Помню случай (каких мог бы привести целый ряд), когда один молодой иностранный ученый, сын видного ученого, с которым А. А., насколько мне известно, был в давних личных отношениях, написал учебник, который А. А. счел плохим. А. А. разобрал печатно этот учебник и высказал откровенно свое суждение. Молодой ученый был очень обижен и огорчен. Но через несколько лет, будучи в Дрездене, он решил наведаться к А. А. и посмотреть на этого своего врага, решившего ставить ему [его отцу] палки в колеса. Он побывал у него и после нескольких часов беседы вышел его другом[15]. До такой степени непосредственно покоряла та исключительная моральная высота, бескорыстие и доброта, которые были в Александре Александровиче.

Он не был снисходителен и к своим ученикам. Через его руки проходили, поскольку это было возможно, почти все рукописи их, предназначавшиеся для печати. И иногда бывало, что он по нескольку раз возвращал рукопись для переработки, пока она не была доведена до уровня тех высоких требований, которые он ставил печатной работе, как своей, так и тех, чьим он был наставником. Бывали случаи, что научный приоритет автора страдал от оттяжек, связанных с таким совершенствованием работы, но это не мешало добрым отношениям с требовательным учителем.

Ибо все знали и чувствовали ту почти отцовскую, доходящую до жертвенности преданность, которой он нас дарил. Никогда не забуду одного случая из моих отношений с А. А., который напомнил мне уже К. И. Зайцев в некрологе А. А., напечатанном в *Возрождении* [см. Библиографию]. Я должен был передать через посредство А. А. статью в один иностранный журнал. Я дал перевести статью на немецкий язык и послал ее А. А. Перевод не удовлетворил А. А. И вот он садится за машинку и перепечатывает вновь всю статью, попутно исправляя немецкую редакцию. Кто знает, как ценил А. А. каждую минуту своего времени, тот может по достоинству оценить эту жертву!

В ясной душе Александра Александровича мы, ученики его, находили всегда незаменимую моральную поддержку. Мы черпали там веру в себя, часто и житейский опыт и помощь в борьбе с невзгодами. Ибо и материальную помощь он готов был оказать в любую минуту, даже тогда уже, когда средств у него самого почти не было. Когда несколько лет тому назад во время моих магистерских экзаменов я остался случайно без денег, и встал вопрос о том, чтобы окончание экзаменов отложить, А. А. написал мне: “Ни за что не откладывайте, я ссужу Вас из моих резервов”[16]. Это несмотря на то, что эти резервы были у него тогда уже более чем скромными и что сокращение их означало сокращение возможности заниматься чисто исследовательской работой, которой он так дорожил.

[17] Что означает для нас, учеников А. А., эта смерть, говорить не нужно. Мы чувствуем: свершилась ужасная, непоправимая вещь. Исчез из жизни большой элемент красоты, смысла и добра. До некоторой степени заполнить образовавшееся в душе пустое место мы можем лишь работая по мере сил и компетентности над дальнейшим осуществлением основных стремлений Александра Александровича, – над развитием или над применением тех методов, которые он разрабатывал, над использованием в практике его теоретических достижений. Это наш долг перед памятью его. Но этот долг перед памятью А. А. лежит и на широких кругах русских статистиков и экономистов. Усвоением и практическим применением разрабатывавшихся А. А. методов современной теории статистики они воздвигнут лучший памятник своему так рано ушедшему учителю.

Примечания

1. Эти науки восприняли статистический метод на несколько десятилетий раньше, притом астрономия – без всякого *даже*.

2. Следовало сказать гораздо определеннее: ввиду плохо обоснованных утверждений Кетле стало необходимо количественно проверять, действительно ли данное явление устойчиво.

3. Но была ли какая-нибудь польза от этого?

4. Роль случайности автор явно недооценивал.

5. Метод математических ожиданий автор понимает просто как их применение, например в неравенстве Бьенеме – Чебышева.

6. Я говорю *с некоторыми оговорками,* так как пути нарушения независимости могут быть весьма сложны. Вопрос не так прост, как кажется на первый взгляд. *Кон*

7. Сказанное относится, собственно, к одному виду коэффициента дисперсии (в данном случае наиболее для нас интересному), приноровленному к случаю, когда никакие априорные величины, относящиеся к данному явлению, и, в частности, основная вероятность явления, нам неизвестны. *Кон*

8. Чуть выше автор применил другой, видимо менее удачный термин.

9. См. переписку Маркова и Чупрова за 1916 г. (Ондар 1977).

10. Это же выражение Чупров использовал в письме № 151 1921 г. Борткевичу.

11. Когда математическое ожидание величины не остается неизменным от испытания к испытанию, роль его переходит к средней арифметической из всех математических ожиданий. *Кон*

12. Случайной переменной А. А. называет переменную величину, могущую принимать ряд числовых значений, причем каждому из этих значений соответствует определенная вероятность. *Кон*. Это замечание следовало сделать намного раньше.

13. На самом деле у Чупрова совсем не было времени всерьез изучить эту тему, см. его Письмо № 124 1913 г. Борткевичу, да и переработанный немецкий текст (1922/44) также недостаточно основателен.

14. То же Чупров сообщил в письме Н. С. Четверикову в 1922 г. (Шейнин 1990, с. 20).

15. См. Письмо Чупрова Борткевичу № 195 1925 г. и Прим. 195.2.

16. Чупров целую неделю подготавливал Кона к этим экзаменам, которые тот сдал “блестяще” (Шейнин 1990, с. 20).

XIV. О. Андерсон

Памяти профессора А. А. Чупрова (младшего)

O. Anderson, Zum Gedächtnis an Professor A. A. Tschuprow (junior)

[1926]. *Ausgewählte Schriften*, Bd. 1. Tübingen, 1963, pp. 28 – 38[1]

1. 19-го апреля, в возрасте 53 лет[2], после тяжелой полугодовой сердечной болезни в Женеве скончался профессор Александр Александрович Чупров. Его смерть, наступившая при полном расцвете его умственных сил, это тяжелый удар не только для *русской статистической школы*, но для всей статистической науки как таковой, в которой покойный занимал одно из первых мест наряду с Карлом Пирсоном и Л. Борткиевичем.

2. Биография А. А. Чупрова не особенно богата внешними событиями и может быть обрисована в немногих словах. А. А. Чупров-младший, единственный сын известного московского профессора политэкономии и статистики, вначале получил блестящее образование в родительском доме и затем сравнительно недолго учился в старших классах гимназии. Несмотря на то, что его основной научный интерес относился к обществоведению, он поступил на математический факультет Московского университета и именно по убеждению, что общественные явления следует изучать при помощи статистического метода, который, однако, требует более глубокого философского и прежде всего математического обоснования.

После блестящего окончания университета, А. А. Ч.[3] выезжает заграницу для усовершенствования своего экономического и философского образования, вначале в Берлин, а затем в Страсбург к профессору Кнаппу. Здесь он защитил диссертацию (1902/5), которая сразу же обратила на него внимание специалистов. Затем он выдержал экзамен на степень русского магистра политэкономии и статистики в Москве. Осенью того же 1902 года юный магистр стал доцентом статистики на экономическом отделении только что открывшегося Петербургского политехнического института. Таким образом, он с первых дней Института принял деятельное участие в жизни этого поистине замечательного учебного заведения, любимого детища графа С. Ю. Витте.

В 1909 г. А. А. Ч. опубликовал свою известную диссертацию, *Очерки*. Первое издание тиражом 1200 экземпляров было распродано менее, чем за год, и, что было некоторой редкостью для научной работы, уже в течение 1910 г. потребовался новый, еще больший тираж. 2 декабря 1909 г. А. А. Ч. блестяще защищает свою диссертацию при ее открытом обсуждении в Московском университете и, что в российских условиях было еще более редкостным, [юридический] факультет сразу же, минуя магистерскую степень, присуждает ему степень (российского) доктора политэкономии и статистики. После этого А. А. Ч. тут же стал ординарным профессором Петербургского политехнического института и всеобще признанным главой научного направления. Круг его последователей и почитателей ширился ежегодно. Возле него собралась группа его близких учеников и таким образом образовалась так называемая *школа А. А. Чупрова*.

Война и революция положили конец этому развитию событий, а в 1917 г. Чупров эмигрировал из России. Некоторые небольшие сбережения позволили ему, ведя исключительно скромный образ жизни, несколько лет более или менее хорошо ли, плохо ли, прожить в качестве независимого ученого, вначале в Стокгольме, затем в Дрездене. Эти годы были для А. А. Ч. периодом совершенно необычных творческих успехов, но они же, вероятно, в конце концов подорвали его всегда бывшее неустойчивым здоровье. Через кратчайшие промежутки времени выходили в свет замечательные монографии А. А. Ч., – в Лондоне, в журнале К. Пирсона *Biometrika*, в журнале лондонского Королевского статистического общества, в журнале Джини *Metron* в Падуа, в скандинавских *Nordisk Statistisk Tidskrift* и *Skandinavisk Aktuaietidskrift*, в пражских русских научных публикациях [*Русский экономический сборник* и *Экономический вестник*] С. Прокоповича, в *Трудах русских ученых за границей* [в Берлине] и проч.

3. Кроме того, в конце 1925 г. в издательстве Тойбнер в Лейпциге вышла целая книга А. А. Ч. (1925/55), которая принесла ему широкую международную славу. И ему, члену-корреспонденту Петербургской [Петроградской] академии наук и долголетнему члену Международного статистического института, выпала особо редкая для не-англичанина честь быть избранным почетным членом лондонского Королевского статистического общества.

4. Летом 1925 г. личные сбережения А. А. Ч. в конце концов истощились, и он решил принять профессорскую должность в каком-либо университете вне Германии. Осло (Христиания), Гейдельберг [в Германии], Прага, Рига и даже Советский Союз предложили ему кафедры. Его выбор пал на Прагу и представляется, что это решение оказалось неудачным: некоторая бюрократическая волокита и трудности опасным образом взволновали ослабленное сердце А. А. Ч. Это, а возможно [и] перенапряжение от работы, вызвали первые приступы пагубной болезни. В середине августа того же года он написал мне[4]:

Последние недели я чувствую себя крайне скверно. Острая бессонница совсем измотала меня. Голова не хочет соображать, и на попытки заставить ее работать она отвечает приливами крови и повышением температуры до 38° и более. Как нарочно, накопилось много работы. Тойбнер, наконец, решительно начал *печатать мою книгу, так что три последние недели я был завален корректурами. Я очень мечтаю об отпуске в надежде снова войти в нормальную колею.*

Из Праги А. А. Ч. поехал на юг, в свою любимую Италию, но и юг не принес ему никакого облегчения. В конце декабря, уже совсем больному, ему удалось добраться до Женевы. Кардиологи признали его состояние безнадежным и утром 19 апреля пришел конец: А. А. Ч. умер во сне.

5. Научные работы А. А. Ч. особо многочисленны, даже если принимать во внимание лишь то, что он сам отдал в печать. И столько же, если не больше, содержится в его записях и рукописях. Следует надеяться, что они еще будут приведены в порядок и опубликованы. А. А. Ч. работал, по его собственным словам, в основном "на границе между статистикой, математической теорией вероятностей и логикой", но неизменно предпринимал более или менее далекие вылазки во все стороны от этих границ. В начале своей научной деятельности эти уклонения чаще всего уводили его в область логики и философии, но в конце сильнее всего его склоняло к теории вероятностей и вообще математике. Как он сам признавался, занятия математикой заставили его забыть всё то, что раньше печалило его.

6. Основная цель научных работ А. А. Ч. состояла в построении единой научной системы, охватывающей всю теорию массовых явлений и объединяющей в более возвышенном единстве различные направления, нередко враждующие лишь ввиду неверных представлений друг о друге: англосаксонское направление Гальтона – Пирсона, континентальное Лексиса – Борткиевича, и философское направление, связанное с именами Виндельбанда и Риккерта, и проч.[5] Именно поэтому он посвятил свои *Очерки* более глубокому философскому обоснованию статистического метода, а затем сразу же начал рассматривать все его основные приемы.

Теория устойчивости статистических рядов, блестяще описанная им для широкого круга читателей (и в то же время углубленная) еще в *Очерках*, была затем развита далее и логически завершена в нескольких монографиях, которые А. А. Ч. опубликовал в последние годы. В этой связи он вывел множество новых, и нередко весьма ценных, формул, поставил и успешно решил ряд тяжелейших проблем теории вероятностей, как, например, о математическом ожидании частного двух переменных, или о *моментах распределения*[6], и т. д. Окончательные следствия А. А. Ч. в некотором отношении необычно потрясающи и сильно изменяют всеобще принятое учение Лексиса с его знаменитым коэффициентом дисперсии, от которого теперь, по правде сказать, осталось совсем немного. Чупров равным образом подробно и глубоко исследует проблему стохастической связи и его отличия от функциональных отношений, или, менее точно, но поэтому более понятным образом, – вопрос о соотношении двух статистических рядов и выяснении их взаимных связей.

7. Здесь А. А. Ч. удалось в нескольких (иногда в математическом смысле исключительно трудных, но потому и особо интересных) монографиях, которые завершились его книгой (1925/55), объединить корреляционную теорию Пирсона со взглядами континентальных математических статистиков. Эти последние до тех пор относились скептически, если не полностью отрицательно, к до некоторой степени запутанным и не всегда строго доказанным математическим рассуждениям английской школы. А. А. Ч. углубил, обогатил и уточнил их учение таким образом, что даже Л. Борткиевич, который вовсе не является приверженцем Пирсона и его школы, усмотрел в заключительном труде А. А. Ч. непосредственное дополнение и завершение его *Очерков*[7].

Мы кроме того благодарны А. А. Ч. за глубокие исследования других вопросов статистической методологии, частично первостепенной значимости. Я здесь припомню лишь, к примеру, весьма важное для практических работников теорию выборочных обследований, некоторые задачи страховой статистики, теорию исчисления смертности, проблему соотношения полов у новорожденных. А. А. Ч. не был чужд и некоторым чисто экономическим темам, которыми он, однако, занимался лишь между прочим. Есть лишь один вопрос, который он, насколько мне известно, никогда не затрагивал в своих опубликованных трудах, хотя и интересовался им. Это – теория разложения сложных экономических рядов на свои составляющие. Рискну, имея все основания предполагать, хоть и без уверенности в этом, что причиной такой сдержанности с его стороны была явная деликатность в научных отношениях. Двое из его учеников, в том числе и пишущий эти строки, выбрали этот вопрос темой своих исследований[8], и А. А. Ч., видимо, не хотел своим нежелательным появлением прервать их созревающую научную работу.

8. В трудах А. А. Ч. прежде всего подчеркнуты кристальная ясность и стройность мысли, связанные с необычно обширно наработанными познаниями. Он чувствовал себя как дома в одинаковой степени в философии и в точном естествознании, в экономике или в теоретической или прикладной статистике (которую он, впрочем, не любил, хотя и вполне уважал). Благодаря своей исключительной способности к научной работе, он легко усваивал каждую область человеческого познания, которая по той или иной причине возбуждала его интерес.

Известно, что в своей работе о крупных деятелях прославленный Освальд разделил всех ученых на два совершенно различных, но равноценных типа, – на классиков и романтиков. А. А. Ч. без сомнения принадлежал к первым (и также без сомнений ко вторым принадлежал, например, П. Б. Струве). Как бы необычно это ни могло показаться, А. А. Ч., несмотря на свое исключительное дарование, работал очень медленно. Он годами обдумывал каждую свою научную идею и перепроверял ее со всех сторон, анализировал всеми возможными способами. Недозревшие и недодуманные, пусть даже плодотворные мысли, которые нередко типичны именно для *романтиков*, А. А. Ч. терпеть не мог ни у себя, ни у других, и особенно упорно искоренял их у своих учеников. По его собственным словам, он чувствовал отвращение к "смешиванию различных стилей" и необычно строго относился к печатному слову.

От каждого автора он требовал четкого представления о том, что и для кого он пишет. У самого себя А. А. Ч. допускал только два стиля: либо научно-популярный, типа своих *Очерков*, доступный каждому образованному читателю и отличающийся своим изяществом, либо же сжатое описание результатов своих собственных исследований (в основном математического характера), понятное лишь специалистам, но также представляющее собой лакомство особого рода, удивляющее всех *посвященных* своей логической ясностью, последовательностью и совершенством.

Монография подобного рода о *моментах распределения* заставила даже гордого англичанина, Карла Пирсона, опубликовать в своей *Биометрике* редакционную статью [1919] под многозначительным заглавием *Peccavimus* (Мы провинились). Работа А. А. Ч. такого же рода о коэффициенте дисперсии вдохновила Дж. М. Кейнса (1921/1973, с. 430, см. также с. 381), который даже заявил, что из трудов немецких и русских математических статистиков только его статьи могут своей формой доставить читателям художественное наслаждение.

Насколько добросовестно А. А. Ч. подготавливал свои публикации видно из того, что две трети основного содержания его *Очерков*, в чем я смог сам лично убедиться, содержатся в его московской студенческой диссертации (1896/1), написанной по меньшей мере десять лет ранее. С важной частью содержания его последней монографии о теории корреляции (1925/55) мы, его ученики, ознакомились уже по его лекциям 1910 г. С другой стороны, примечательный учебный курс о страховой статистике, о котором А. А. Ч. сообщил мне еще несколько лет назад, что он был уже почти готов к публикации, до сего дня не появился в печати. И его блестящие лекции по общей теории статистики, которые он ежегодно читал в Петербургском политехническом институте с 1902 по 1907 гг. и постоянно расширял и совершенствовал, не опубликованы. Одно лишь их появление вероятно поставило бы А. А. Ч. на первое место среди всех современных теоретиков нашей науки. Насколько я могу судить, ему потребовалось бы еще 10 лет для окончательной подготовки к печати своих начатых и в основном уже завершенных работ. Было бы просто преступлением, если те, в чьи руки теперь перешли рукописи покойного, не соберут и не опубликуют его литературное наследие. Пусть их форма не будет столь совершенна, какой она оказалась бы при живом А. А. Ч., важно, тем не менее, чтобы суть его творческих мыслей не пропала.

9. Несмотря на планомерность своей научной работы и жесткие рамки, которые он здесь установил для себя, А. А. Ч. вовсе не походил на тех сухих немецких *ученых*, которые замыкались в узкие границы своей области. Напротив, он всегда был радостным, дружелюбным и привлекательным собеседником (по крайней мере для избранных им) и круг его интересов был необычно широк, и столь же необыкновенно широко простиралась его осведомленность обо всех областях человеческого познания.

Будучи одним из руководителей *профессорской* газеты *Русские ведомости*[9], А. А. Ч. внимательно следил за политической и экономической жизнью России и нередко сам писал содержательные статьи. Насколько могу вспомнить, своим ученикам он об этой своей работе никогда не говорил, потому что тщательно отделял область общественной деятельности своей личности от круга трудов крупного ученого.

А. А. Ч. поистине очень интересовался музыкой и художественной литературой (известно, что именно он первым в России *открыл* испанца Бласко Ибаньеса), и мы даже подозревали, что он сам втайне сочинял стихи, хотя не знаю, правда ли это или нет[10]. Во всяком случае, я отвечал за приобретение литературы для большой библиотеки статистическо-экономического кабинета А. А. Ч. и поэтому постоянно имел дело с книжными магазинами и букинистами и очень часто разыскивал для него редкие издания классиков, например, Пушкина, которого он особенно любил. Однажды я даже купил для него книгу А. Белого *Символизм* [Сборник статей, 1910] и получил от него должное порицание за недостаточно уважительное мнение об этом труде, в котором я в то время нашел мало толку.

10. Когда мы видели, как этот бородатый и статный человек с гладко зачесанными на правую сторону широкого лба светлыми волосами доброжелательно посматривал сквозь очки на аудиторию, когда слышали его радостный смех, которым он часто прерывал свои слова, и его образцово льющийся и прекрасно звучащий московский говорок, иногда сопровождаемый веселой шуткой, а затем неизменным шумным и веселым откликом громадной аудитории, – мы, студенты, думали, что перед нами на редкость крепкого здоровья врожденный оратор, которому божьей милостью удается читать лекции без всякого напряжения.

На самом же деле эти лекции доставляли ему много забот, а его здоровье всегда было весьма неустойчивым. Лишь через несколько лет я понял, сколько труда и нервов должна было стоить ему подготовка лекций и насколько его утомляли даже их 3 – 4 недельных часа. А. А. Ч. сам признался мне, что в первые годы своей преподавательской деятельности он чувствовал себя после одночасовой лекции совершенно разбитым и должен был целый день отдыхать на диване и что нередко помышлял, не следует ли ему вообще отказаться от преподавания. Каждое публичное выступление глубоко волновало его, и были случаи, когда этот вообще-то великолепный оратор, находясь в обычном окружении своей аудитории, просто зачитывал свою тщательно разработанную в письменном виде речь. И ясно, что подобный неустойчивый и нервный организм, который в нормальной обстановке прожил бы возможно еще десятилетия, должен был быстро выгореть в жестких и неумолимых условиях жизни профессора-эмигранта.

11. А. А. Ч. был человеком исключительной доброты и сердечности. Каждый, кто обращался к нему за советом или помощью в каком-либо личном деле, мог рассчитывать на внимательное и дружественное соучастие. Для своих учеников и вообще для всех тех, кого он считал ученым или хотя бы начинающим ученым, ему буквально не было жалко ни времени, ни сил[11], и здесь он не знал ни симпатий, ни антипатий. Я, например, вспоминаю, как он поддержал студента по фамилии Кушин [Кущин?], помог ему устроиться на работу и избавил от вполне обоснованных, как надо добавить, полицейских обвинений, хотя этот самый Кушин чуть раньше во время нашей глупой студенческой забастовки возглавил группу крикунов, которая *сместила* А. А. Ч. с кафедры и притом без всякого стыда поносила его. Я также помню его не изменившееся благожелательное отношение ко мне самому, хотя я с ним дважды крайне резко поспорил по поводу его, как мне в то время казалось, слишком строгих научных требований.

12. Среди прочего, вспоминаю, что А. А. Ч., который в своем родительском доме встречался со многими болгарами и хорошо знал и любил Болгарию, побудил меня принять пришедшее мне приглашение занять кафедру в Высшем коммерческом училище в Варне[12]. Письмо, в котором он высказал свою веру в будущее этой страны и посоветовал мне не доверять неблагоприятной молве о Болгарии, я храню до сих пор. И еще я вспоминаю, что А. А. Ч. в качестве специалиста был очень высокого мнения об официальной болгарской статистике и решил, что Генеральная дирекция статистики под руководством К. Попова вполне достигла западноевропейского уровня.

13. В мое время, т. е. между 1907 и 1915 гг., на экономическом отделении Петербургского политехнического института преподавали лучшие силы России. Среди наших профессоров были М. М. Ковалевский, Н. И. Киреев, П. Б. Струве, М. И. Туган-Барановский, академик М. А. Дьяконов, Ю. С. Гамбаров, И. И. Иванюков, А. С. Посников, Б. Э. Нольде, Б. М. Гессен и много других первоклассных ученых и лекторов. И всё же редко у кого из них продолжительное время сохранялись так хорошо заполненные аудитории, как у А. А. Ч.

Я думаю, что никого из профессоров, быть может за исключением П. Б. Струве, студенты не любили так, как его. Почти все экономисты Института прошли через его аудиторию, а значительная их часть оставалась с ним в связи со своими собственными научными работами или заседаниями факультативного семинара для специалистов, или посещала его квартиру на четвертом этаже профессорского дома или в великолепном помещении нашего *статистическо-экономического кабинета*. По этой причине еще и сегодня так много бывших политехников признают себя учениками этого *сухого* и к тому же преданного *математической* статистике учителя!

Учеников в строгом смысле слова у него, однако, всегда было немного. Он отбирал их очень осторожно, в основном из круга тех, которые уже имели определенное математическое образование или были готовы всерьез изучать высшую математику. А. А. Ч. был аскетически строг к своим собственным научным работам и неумолимо требователен к работе своих учеников и в этом отношении было совсем не легко удовлетворить его. Но он никогда не посягал на нашу научную свободу и не требовал никакой научной деятельности по заранее предписанному плану.

И было просто несчастьем, если какая-либо диссертация на статистическую тему должна была быть по решению Совета напечатана за счет института. Не обращая внимания ни на свое собственное время, ни на время других, А. А. Ч. принуждал бедного автора несколько раз переписывать свою работу, причем исправлял и обсуждал не только ее общее построение и манеру представления, но буквально каждую мысль и каждую фразу. Мало того, он лично просматривал все корректуры от начала до конца и вносил окончательную правку. Я припоминаю, что однажды застал А. А. Ч. в его рабочем кабинете в жарком споре со своей любимой ученицей М. М. Виноградовой (которая вскоре после революции очень рано умерла от тифа) о том, не должна ли одна-единственная цифра 8 быть напечатана тем же шрифтом, что и весь текст, а потому заменена соответствующей литерой. Я также был привлечен к обсуждению этой проблемы, которую в конце концов вряд ли можно было решить без лупы[13]. С другой стороны, каждый, прошедший разок через подобное испытание, усваивал на всю жизнь привычку к точной и серьезной научной работе и сохранял чувство глубокого уважения к своему непоколебимому и самоотверженному учителю.

14. Многие из нас, бывших учеников и почитателей А. А. Ч., находятся сегодня на той или иной стороне пропасти, которая разделяет советскую и антисоветскую России. Мы сильно ожесточились и серьезное не понимаем друг друга, но я думаю, что все мы, белые и красные, объединены сейчас общим чувством глубокого траура по преждевременной смерти нашего уважаемого учителя, который покинул нас в полном расцвете своих умственных сил, не завершив и половины того, что он мог и должен был бы закончить.

Вместе с нами скорбит весь ученый мир.

Примечания

1. Перевод выполнен сыном автора, Оскаром Андерсоном-младшим, из *Архив за стопанска и социална политика*, 2-й год, № 3, 1926. Этого болгарского источника мы не видели.

2. Явная ошибка: умер в возрасте 52 лет.

3. Андерсон почти во всех случаях писал полностью: А. А. Чупров.

4. Примерно в то же время аналогичные письма получили Н. С. Четвериков (Шейнин 1990, с. 15 – 16) и Борткевич (Письма №№ 207 – 209).

5. Что могло означать *и проч.*?

6. Андерсон, наверное, имел в виду изучение законов распределения по моментам.

7. Андерсон, возможно, ссылался на утерянные с тех пор письма от Борткевича.

8. Разложение рядов исследовал и Н. С. Четвериков, хотя быть может только после окончания института (Манелля 1998, с. 95).

9. Список газетных публикаций Чупрова см. Шейнин (1990, с. 131 – 134). На его руководящее положение в *Русских ведомостях* никто кроме Андерсона не указывал.

10. Одно из стихотворений Чупрова 1893 г. см. в брошюре Елисеева и др. (1996, с. 62; публикация А. Л. Дмитриева).

11. Уже в 1922 г. Чупров "провозился […] добрых две недели" с рукописью Андерсона, после чего тот "пришел в полное уныние" (письмо Н. С. Четверикову того же года; Шейнин 1990, с. 52).

12. Знал ли Андерсон, что именно Чупрову *удалось устроить* его в Варну (письмо Н. С. Четверикову 1924 г.; Шейнин 1990, с. 51)?

13. Позволим себе утверждать, что в описанном случае Чупров проявил излишнюю дотошность.

XV. Н. С. Четвериков

А. А. Чупров, 1874 – 1926

N. S. Tschetwerikoff, Al. A. Tschuproff, 1874 – 1926

Metron, t. 6, No. 3 – 4, 1926, pp. 315 – 320

[1] Профессор А. А. Чупров умер в Женеве 19 апреля 1926 г. Он был наиболее известным исследователем в области теоретической статистики и внес серьезный вклад в развитие этой науки. Наделенный глубокой способностью критиковать и синтезировать, он разработал восхитительный план теоретической структуры, в которой английская, немецкая и русская школы соединились бы органическими связями.

А. А. Чупров родился 18 февраля 1874 г. в семье одного из наиболее известных профессоров и политиков, А. И. Чупрова. Его отец, человек высокой культуры и один из наиболее знаменитых ученых, был создателем земской статистики. На своих детей он оказывал очень сильное влияние, и связи, которые соединяли его с сыном, еще более упрочились во время обучения А. А. Ч. в университете, когда к его личному авторитету присоединились общие научные интересы. Именно отцовскому влиянию следует приписать любовь к действительной жизни и утонченную и проницательную склонность к конкретным фактам, которые передаются школой А. А. Ч.

А. А. Чупров получил свое первоначальное образование в отцовском доме, где он занимался вместе со своими сестрами и многими товарищами. Его учителем древних языков (к которым А. А. Ч. был особенно способен) был Н. В. Сперанский, производивший на своего ученика и друга неизгладимое влияние, сравнимое лишь с отцовским, или с воздействием старшей сестры [Ольги]. Сперанский воспитал в А. А. Ч. проницательность, равно как точность мышления и его передачи, которые составляют столь заметную черту всех его научных трудов.

А. А. Чупров поступил в гимназию довольно поздно, в возрасте 14 лет, и учился в ней четыре года. Преподаватели в реакционной школе той эпохи были очень неважные, а косная система обучения не могла ничего дать развитому не по годам А. А. Ч. В гимназии он начал заниматься логикой, изучал труды Милля и Джевонса и углубленно обдумывал возможность приложения математики к исследованию социальных явлений.

[2] Он уже тогда представлял себе значение теории вероятностей как основы статистических методов и поступил на математический факультет Московского университета, имея перед собой полностью определенный план занятий. Работа, выбранная А. А. Ч. для получения степени бакалавра, называлась *Математические основания теории статистики,* и он представил ее профессору П. А. Некрасову, которому в то время был поручен курс теории вероятностей. Работа была объемиста и свидетельствовала о широких познаниях молодого ученого. Вместе с тем, мы не можем сказать ничего о каком-то влиянии П. А. Некрасова: он интересовался математической частью сочинения, тогда как А. А. Ч. ставил на первое место логику и точные основания для приложения теории вероятностей к статистической методологии[1].

Закончив обучение в университете в 1896 г., А. А. Ч. выехал в Германию, вначале в Берлин, а затем на летний семестр и на последующий год в Страсбург. За рубежом он посвятил себя изучению политэкономии, но не прекратил заниматься логикой и статистикой. В Берлине он познакомился с Л. фон Борткиевичем, с которым с тех пор неизменно поддерживал наилучшие дружеские отношения. Из Берлина А. А. Ч. поехал в Гёттинген навестить Борткиевича, который подробно проанализировал идеи, изложенные тем в своей университетской работе, и особо интересовавшие его. Там же А. А. Ч. встретился с В. Лексисом, который оказал весьма заметное влияние на научную работу русского статистика.

В 1897 г. А. А. Чупров составил и опубликовал свою первую научную работу (1897/2). В ней он четко поставил задачу разработки достаточно гибких и глубоких математических методов для верной оценки явлений социальной жизни. В Страсбурге А. А. Ч. вел уединенный образ жизни, посвященной научным исследованиям (он составлял диссертацию (1902/5), имея в виду получить степень доктора), прерываемую краткими походами в горы Шварцвальда с многочисленными друзьями и в Северную Италию, чтобы повидаться со своими родителями и прежде всего с горячо любимым отцом, который не переставал быть его опорой в жизни и трудах. В Италии А. А. Ч. особенно любил посещать отдаленные деревушки, чтобы осматривать памятники итальянского искусства, совершеннейшим знатоком которого он был.

[3] В Страсбурге А. А. Ч. работал в семинаре Борткиевича, но основное внимание он направил на свою диссертацию (1902/5) и на семинар Г. Кнаппа. Именно Кнаппа мы должны признать истинным наставником А. А. Чупрова. Несмотря на застенчивость и замкнутость характера своего русского ученика, он испытывал к нему живую привязанность. А. А. Ч. старательно пересмотрел свою докторскую диссертацию совместно с Кнаппом, и возможно, что именно ему больше, чем кому-либо иному, он обязан успехом своих последующих *Очерков*. Стиль и структура этого сочинения чудесно удались, и потому оно оказалось понятным каждому статистику, несмотря на всю сложность содержания и трудности, присущие рассматриваемым в нем проблемам.

Выдержав в 1901 г. экзамены на получение докторской степени в Страсбурге и опубликовав свою диссертацию, А. А. Ч. выдержал экзамены и на степень магистра в России, на факультете права в Московском университете, и осенью 1902 г. переехал в Петербург, куда его пригласили доцентом статистики в только что открывшийся Политехнический институт, – в первую в то время в России высшую школу нового типа. Она имела в своем составе не только технические, но и экономический факультет широкого, как было задумано, профиля. Его организация была доверена группе профессоров, приверженцев демократического либерализма, обладающих громкой научной славой.

Тем не менее, А. А. Ч., ввиду своей юношеской энергии и ясному и живому разуму, смог сыграть здесь весьма важную роль. Нелегко было бы дать отчет о всей работе, порой очень тяжелой, которую А. А. Ч. пришлось проделать для организации системы обучения. Необходимо было включить в нее не только лекции, но и весьма серьезные практические занятия со студентами и создать статистический кабинет со специальной библиотекой (совершенно исключительной ценности). И в то же время надо было успевать участвовать в различных комиссиях и заседаниях факультета, во всех делах, требовавших избрания, приглашения и рекомендации новых профессоров. Личные отношения со студентами, которым А. А. Ч. часто посвящал свои вечера, радовали и потому вознаграждали его за преподавательский труд: он оказывался свидетелем быстрого продвига своей новой обдуманной и усидчивой работы и увлекался ей.

Несколько позже, когда оказалось возможным передать часть работы приглашенным преподавателям, А. А. Ч. начал посвящать свою энергию выполнению более обширного плана обучения. Он объявил специальный курс для студентов последних семестров и организовал занятия в семинарах. Там его *школа* смогла развиваться, а достаточно подготовленные студенты получали возможность привыкнуть к научным исследованиям, которые они выполняли под руководством своего наставника, неизменно преисполненного заботой о них и вниманием к ним.

[4] Зимой 1909 г. [1908 г.] А. А. Ч. представил Московскому университету свою магистерскую диссертацию, – *Очерки*. Университет так высоко оценил ее, что присудил автору наивысшую российскую научную степень доктора. *Очерки* имели громкий успех и менее чем через год вышли в свет вторым изданием. Они содержали главы, относящиеся к теории познания (роль статистики в системе наук Риккерта); проблемам логики (понятие случайности, критика методов индукции и их отношение к методам статистики) и к математике (принципы теории вероятностей, теория дисперсии Лексиса – Борткиевича). Автор не ограничился обзором многочисленных трудов, рассматривающих проблемы в области логики и статистики, а подверг их независимому и очень глубокому анализу. Большой интерес, который испытывали русские земские статистики и университеты к теоретическим вопросам статистики, в большой степени был вызван *Очерками* А. А. Чупрова.

В течение этих лет А. А. Ч. усердно изучал исследования английских статистиков Эджворта и Пирсона. С другой стороны, работы русских математиков, Чебышева и Маркова, которые следовали традициям, идущим от французского статистика Бьенеме, склоняли А. А. Ч. к созданию строгого логического и математического обоснования понятий школы Пирсона. В то же время он продолжал изучать проблемы стабильности статистических рядов, основываясь на трудах французских, немецких и итальянских авторов.

В 1913 г. А. А. Чупров прочел доклад на торжественной сессии Академии наук по случаю двухсотлетия закона больших чисел. В нем статистика виделась как фундамент научного взгляда и для социальных исследований, и в области естественных наук. В 1916 г. А. А. Чупров публикует свой первый математический труд (1916/32), в котором рассмотрел вопрос о математическом ожидании коэффициента дисперсии. Метод математических ожиданий он приложил таким образом, который можно назвать поистине великолепным.

[5] В этот период своей жизни А. А. Ч. вступил в оживленную переписку с академиком А. А. Марковым, который не замедлил сообщить ему, как следует углубленно и строго логически исследовать проблемы статистики и теории вероятностей. В свою очередь, А. А. Чупров постарался заинтересовать А. А. Маркова исследованиями Пирсона, к которому тот испытывал явное недоверие.

В те годы А. А. Чупров уже разработал в основных чертах главные проблемы теоретической статистики (область приложения теории дисперсии и метода моментов), но их публикацию отложил на более позднее время. В мае 1917 г. А. А. Ч., следуя своей привычке, отправился заграницу на летние каникулы, чтобы прилежно поработать там в библиотеках. Тем не менее, ввиду обстоятельств, крайне неблагоприятных для педагогической и научной работы, ему не суждено было вернуться.

В это время А. А. Чупров был уже членом-корреспондентом Королевского экономического общества в Лондоне[2], членом-корреспондентом Имп. Академии наук в России и членом Международного статистического института, в сессии которого он принял деятельное участие: в 1913 г. он представил там доклад (1916/29) большого научного значения.

Проведя три года в Стокгольме и Осло, А. А. Чупров переехал в Германию и отправился в Дрезден, чтобы проводить там спокойную и уединенную жизнь и посвятить себя одной лишь научной работе. Тем не менее, ему приходилось время от времени прерывать свое отрешенное существование, либо чтобы взяться за какую-нибудь иную работу для добывания средств[3], либо ввиду приезда кого-либо из своих учеников или коллег, либо, наконец, для отъезда на конференции или, изредка, для чтения курса лекций.

Во время своего пребывания за рубежом А. А. Ч. занимался решением важной проблемы, возникшей у него еще в Петербурге, а именно осуществлением синтеза идей немецкой и английской школ своими статьями в *Skandinavisk Aktuarietiedskrift*, *Biometrika* и *Metron.*

[6] Большое число методов, применяемых английскими статистиками, требовало прочного основания с точки зрения логики и математики. Предприняв разработку теории дисперсии, А. А. Ч. убедился в необходимости исследовать условия неизменности закона распределения случайной переменной и независимости испытаний в методах моментов и корреляции. Это дало бы указания о возможности приспособления методов статистики к различным условиям работы исследователя-практика. А. А. Чупров не ограничился изучением проблем теоретической статистики; он заботился и о том, чтобы результаты его трудов стали известны статистикам. В 1923 г. он прочел доклад Союзу страховых математиков в Лейпциге[4], а в 1924 г., во время поездки в Данию и Норвегию, и он сам, и его лекции были восторженно приняты скандинавскими статистиками.

Эта поездка была быть может одним из самых счастливых эпизодов в жизни А. А. Ч., который стал там свидетелем тесных связей, возникших между его работой и общим развитием научных идей в теории статистики. Выводы из этих научных поездок и лекций он описал в форме, понятной широкому кругу читателей в ряде статей, опубликованных в *Nordisk Statistisk Tidskrift* и *Вестнике статистики*, равно как и в более подробном сочинении о теории корреляции (1925/55).

Изучая метод математических ожиданий, А. А. Ч. старательно занялся проблемой больших чисел. Его статья (1921/39) послужила, так сказать, предисловием к обзору (1925/56), который был его достойным ответом на получение почетного членства в Королевском статистическом обществе.

[7] В начале 1925 г. А. А. Чупров принял приглашение переехать в Прагу, частично чтобы обеспечить себе более надежный источник существования за счет своей работы, но также желая возобновить свою преподавательскую деятельность. Однако, условия жизни в Праге оказались для него неблагоприятными и подорвали его здоровье, всегда бывшее хрупким. Еще до своей поездки в Рим на сессию Международного статистического института А. А. Ч. перенес приступ сердечного заболевания, и после окончания сессии ему пришлось лечь в одну из римских клиник. Долгое время медицинские обследования не могли определить характер болезни. С целью создать наилучшую обстановку для больного, который больше всего нуждался в покое, врачи согласились на его отъезд в Женеву, где его ближайший друг К. Н. Гулькевич нежно и старательно заботился о нем. Но, несмотря на все усилия, развитие заболевания нельзя было приостановить, и через девять месяцев А. А. Чупров поддался ему. История предоставляет нам лишь немного примеров цельной жизни, прожитой столь правильным образом и полностью посвященной поклонению науке.

Примечания

1. Это утверждение можно уточнить (Шейнин 1990, с. 79 – 83). Первую часть своей работы Чупров озаглавил *Логика вероятности*, и только в ней имеются карандашные записи на полях, сделанных, видимо, Некрасовым. Одна из них упрекала автора в излишнем философском крене, в другом случае указывала, что Милль и Кант (на которых ссылался Чупров) "не лучше, а хуже Аристотеля, Платона, Декарта, Лейбница …" Математическую часть работы Некрасов вряд ли рассматривал, хотя далеко не всё было в ней гладко.

2. Членов-корреспондентов это Общество не имело. Чупров стал *корреспондентом по России* и мог вступить в Общество, но по всей видимости не захотел (Шейнин 1990, с. 18 – 19).

3. Это неточно: по крайней мере скандинавские журналы платили гонорары за все статьи и рецензии, что усматривается из переписки Чупрова и Борткевича.

4. О предстоявшем в 1922-м (а не 1923-м) году докладе в Лейпциге Чупров сообщил Борткевичу в Письме № 175 1922 г.

XVI. Е. Е. Слуцкий

А. А. Чупров

Eugen Slutsky, Al. A. Tschuprow

Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik,
Bd. 6, 1926, pp. 337 – 338

19 апреля с. г. в Женеве, после тяжелой и продолжительной болезни сердца, в возрасте 52 лет умер Александр Александрович Чупров. Статистическая наука потеряла в нем теоретика первейшего ранга, человека, который поставил целью своей жизни основательно переработать логические и теоретико-вероятностные основы статистики.

Насколько рано А. А. Чупров понял свою научную цель доказывается тем, что в возрасте 18 лет он поступил на математический факультет Московского университета с полностью определенным намерением предварительно овладеть математикой, а затем приложить ее к социальным наукам. После окончания математического факультета он изучал социальные науки в Берлине и Страсбурге, в основном у Л. фон Борткиевича и Г. Кнаппа. Первый помогал молодому ученому, который уже в своей московской диссертации разработал многие из своих позднейших мыслей о более глубоком проникновении в тогда еще новое лексисово направление. Школе Кнаппа Чупров обязан завершению своего умения усваивать факты.

Уже в 1902 г. началась его преподавательская деятельность на кафедре статистики экономического факультета только лишь основанного Петербургского политехнического института, и продлилась она с большим успехом до 1917 г. Летом того года он в последний раз уехал на каникулы заграницу, чтобы никогда больше не вернуться.

Здесь невозможно оценить изобилие научных достижений покойного. Основные идеи его *Очерков*, плода почти 15-летних исследований, стали известны и немецким читателям по статьям (1905/13) и (1906/14), и книга уже оказалась существенным успехом. Он систематически изложил ряд основных задач статистической теории, прекрасно описал идеи Виндельбанда и Риккерта, Курно и Криса и органически спаял их с результатами направления Лексиса – Борткиевича и многими своими собственными глубокими мыслями.

Статья (1916/29) показала А. А. Ч. как истинного мастера эмпирических исследований, но что принесло ему серьезную славу и место в истории статистики как одного из ее творческих мыслителей, было рядом логических и математических работ, которыми он занимался последние 10 лет. Четкое отделение априорных статистических элементов от апостериорных на основе теории вероятностей; отчетливое понимание различных задач, которые возникают при исследовании первых по эмпирическому заданию вторых; дальнейшее продвижение метода математических ожиданий Чебышева – Маркова; его приложение к исследованию труднейших задач устойчивости статистических рядов, к моментам законов распределения и задачам теории корреляции, – вот главнейшие темы, рассчитанные еще на долгие годы, от которых столь ранняя смерть оторвала его от нас. Синтез английского и континентального направлений в теории статистики можно считать уже успешным и во многих основных чертах осуществленным[1].

Научные заслуги Чупрова были высоко оценены. Уже давно его избрали членом Международного статистического института; в 1917 г. он стал членом-корреспондентом Петербургской академии наук, а в 1923 г. – почетным членом Королевского статистического общества. Во время своей поездки в Скандинавию в 1924 г. он прочел доклад в Копенгагене, а в Осло – ряд лекций о теории корреляции, и стал счастливым свидетелем полного и торжественного признания своих идей.

Вместе с хорошим образованием и тонким пониманием искусства, А. А. Ч. обладал даром относиться к своему окружению с истинной симпатией и глубоким пониманием. Хоть весь его жизненный путь был искусно приноровлен к тому, чтобы выдерживать требования научного труда, в последние годы его переписка с учениками и коллегами стала занимать значительную долю его рабочего времени. И он, который умело удовлетворял все свои потребности, не хотел экономить на этой доле. И таким он и останется в наших воспоминаниях: не только крупным исследователем и выдающимся ученым, но и большим, благородным человеком.

Примечание

1. Это утверждение остается на совести автора. Во всяком случае явных высказываний на этот счет не было ни с одной, ни с другой стороны, а, например, посмертное издание руководства А. А. Маркова 1924 г. по исчислению вероятностей содержало лишь элементы подобного синтеза.

2.

XVII. К. Гулькевич

А. А. Чупров. Личные воспоминания

Nordisk statistisk tidskrift, Bd. 5, 1926, pp. 167 – 170

Тяжело говорить о человеке, перед духовной чистотой, перед крайне чувствительной совестью которого склоняются с уважением. Тяжело потому, что не хочется прибегать к сентиментальным фразам, хотя они невольно просятся на язык. Хотелось бы говорить просто, без фальши.

Самая тесная дружба объединяла профессора Чупрова и меня, хотя даже десяти лет не прошло с того дня, как мы познакомились. В тот день я находился в Христиании [Осло]. А. А., который из-за войны не имел возможности по своей давно укоренившейся привычке провести время в Италии, остановился тогда в Норвегии. Друзья в Петрограде попросили его навестить меня, но закоренелое предубеждение против бюрократии препятствовало А. А. выполнению этой просьбы. Одному из самых одаренных среди наших молодых ученых, П. Н. Савицкому, в то время состоящему в должности атташе при дипломатическом представительстве в качестве советника по торговле, так и не удалось, несмотря на все старания, преодолеть его робость. Лишь в самый день отъезда он собрался с духом.

Огромным было наше взаимное удивление: отношения немедленно стали столь сердечными, что профессор провел все время перед отправлением поезда в дипломатическом представительстве, и мы расстались у его вагона как друзья. Помимо его моральной чистоты меня сразу же очаровали его безграничная доброжелательность, справедливость, терпение не только по отношению к точке зрения других, но даже к их поступкам; удивительное самообладание, несмотря на вспыльчивый характер и горячий темперамент, любовь к природе, прекрасное понимание искусства, восхищение музыкой.

Затем короткая встреча в мае 1917 г. в Торнео [шведск.; на границе Финляндии и Швеции, нынешнее название Торнио, финск. А. М.]. А. А. отправился тогда обратно в Норвегию, я торопился в Петроград. Эта встреча была единственным светлым моментом на фоне тяжелых, хаотичных впечатлений от происходящего в отечестве, сопровождавших любого, прибывшего из России.

Осенью А. А. ненадолго остановился в Стокгольме на обратном пути в Россию, но события принимали тогда всё более тревожные оттенки, и мне удалось уговорить его не торопиться домой, выждать, пока положение не прояснится. Октябрьский переворот. Горестные дни, недели, месяцы. А. А. переезжает ко мне, следит внимательно за тем, что происходит *там*, пытается разгадать загадку. Полное единогласие в оценке событий облегчали переживание этого горестного периода.

В июне 1920 г. А. А. переехал в Дрезден, и я едва ли ошибусь, если скажу, что здесь наступило самое счастливое время в его жизни. Он полностью посвятил себя науке. В России его утомляло преподавание; хотя оно без сомнения также привлекало его, но отрывало от научной творческой деятельности. Здесь он, напротив, мог целиком и полностью посвятить себя научной деятельности. Ряд статей в различных статистических журналах, доклады в научных обществах Копенгагена и Стокгольма, специальный курс в университете Христиании. О научной деятельности А. А. напишут другие, более компетентные. Но после пятилетнего пребывания в Дрездене, где достойная и уважаемая всеми фрёйлейн Дитцель, у которой он снимал квартиру, дружески ухаживала за ним, те незначительные средства, которыми располагал А. А., стали заканчиваться. Возникла необходимость искать более постоянный источник дохода.

В 1925 г. А. А. переехал в Прагу. Обстановка, которую он там застал, не отвечала ни его характеру, ни привычкам, и лишь та благожелательность, которую ему оказали Е. Д. и С. Н. Прокоповичи и несколько других лиц, приукрасили его пребывание там. Летом обнаружилась какая-то непонятная болезнь, сопровождаемая повышением температуры. Врачи колебались в своих диагнозах между бронхитом и малярией. А. А. отправился в Римини [Италия] погреться на солнышке, которое он так страстно любил. Тамошний врач лечил его от бронхита. В конце сентября А. А. поехал на международный статистический конгресс в Рим, был очень удовлетворен тем, что там пережил и сделал. Из опасения доставить мне хлопоты приездом ко мне больным[1], к врачам он обратился в Риме. Они положили его в больницу – ничего удивительного. Четвертый месяц не спадала повышенная температура.

Его пытались лечить от различных болезней, но безуспешно. Профессор Щуровский, который в то время был в Риме и случайно заглянул к нему, немедленно поставил диагноз: endocarditis lenta. Угрожающее определение не произвело пугающего впечатления на А. А. Профессор Щуровский сделал благое дело, подготовив больного к тому, что его болезнь обычно сопровождается самыми неприятными проявлениями, – нарывами и пр. Кроме того, он утешил А. А. надеждой на то, что при условии полного покоя всё обойдется.

В конце декабря А. А. не выдержал пребывания в больнице в Риме и с величайшим трудом перебрался в Женеву, при этом на станции Brieg, где он хотел выйти из вагона, он упал лицом вниз. Чудом его очки не разбились о мостовую и он не стал слепым. В Женеве он опять попал на больничную койку, но, верный самому себе, не захотел беспокоить врачей перед Рождеством и не позволил немедленно пригласить их. Лишь после нового года директор медицинской клиники, профессор Женевского университета Maurice Roch, специалист по кардиологии, осмотрел его и нашел состояние больного почти безнадежным. Однако, он продолжал с искренней и глубокой симпатией следить за болезнью. Ассистент, которого он приставил к А. А., приват-доцент

Женевского университета, доктор Каценельбоген, русский по происхождению [очевидно: выходец из России], проявил трогательную нежность и любящую заботу о больном. А. А. был очень тронут таким его отношением к себе и испытывал наибольшее доверие и был в высшей степени дружески расположен к нему.

Состояние больного тем временем сильно ухудшилось и угрожающий симптом, – временный местный паралич, – потребовал вторичного клинического лечения. В воскресенье 18 апреля утром мы вместе с доктором Каценельбогеном отвезли больного в клинику. Дома А. А. постоянно жаловался всякий раз, когда температура в комнате опускалась ниже 23° и противился тому, чтобы у него открывали окно. В клинике медсестра открывала огромное окно в его маленькой, но чистой и уютной комнате, но он уже этого не замечал. В течение дня лицо А. А. было бледным. Он тяжело дышал и его состояние сильно меня беспокоило. Медсестра тем временем успокаивала тем, что никакой непосредственной угрозы не было. И действительно, через некоторое время его состояние показалось более обнадеживающим: лицо стало спокойным, и не таким бледным, как прежде. А. А. выпил чашку кофе и на вопрос, был ли он хорош, ответил "так себе". Это были его последние слова. На ночь ему дали успокаивающего, и мы расстались до утра.

Вчера в шесть часов утра в моей спальне зазвонил телефон. Из больницы. В 5 час 10 мин медсестра, сидевшая у больного, заметила, что его дыхание начало постепенно прерываться. Позвали врача, и он установил, что всё кончено. Не просыпаясь, А. А. перешел из бытия в мир иной. Для того, чтобы сделать возможным возвращение хотя бы его праха в страстно любимую им Россию, когда того позволят обстоятельства, тело А. А. с разрешения его сестры, жены профессора Хеймонса, было кремировано[2].

Женева, 20 апреля 1926

Примечания

1. "Гулькевич имеет [в Женеве] квартирку в три комнаты, из которых одна припасена для меня" (Чупров, 1925 г.; Борткевич и Чупров (2005, Письмо № 199)).

2. Перевод этого некролога (со шведского) выполнил А. А. Муравьев, который разрешил нам опубликовать его.

XVIII. П. Георгиевский

Александр Чупров, 1874 – 1926

P. Georgievski, Tchouproff Alexandre, 1874 – 1926

Bulletin of the International Statistical Institute,
vol. 23, No. 1, 1928, pp. 345 – 349.
Перепечатка из
Bulletin statistique de la République Tchécoslovaque, No. 4 – 6, 1927

А. А. Чупров родился 5/17 февраля 1874 г. в Москве. В 1892 г. он поступил на математическое отделение факультета физико-математических наук в Москве. В 1896 г., окончив учение, он выехал заграницу для совершенствования своего образования и прослушал курсы на факультетах Берлина и Страсбурга. В 1901 г. он получил в Страсбурге степень доктора экономических и политических наук и весной 1902 г. вернулся в Россию, чтобы выдержать магистерские экзамены на факультете права в Москве. С осени того же года он преподавал статистику на факультете экономики в Петербургском политехническом институте.

В 1908 г., защитив в Москве диссертацию о принципах теории статистики, он стал доктором политэкономии и статистики и получил звание профессора статистики в Петербургском политехническом институте. В 1917 г. он покинул Россию и провел много лет в Швеции и Германии, а в 1925 г. переехал в Прагу, где стал профессором Русского факультета права. Осенью того же года он поехал в Рим и участвовал там в XVI сессии Международного статистического института. Но там его сразила болезнь, от которой он умер в Женеве 19 апреля 1926 г., после многих месяцев страданий.

Научное значение трудов Чупрова общепризнанно и оценено. До сих пор, как известно, выдающиеся статистики придерживаются различных мнений по ряду проблем, начиная с вопроса, является ли статистика наукой или только методом. В отличие от прежних авторов, – Янсона, Мейра, Лексиса и других, – новая школа статистиков, включая проф. Чупрова, полагает, что статистика это простой метод, однако ее суть и значение заслуживают, по Чупрову (1914/27, 1977, с. 178), особого внимания:

Будущий историк человеческой мысли, окидывая взором современную нам эпоху конца XIX и начала XX века, отметит как ее характерную черту стремление научного знания облекаться в статистические формы. С года на год ширится та область, где мысль человеческая, отказываясь следить за единичными явлениями, сосредоточивается на их совокупном результате, на массовых или средних итогах. Без преувеличения можно сказать: рост современной науки идет под знаком интереса к массовым явлениям, и скоро не будет такой ветви знания, куда, с бóльшим или меньшим успехом, не простирали бы своего влияния статистические формы знания.

В эпоху, когда выдающиеся авторы, например, Лексис, считают, что статистические выводы являются лишь иной формой обычной индукции, проф. Чупров повторяет забытое мнение Рюмелина, который более, чем полвека назад утверждал:

Наблюдение массовых явлений нельзя считать просто вспомогательным средством для метода индукции; его следует рассматривать как равное, равносильное и параллельное индукции.

Проф. Чупров глубоко разработал и обосновал эту точку зрения о значении и месте статистического метода. В своем основном труде, *Очерках*, он попытался синтезировать основные логические принципы теории статистики. Работы статистиков-математиков школы Пирсона в Англии, результаты статистиков-социологов школы Лексиса в Германии, и, наконец, труды новой статистической школы, исходящей от Виндельбанда и Риккерта, – эти три научные школы объединены в их логическом содержании в *Очерках* Чупрова, которые представляют собой прекрасное логическое введение в теорию статистики.

Среди спорных вопросов статистики можно назвать и роль и значение приложения высшей математики к статистическому анализу. Специальное математическое образование, которое получил проф. Чупров, позволило ему обильно применять в своих исследованиях математические формулы, но он никогда не доходил до крайностей, как некоторые другие ученые, которое заявляли, что статистика это в основном математическая наука.

После появления в свет *Очерков* Чупров перешел к разработке математических основ теории статистики и последние 15 лет посвятил относящимся к этой теме вопросам ряд синтетических монографий, опубликованных в различных журналах. Они исходили из научных направлений, представленных и английской школой Пирсона, и школой Лексиса в Германии, и из идей Чебышева и Маркова[1], и были высоко оценены всеми специалистами. Как известно, нет единого мнения о понятии вероятности. Среди ученых есть сторонники *принципа недостаточных оснований* и *принципа неотложных причин*[2]. Проф. Чупров, как и большинство современных ученых, принял вторую точку зрения, т. е. принцип объективной вероятности в отличие от последователей субъективной вероятности. В своих исследованиях фундамента статистики проф. Чупров (1924)/53, 1960, с. 188) рассматривает их со *стохастической* точки зрения и поясняет смысл этого следующим образом:

Всякого рода статистические числа, поставляемые наблюдениями, рассматриваются как отображения лежащих в их основе априорных величин, искаженных более или менее случаем.

Одной из этих априорных величин, которая служит основанием этих чисел, это сама вероятность, чьим отображением является эмпирическая частость. Под личиной эмпирического среднего статистик пытается установить априорное выражение *математического ожидания* заданной переменной. Статистик, принявший эту точку зрения, стремится более четко формулировать задачу об отношениях между априорными и эмпирическими величинами и обосновывать методы исследования первых при помощи вторых. По различным *математическим ожиданиям* непосредственных переменных можно определить *математические ожидания*[3] различных статистических величин и более или менее сложных характеристик [статистик], к которым они стремятся в случае большого числа наблюдений. Проф. Чупров стремился прежде всего установить систему величин, основанных на *математических ожиданиях*, для одной переменной, затем для случаев, в которых его интересовала статистическая зависимость *двух и более* переменных, т. е. их корреляция.

В области статистических исследований, относящихся к одной переменной, проф. Чупров особо посвятил внимание задаче устойчивости статистических чисел, рассмотренной с математической точки зрения. Он подверг весьма глубокому математическому анализу случаи нормальной, поднормальной и наднормальной устойчивости, введенные Лексисом при изучении этой задачи, а также критерий, или так называемый коэффициент дисперсии Лексиса, который применяется для эмпирического различения этих случаев устойчивости статистических рядов друг от друга. Он выявил существующие здесь отрицательные моменты и предложил некоторые существенные методические улучшения для определения устойчивости статистических рядов наблюдений. Свои результаты он изложил в работе (1918 – 1919/36).

Продолжая свои исследования, он пришел к выводу, что ни критерий Лексиса, ни другие подобные правила не подходят для установления нормальной устойчивости лишь по наблюдению изменений в эмпирических рядах без привлечения каких-либо иных данных. Это заключение, опубликованное в статье (1922/43), имеет важное значение.

К его трудам по проблеме устойчивости можно добавить выводы, которые он установил о математическом обосновании закона больших чисел. В английской статье (1923/51) он привел , исходя из наиболее общих теоретико- вероятностных предположений, систему формул для статистической характеристики распределения случайной переменной.

Мы полагаем, – говорит он, – *случайную переменную порядка k величиной, которая может принимать k различных значений с определенными вероятностями. Множество возможных значений случайной переменной совместно с их вероятностями называется законом распределения ее значений*[4].

Проф. Чупров установил конкретные случаи, когда закон больших чисел не действует либо в смысле, когда заключение об априорной величине по эмпирическим не становится более точным с возрастанием числа наблюдений, либо если эмпирические величины не стремятся к какому-либо единому значению, т. е. к априорному значению, даже при бесконечном числе наблюдений, а ко многим значениям с соответствующими вероятностями. Таким образом, задача разъяснения теоретико-вероятностных оснований эмпирического статистического материала принимает особое значение.

В других трудах проф. Чупров рассматривает теорию отношения между двумя или более переменными (1924/54; 1925/57; 1925/58) и систематически описывает в них основы современной теории корреляции между двумя переменными. Кроме того, имея в виду предварительный выбор вероятностной схемы для применения при обработке того или иного статистического материала, автор (1923/50) изложил понятие *устойчивой нормальной корреляции* между двумя переменными, а также критерий для ее существования, который аналогичен известному критерию Лексиса – Борткевича[5], установленному для одной переменной.

Кроме многочисленных исследований в области теории статистики, за которые проф. Чупров был в 1924 г. [в 1923 г.] избран почетным членом лондонского Королевского статистического общества, мы должны указать на его труды (1916/29; прим. 1916/30; 1922/46) и другие.

В лице проф. Чупрова наука потеряла выдающегося работника, который посвятил ей свои силы до последнего вздоха.

Примечания

1. При описании его работ по математической статистике мы воспользовались статьей приват-доцента С. С. Кона (1926) и составленным им некрологом [XIII]. П. Г.

2. Кейнс (1921/1973, с. 44) полагает, что *принцип недостаточного основания* (но не сам термин) ввел Якоб Бернулли и змечает (с. 95), что Крис (1886) критиковал его. Кроме того, Кейнс (с. 44) предложил новое название, *принцип безразличия*. См. Якоб Бернулли (1713/2006, часть 1-я, Замечание к Предложению Гюйгенса № 2). Представляется, что второй термин, *принцип неотложных причин*, не столь известен. О. Ш.

3. Термин *математическое ожидание* Георгиевский приводил в кавычках, что лишний раз подтверждает, что в то время само понятие не было в достаточной мере внедрено в статистику. О. Ш.

4. Это определение встречается в нескольких статьях Чупрова, см., например, (1924/54, 1960, с. 314). От обычно принятого для дискретных переменных в до-аксиоматический период теории вероятностей оно отличалось указанием на число возможных значений переменной, однако это отличие не прижилось. Заметим также, что термин *закон распределения* теперь не сопровождается разъяснительным словом *значений*. О. Ш.

5. Выше Георгиевский приписал тот же критерий одному только Лексису. Борткевич, впрочем, расширил возможность его применения. О. Ш.

XIX. Л. И. [Иссерлис]

Александр Александрович Чупров, бывший профессор статистики в Петрограде

L. I. [Isserlis], Alexander Alexandrovitch Tschuprow, Formerly Professor of Statistics in Petrograd

Journal of the Royal Statistical Society, vol. 89, 1926, pp. 619 – 622

Профессор А. А. Чупров, умерший в Женеве 19 апреля с. г. в раннем возрасте 52 лет, был выдающимся работником в области математической статистики. Его смерть, как и случаях с

Ляпуновым и Марковым, была ускорена трудностями, в которые русская революция вовлекла наиболее выдающихся ученых России.

Он родился в 1874 г. Его отец, А. И. Чупров, был известным экономистом, профессором политэкономии в Москве и редактором либеральной газеты, *Русских ведомостей*, а его дед – деревенским священником. Как и во многих русских семьях среднего класса 50 лет назад, раннее обучение Чупрова происходило дома, силами членов семьи и посещающих преподавателей. Ребенком он выказал большие способности к арифметике, но еще больше поражали его успехи в греческом и латинском языках. Его дни в гимназии, куда он поступил в возрасте 14 лет, не были счастливыми. Низкий моральный уровень гимназистов и реакционные наклонности учителей потрясли чувствительного юношу, воспитанного в семейном кругу либерального публициста.

Поступая в 1892 г. на математический факультет Московского университета, он уже решил, что будет изучать математику как средство для исследования социальных явлений. Он постоянно читал и перечитывал Джевонса (1873). Его кандидатская диссертация о логических основах теории вероятностей[1] указала направление будущих исследований.

После окончания университета в 1896 г. Чупров обучался в Германии, – вначале в Берлине и Гёттингене, где его существенно поощрял Борткевич, который кроме того познакомил его с Лексисом. Последний оказал большое влияние на молодого русского статистика; от него исходила тема исследования стабильности статистических рядов и связанная с этим проблема выборочного обследования.

С 1897 по 1901 год Чупров провел в Страсбургском университете, в котором его учителями были Борткевич, Сарториус[2] и Кнапп. Кнапп был, видимо, требовательным педагогом, придерживавшимся строгих правил о необходимости точного мышления и исчерпывающего анализа, равно как и четкого изложения. Чупров был многим обязан ему, и свое первое серьезное исследование (1902/5) он выполнил под его руководством.

Чупров вернулся в Россию, получил ученую степень по юриспруденции[3] и осенью 1902 г. начал свою преподавательскую карьеру в качестве доцента Политехнического института в Петербурге, учрежденного С. Ю. Витте. То были первые дни института, но в нем уже работали некоторые из лучших умов России. Чупров был одним из наиболее действенных в открытии факультета экономики. Его обязанность заключалась в чтении лекций первокурсникам по общей теории статистики, и она оказалась для него тяжелой и изнурительной. Даже в последние годы преподавания он так и не избавился от волнения при выходе к кафедре для чтения лекций многочисленной аудитории начинающих студентов, хотя со старшекурсниками испытывал меньше трудностей.

Много времени он уделял организации статистического кабинета и составлению превосходнейшей библиотеки, имеющей большое научное значение, но более всего он был занят беседами со студентами и руководством их статистическими исследованиями. Когда бремя организации обучения в институте ослабло, Чупров смог закончить свои *Очерки*, диссертацию, за которую он получил в Москве степень доктора. Невозможно переоценить их влияние на развитие статистического метода в России. Четкое изложение темы сделало их доступными каждому понятливому статистику, даже не обладавшему никакой специальной подготовкой по математике и логике, а широта описываемых взглядов и проницательность анализа уверяли читателей в том, что автор владеет своим предметом.

Русские статистические исследования отличаются тем значением, которое они придают математическим методам, – видимо, более серьезным, чем в других странах, – и *Очерки* Чупрова сделали многое, чтобы обеспечить их необходимое обоснование [исследований]. Научная работа Чупрова много выиграла от его постоянных бесед с отцом-экономистом, устных во время каникул и письменных в другое время.

А. А. Чупров начал рано придерживаться регулярных привычек и строго соблюдал их всю свою жизнь. Они были необходимы ввиду его слабой конституции; без них он не смог бы выдерживать тяжелого и непрерывного умственного напряжения. Он был поклонником поэзии и искусства, особенно работ итальянской школы, и страстно любил музыку. Молодым человеком он обучился игре на фортепьяно, но забросил ее, убедившись, что она помешает научной работе.

Год 1909-й ознаменовал начало нового периода его работы. Его интерес к экономике и родственным статистическим проблемам уступил место напряженному изучению статистической методологии и статистических задач, возникающих в приложении статистики к биологии и физике. Он начал читать работы английских биометриков. Первое исследование этого периода воплотились в его статье о законе больших чисел (1913/27), которую он зачитал в 1912 г. Петербургской академии наук при праздновании 200-летия этого закона, и в его докладе Международному статистическому институту 1913 г. (1916/29) о половом составе новорожденных. Интересно, что последний не содержал почти никакой математики, хотя и был основан на гипотезе, которая уже представляла собой тщательно разработанный пример математического анализа. В 1916 г. последовало его первое исследование по методу математического ожидания (1916/32), также зачитанное Академии наук.

В мае 1917 г. он, как обычно, выехал заграницу на длительные каникулы, но так и не вернулся, предпочтя выждать, чем окончится революция. От его квартиры ничего не осталось, хотя письма и рукописи сохранились, а его библиотеку перенесли в Статистический кабинет.

Свои первые годы изгнанника Чупров провел в Скандинавии. Когда появилась возможность переехать в Германию, он поселился вначале в Берлине, но там оказалось слишком много друзей, и не было необходимой для работы тишины и спокойствия. И он переселился в Дрезден, где проживал отшельником, встречаясь лишь изредка с теми немногими, которые, проезжая через Германию, посещали его скромное пристанище. В целом, несмотря на денежные затруднения, он сумел создать для себя подходящую для работы обстановку и посвятил себя тому, что стало трудом его жизни, – построению крепкого логического обоснования теоретической статистики, приложенной к лексисовой теории дисперсии и к теории корреляции, разработанной Пирсоном и английской школой. Многое из трудов этого периода еще не опубликовано[4]. Его материальное положение постепенно ухудшалось, скромные сбережения растаяли, и, несмотря на сильные опасения, он принял предложение занять кафедру в Праге. Незадолго перед этим, по словам моего русского корреспондента, которому я обязан большей частью материала в этом некрологе, "судьба вновь улыбнулась Чупрову. Его избрание почетным членом Королевского статистического общества стало одним из действительно радостных случаев в его жизни".

Переезд в Прагу оказался серьезной ошибкой. Он не смог создать себе тот тихий и спокойный образ жизни, который стал ему так важен для успешной исследовательской работы. Город [дом] был шумным, он не мог спать. Отношения с окружающими не налаживались, а со многими они оказались натянутыми, и скромный запас его нервной энергии быстро истощился. Его сердце было с детства поражено ревматизмом, что подготовило наступление эндокардита, который впервые обнаружился в Риме, на сессии Международного статистического института в 1925 г. В ноябре 1925 г. Чупров переехал в последний раз, чтобы пожить в Женеве со старыми друзьями. Его состояние постепенно ухудшилось, и 19 апреля он умер.

Примечания

1. Название диссертации: *Математические основы теории статистики*.

2. Август Сарториус фон Вальтерсхаузен (1852 – 1938), экономист, профессор в Страсбурге в 1888 – 1918 гг. Кроме Иссерлиса, никто иной не упоминал его в связи с Чупровым.

3. Чупров выдержал магистерские экзамены по политэкономии на юридическом факультете Московского университета.

4. Видимо, все уцелевшие посмертные материалы в конце концов вышли в свет. Сам Иссерлис перевел на английский язык и опубликовал статью (1931/64).

XX. Дж. М. К. [Кейнс]

Профессор А. А. Чупров

J. M. K., Professor A. A. Tschuprow

Economic Journal, vol. 36, 1926, pp. 517 – 518.
Перепечатка: *Collected Works*, vol. 10.
Cambridge, 1972, pp. 321 – 322

С глубоким сожалением сообщаю, что 19 апреля с. г. в Женеве, на 53-м году жизни, скончался профессор А. А. Чупров. Он начал свое обучение в Московском университете и с 1902 г., с открытием знаменитого Политехнического института в Петрограде [Петербурге], в течение нескольких лет был в нем лектором экономической [?] статистики. Но и в ранние годы, и в конце жизни он был тесно связан с немецкими университетами и большое число его наиболее важных статей опубликовано на немецком языке.

Он обучался экономике и статистике в Берлине и Страсбурге и подготовил свою первую серьезную работу (1902/5) в качестве ученика Кнаппа. Со времени русской революции, после некоторого периода в Скандинавии, он в основном проживал в Дрездене. По своей натуре он неизменно стремился избегать тягостной профессорской должности и оставаться умственно совершенно свободным для творческой работы. Профессура в Праге, которую он был вынужден принять в конце жизни ввиду финансовых обстоятельств, оказалась не подходящей для него. Несмотря на бедность и материальные трудности послевоенного периода и в России[1], и в Германии, он всегда очень высоко ценил научную независимость и в результате некоторые из его наиболее важных работ по теоретической статистике были написаны в Дрездене. За более ранними статьями в *Biometrika* последовал ряд публикаций в *Nordisk Statistisk Tidskrift.* Его последнюю работу (1925/55) опубликовало издательство Тойбнер.

Перейдя от экономики, математики [?] и практической статистики к теоретической статистике, Чупров стал одним из самых значительных авторов в пограничной зоне между статистической теорией и теорией вероятностей. В некоторых отношениях он обеспечил связь между работой английских статистиков и немецкой и русскими школами. Его ранняя смерть является тяжелой потерей для статистики.

Примечание

1. Россия здесь не при чем.
2.

XXXI. Аноним

Чупров, Александр Александрович (1874 – 1926)

БСЭ, 1-е изд., т. 61, 1934, с. 773

Сын экономиста А. И. Чупрова, известный статистик – экономист. С 1902 по 1917 руководил кафедрой статистики на экономическом отделении Петербургского политехнического ин-та. В 1917 Чупров уехал за границу. Умер в Женеве. Ч. – один из столпов современной буржуазной статистической теории. Методологическое содержание его работ основано на идеалистической философии. Наибольшую известность и влияние приобрели его *Очерки*. В этой книге Ч. преследовал цель дать синтез двух, раздельно до того времени развивавшихся буржуазных школ: одной, связанной с именами *Лексиса* и *Борткевича* (см.

также *Устойчивости теория*), и другой – К. *Пирсона*. Ч. оставил много работ, значительная часть которых опубликована после 1917.

[Следует краткий список русских работ Чупрова и марксистской литературы.]

Примечание

По поводу *буржуазной теории* и *идеалистической философии* анонимный автор обоснованно ссылается на статью *Устойчивости теория* Боярского (1936), который профессионально критикует ее (см. наше Введение). В основном, как, впрочем, и Старовский (1933, с. 279) в статье *Экономическая статистика*, на которого автор ссылается и о котором мы вспоминаем в примечании к статье [ ], он, однако, огульно охаивает эту теорию. Она, будто бы, стремилась доказать устойчивость рядов (ни в коем случае не степень устойчивости или колеблемости!) и, *в конечном счете*, пыталась обосновать незыблемость капиталистического строя. Боярский упоминает и *вредителя* В. Г. Громана, который вообще не имел представления о простейших понятиях теории вероятностей (Шейнин (1998/2006, с. 101, Прим. 2).

Во втором издании БСЭ статьи *Устойчивости теория* нет вообще, нет и *Экономической статистики*, а Чупров (т. 47, 1957, с. 481 – 482) назван "выдающимся русским теоретиком статистики, многие работы которого получили мировую известность, крупный педагог, основоположник современной системы преподавания статистики". Он также показал математически необоснованность "пресловутой теории устойчивости" Лексиса. Врагом, таким образом, остался лишь Лексис, см. там же (т. 24, 1953, с. 474) статьи *Лексис* и *Лексиса критерий*.

В третьем издании БСЭ Лексис (т. 14, 1973, с. 285) остался лишь "представителем вульгарной политэкономии", а Чупров (т. 29, 1978, с. 260 – 261) снова представлен вполне положительно, но неверно описано его членство в английских научных обществах.

XXII. Из документов Берлинского университета им. Братьев Гумбольдт и других учреждений о жизни Л. фон Борткиевича

1. Министр по духовным, учебным и медицинским делам, 15.1.1901. UK PA B 347

Фон Борткиевич, "Директор железнодорожного учреждения по страхованию жизни"[1] при Министерстве общественных работ России "с сегодняшнего дня [фактически с 1 марта] назначен экстраординарным профессором философского факультета" Берлинского университета Фридриха-Вильгельма. "Ему вменяется в обязанность представлять статистику и родственные дисциплины (страховая наука, учение о населении и пр.)" и, при необходимости, "способствовать пополнению учебного плана в области народного хозяйства" (Volkswirtschaft).

2. Анкета Борткевича 12.3. 1901. UK PA B 347

Помимо хорошо известных фактов, он сообщил, что по вероисповеданию является римским католиком.

В другой, неполностью сохранившейся анкете без даты и подписи под тем же шифром, он указал, что закончил гуманитарную гимназию, учился 8 семестров на юридическом факультете Петербургского университета, стал [приват-]доцентом в Страсбурге 2.3.1895 г.

3. Министр по духовным и учебным делам, 23.6.1913 Phil. Fak. 1466, Bl. 186

Фон Борткиевич назначен "одним из руководителей семинара университета по государственному народному хозяйству (Staatswirtschaft) и статистике".

4. Министр по духовным и учебным делам, 30 октября 1916. Phil. Fak. 1467, Bl. 123

Экстраординарному профессору, г-ну доктору фон Борткиевичу

В соответствии с обращением Государственного министерства внутренних дел прошу Вас перенять должность научно-статистического работника в Гражданском управлении генерал-губернаторства в Варшаве[2] на нынешний семестр с освобождением от обязанности чтения лекций.

5. Он же, 21 февраля 1917. Phil. Fak. 1467. Bl. 195

Философскому факультету Университета Фридриха-Вильгельма

Вслед за моим предписанием от 30 октября прошлого года я уведомляю Философский факультет о том, что экстраординарный профессор, доктор фон Борткиевич в соответствии со своим прошением от 31 января с. г. освобожден от службы в Гражданском управлении Генерал-губернаторства в Варшаве.

6. Министр науки, искусства и народного просвещения, 6.7. 1920 Phil. Fak. 1469, Bl. 67

Фон Борткиевич назначен ординарным профессором философского факультета [с прежним окладом содержания].

Рукопись без даты и подписи (там же, Bl. 63), написанная, видимо, незадолго до указанного назначения, признает "уравновешивающее значение" Борткиевича как исследователя и добавляет, что "мы" "были озабочены его национальной принадлежностью". Однако, их озабоченность "заметно ослабла" после того, как фон Борткиевич "письменно засвидетельствовал признание своей *немецкости*".

7. Прусский министр науки, искусства и народного просвещения, 17.6.1929. UK PA B 347

Фон Борткиевич назначен членом "Берлинской экзаменационной комиссии по народному хозяйству (Volkswirtschaft) с 1.10.1929 по 30.9.1931 г."

8. Выписка из протоколов [Берлинского коммерческого училища], 30.5.1906. UK PA B 347

Фон Борткиевич назначен "доцентом по совместительству в коммерческом училище Союза купеческого сословия Берлина" и должен будет читать двухчасовую [еженедельную] лекцию по страховой науке.

9. На следующий день после смерти Борткевича, а именно 16 июня 1931 г., Ректор Берлинского университета сообщил об этом Русскому научному институту и Русскому академическому союзу (документ 23 в деле Борткевича). 17 июля 1931 г. оба эти берлинские института послали совместную ответную телеграмму ректору. Ее текст вместе с переводом, см. Борткевич и Чупров (2005, с. 11), включает фразу о благодарном воспоминании сотрудничества Борткевича с ними обоими.

10. Попечительский совет Коммерческого училища, за подписью доктора Демута. Письмо Елене фон Борткиевич, сестре Ладислауса, которая проживала в Берлине вместе с братом, 30.7.1931, – через две недели после его смерти. UK PA B 347

"Мы выражаем свое искреннее соболезнование по поводу тяжелой потери, которую Вы понесли с кончиной Вашего брата. Покойный был тесно связан с нами, образцово обучал студентов со времени открытия училища до зимнего семестра 1922/1923 г. Ему удалось исключительно достойно сочетать научную основательность и понятный метод преподавания[3].

Мы сохраним о покойном почетную и благодарную память. Позвольте нам выразить нашу благодарность умершему и тем, что просим Вас принять взнос в 200 рейхсмарок для установки надгробного камня".

11. Управляющий делами Университета Фридриха-Вильгельма, 15 августа 1931. UK PA B 347

Г-ну Министру науки, искусства и народного просвещения

"Сестра умершего […] Елена фон Борткиевич[4] […] вела хозяйство своего неженатого брата вплоть до его смерти и проживала с ним в общем хозяйстве. Он был ее единственным кормильцем. Фрёйлейн ф. Б. 62-й год. […] Близких родственников, обязанных содержать ее, не имеет". Следуют сведения о полученной ей единовременной помощи и о пособии, которое она будет получать.

12. Секретариат Училища народного хозяйства (бывшего Коммерческого), подпись неразборчива, 11.2. 1938. Документ, видимо, предназначался для собственного архива. WHB 603/1

Портрет бывшего преподавателя фон Борткиевича исчез из актового зала. Секретариат подозревает, что он был "унесен посторонним в ошибочном предположении, что фон Борткиевич не был немецких кровей".

Вполне в нацистском духе, объяснение таким образом оправдывало уничтожение портретов иностранцев. Борткевич несомненно чувствовал себя немцем (см. выше пункт 6), язык же, притом, он, видимо, с детства знал не хуже русского, но по крови он был поляком. В письме отцу 1900 г. Чупров (Шейнин 1990, с. 26) написал, что Борткевич "в душе … сильно полонофил" почитатель [Польши].

Примечания

1. На самом же деле, сотрудник пенсионной кассы при указанном министерстве. В Письме № 59 1901 г. Чупров поздравил Борткевича с уходом от "административной деятельности". Но вот Покотилов (1909), книга которого нам известна лишь по рецензии на нее, указал, что он вместе с Борткевичем составил успешно проведенный в жизнь план первого в России государственного страхования жизни.

2. В августе 1915 г. в Варшаве было создано генерал-губернаторство, а 5 ноября 1916 г. Германия и Австрия объявили о создании Королевства Польского на ограниченной территории.

3. Во всяком случае, преподавание в университете было для Борткевича “не по душе” [XXXVI]. Сам Борткевич в Письме № 79 1905 г. сообщил Чупрову, что в Германии чувствует себя “прекрасно в смысле рода, условий и места деятельности. Одна беда, да и то не очень большая, что сравнительно небольшое вознаграждение …” Но далее: “Не ценю себя особенно высоко как лектора и руководителя [семинара?]”.

4. Про Е. И. Борткевич мы можем лишь добавить, что в *Математическом образовании*, №№ 6 и 7, 1916, появились ее переводы с итальянского. В Берлин она переехала в 1918 г. (письмо Борткевича Чупрову № 143 1918 г.), когда ее брату “удалось добиться” этого.

XXIII. Аноним

Борткевич, Владислав Иосифович

БСЭ, 1-е издание, т. 7, 1927, с. 198

Род. 1868, статистик и экономист. Родился в России. Окончил Петербургский ун-т по юридическому факультету и был оставлен при ун-те. В 1898 – 1901 служил в министерстве путей сообщения и читал курс статистики в Александровском лицее. С 1901 г. профессор Берлинского ун-та. Научные работы Б. многочисленны, хотя, б. ч. и невелики по объему. Б. – один из крупнейших современных теоретиков статистики. Помимо специальных областей, – формальной теории населения и математической теории страхования, центральное место в его работах занимают исследования по вопросам *дисперсии*. В этой последней области Б. является ревностным продолжателем учения *Лексиса*, ярым адептом [последователем] его основной идеи, – признания устойчивости рядов как нормы. Наиболее законченное развитие эта идея получила в работе Б. *Закон малых чисел*. Установлением этого “закона” ярко вскрывается основной порок учения Лексиса. Для читателя, стоящего на точке зрения диалектического материализма и усматривающего норму не в покое, но в движении, не в устойчивости, но в изменяемости, становится ясным, что за нелишенным таинственности покровом “закона малых чисел” скрывается чрезвычайно простая истина: изменяемость мало заметных величин мало заметна. Как экономист, Б. занимает примирительную позицию между классической и австрийской школами, широко пользуясь математическим методом.

[Следует список работ Борткевича]

Примечание

Основной порок учения Лексиса, точка зрения диалектического материализма: это еще цветочки, ягодки же см. в появившейся в этом же источнике шесть лет позднее статье *Экономическая* *статистика* Старовского (1933, с. 279). Теоретиками буржуазной статистики он назвал, среди других, Зюссмильха, Кетле, Боули, и, конечно же, Борткевича и Чупрова. Они, мол, доказывали незыблемость капиталистического строя и устойчивость его законов… Это тот Старовский, который в 1940 – 1975 гг. возглавлял Центральное статистическое управление и проч., и проч. Боули, видимо, попал в банду нечестивцев по недоразумению: предисловие к его книге (1924) написала сама плотоядная Мария Смит, в котором объявила, что ее польза перевешивает идеологический вред книги.

Во втором издании БСЭ (т. 5, 1950, с. 605, также анонимная статья) Борткевич был снова объявлен защитником реакционной теории устойчивости статистических рядов (но уже без упоминания капитализма). Статьи *Экономическая статистика* уже не было. В третьем издании (т. 3, 1970, с. 583, статья Ф. Д. Лифшица) это обвинение уже отсутствовало, но зато утверждалось, что Борткевич эклектически соединял объективную и субъективную теории стоимости и обе теории денег, ср. [XXVI], а приведенная дата публикации закона малых чисел была ошибочна.

XXIV. Д. Мишайков

В. фон Борткевич

Мишайковъ Д., В. фонъ Борткевичъ

Тримесечно списание на Главната дирекция на статистиката
Revue trimestrielle de la Direction générale de la statistique
Година първа, кн. 1. София, 1929, с. 5 – 6[1]

Седьмого августа 1928 г. Владиславу фон Борткевичу, профессору статистики Берлинского университета, исполнилось 60 лет. В других статьях этого журнала читатель найдет более подробные сведения о его жизни и научной деятельности, здесь же пишущий эти строки, который имел возможность во время своего двухгодичного пребывания в Берлине работать под его руководством, уплачивает свой особый долг маститому ученому.

С тех пор прошло уже более 20 лет, в течение которых мы все, ученики и почитатели большого ученого, были свидетелями того, как их учитель вышел далеко за рамки Берлинского университета и немецкой науки и стал контролером мысли в статистических и экономических науках. В наши дни он должен неминуемо проверять каждую новую и существенную теоретическую идею, чтобы она смогла получить права гражданства в науке.

Чему обязано это особое и почетное положение, которое Борткевич занимает в нашей науке? Я бы попытался избежать избитых выражений, которые обычно в таких случаях высказываются, тем более, что перед нами совсем не заурядное явление. Это тот редкий случай, при котором, как у Борткевича, можно усмотреть такое согласное сочетание глубины и ясности мысли с широтой обозреваемой области, с отсутствием предубеждений, позы и любого лицепочитания. Последнее обстоятельство является причиной холодного отношения к нему некоторых кругов, но оно не воспрепятствовало и никогда не станет помехой влиянию, которое Борткевич оказывает на науку. Его авторитет зависит не от привязанности к нему группы приятелей, а от почитания всего научного сообщества, которое ему оказывается отовсюду, и со дня на день становится всё решительнее.

Хоть и несколько поздно, редакционный комитет этого журнала считает своим непременным долгом воспользоваться уже его первым выпуском, чтобы ознакомить нашу общественность с личностью большого учителя и попросить его принять по случаю своего 60-летия наши поздравления и уважение, равно как и пожелание еще долгие годы способствовать разрешению сложных вопросов статистической и экономической теорий и предохранять своей мудростью научную мысль от односторонних и крайних увлечений.

Примечание

1. Заметка опубликована на болгарском и французском языках. Перевод выполнен с болгарского.
2.

XXV. О. Андерсон

Профессор В. Борткевич

О. Андерсонъ, Професоръ В. Борткевичъ

Тримесечно списание на Главната дирекция на статистиката
Revue trimestrielle de la Direction générale de la statistique
Година първа, кн. 1. София, 1929, с. 7 – 9[1]

7 августа прошлого года признанному главе *континентальной школы* математической статистики, ординарному профессору Берлинского университета Владиславу Иосифовичу Борткевичу исполнилось 60 лет. Хоть он еще находится в полном расцвете своих научных сил и преподавательской деятельности, 60-летний возраст в жизни ученого представляет ту условную границу, при переходе которой принято бросить обобщающий взгляд на его труды. Поэтому, откликаясь на просьбу редакции, я счел своим долгом представить ей эту краткую характеристику научной деятельности Борткевича, главным образом в области теории статистики.

Жизнь Борткевича небогата внешними событиями. Рожденный в России, он после окончания Петербургского университета уехал в Германию для научного усовершенствования, где и стал доктором наук. В 1895 – 1897 гг. он читал лекции по страхованию рабочих и теории статистики в Страсбургском университете (проф. Г. Кнапп). Затем, в 1899 – 1901 гг., преподавал статистику в привилегированном петербургском учебном заведении, – в Императорском Александровском лицее (в том самом, которое раньше размещалось в Царском Селе и из которого вышли Пушкин, Дельвиг, князь Горчаков и ряд других знаменитых русских государственных деятелей). В 1901 г. Борткевич получил кафедру в Берлинском университете, которую занимает и сейчас, в течение почти 28 лет. Не имея семьи, он всецело посвятил себя науке.

Основной особенностью Борткевича является его поразительно острый, хладнокровный, и, я бы сказал, беспощадный ум, который становится у этого, столь очаровательного в личном обращении человека, таким страшным противником во всяком научном споре. В его исследованиях нет логических или математических ошибок, и если он, после изучения какой-либо посторонней работы, находит ее верной (что, впрочем, не случается особенно часто), автор может быть уверен, что его научные выводы поистине безупречны.

Обширность познаний Борткевича и круг его научных интересов действительно громадны. Известный всем экономист, перу которого принадлежит более 20 примечательных работ по различным вопросам теории политической экономии; прекрасный математик, общепризнанный авторитет по теории вероятностей и страховому делу; руководитель целой статистической школы, которой он посвятил более 40 монографий, – он находит еще время подарить физикам замечательную работу по радиоактивному излучению (1913/59), исследовать различные системы пропорционального представительства (1919/74; 1920/76) и обоснование формулы учетного процента Лейбницем (1907/44); установить, существуют ли вообще депортные операции (1920/82) и пр. и пр.

Научная работа Борткевича имеет своеобразный характер и в некоторой степени приближается к манере Эджворта[2]. До сего дня Борткевич не опубликовал ни одного *капитального* труда, ни одного из тех объемистых *хандбухов*, столь характерных для немецких ученых, которые, по П. Б. Струве, обязаны своим именем главным образом тому, что их очень трудно взять в руки. Борткевич пишет сравнительно краткие монографии по тем отдельным вопросам, которые в данный момент занимают его творческую мысль, он преимущественно излагает результаты своих собственных исследований, а когда описывает идеи других (Пуассона, Лексиса, Дмитриева, Гельмерта и др.), вкладывает в них столько своего, так освещает и дополняет их, что получается нечто совсем новое и оригинальное.

Основной тон работ Борткевича и особенно широкое применение им математического аппарата, которым он полностью владеет, поставили его на совершенно особое место в ряду представителей немецкой статистической науки, и до сегодняшнего дня обращающей главное внимание на технику сбора и первоначальной сводки статистических наблюдений. Поэтому, хоть Борткевич и провел половину своей жизни в качестве преподавателя в двух немецких университетах, он всё же является для них до известной степени *чужеродным телом* и его скорее следует признать международным или даже русским, чем немецким профессором. (От англичан школы Пирсона Борткевич отличается более строгими требованиями, опять же в духе русских математиков, которые он предъявляет к точности и завершенности математических доказательств.)

Отчасти благодаря разнородности своей научной деятельности, а отчасти может быть ввиду неискоренимого отвращения, которое громадное большинство немецких экономистов питает к математике и которое связано с известными особенностями экономического образования в немецких университетах, труды Борткевича разбросаны в различных журналах не только в Германии, но и в других странах, притом в таких, которые часто очень труднодоступны для неспециалистов.

Так, из известных мне 42 монографий Борткевича по статистике и связанных с ней вопросов теории вероятностей, только три (1893/6; 1898/14; 1917/66) изданы в виде отдельных книг, которые, впрочем, давно уже разошлись, а остальные 39 опубликованы в 26 различных периодических изданиях Германии, России, Австрии, Швеции, Швейцарии, Италии, или Международного статистического института и пр., а 22 экономические работы – в 12 различных периодических изданиях. В эти сведения не входят многочисленные рецензии Борткевича на различные научные книги, раскиданные по самым различным журналам, равно как и его статьи в русском *Энциклопедическом словаре Брокгауза и Ефрона*[3], в *Handwörterbuch der Staatswissenschaften* и в других подобных изданиях. К этому надо еще добавить, что ни место издания, ни заглавие, ни форма изложения отдельных монографий далеко не всегда соответствует тому, чего мог бы ожидать специалист по этим внешним признакам. Какой математик или физик будет отыскивать глубокие исследования по теории вероятностей в статье (1894 – 1896/8); какой статистик вникнет в труды Берлинского математического объединения или будет искать в статье (1922/92), с одной стороны, исследование пирсонова критерия согласия и, с другой стороны, важные заключения о *коэффициенте дисперсии* Лексиса?

Это обстоятельство, в связи с достаточно высокой научной и математической подготовкой читателя, которая обычно требуется для трудов Борткевича, видимо является причиной того, что некоторые из его работ, к великому сраму нашей науки, пока еще не встретили такого отклика, какого они безусловно заслуживают, и чьё всестороннее использование и сегодня является делом будущего, – надеемся, не столь далекого. Вот почему крайне необходимо собрать воедино все разбросанные монографии Борткевича, быть может немного сократив некоторые из них, из других исключив повторения, и всех их подчинив единому общему плану. Насколько мне известно, в этом направлении уже сделаны подготовительные шаги, но на учениках и почитателях Борткевича лежит долг настаивать, чтобы это полезное начинание осуществилось возможно скорее.

Вкратце жизненное *oeuvre* Борткевича в области теоретической статистики сводится к следующему. Прежде всего, ему принадлежит честь руководства тем мощным движением статистической мысли, которое началось в 1870-е годы с нескольких сравнительно небольших статей проф. В. Лексиса, но которое не развилось бы так, как сегодня, без решительной поддержки Борткевича, а позднее – А. А. Чупрова. Наше поколение статистиков с трудом может себе представить то болото, в котором оказалась статистическая наука после распада системы Кетле, и из которого она была извлечена только Лексисом и Борткевичем.

Борткевич прояснил всё то, что заключалось в сравнительно кратко сформулированных идеях Лексиса; он обобщил их, перенес исследование устойчивости на ряды относительных [екстенсивните] величин, развил[4], завершил, в ряде случаев уточнил или даже поправил своего предшественника. В этом отношении особенно примечательны его работы (1894 – 1896/8; 1899/16), которые до сего дня не утратили своей свежести и убедительности, а также и статья (1901/22). Теорию коэффициента дисперсии Борткевич довел до логического завершения. Ему принадлежит также ряд монографий о философском обосновании статистического метода и разъяснении его неразрывной связи с теорией вероятностей. Именно он выяснил всё значение идей Пуассона для теории статистики и осветил вопрос о статистических закономерностях. Наконец, его большой заслугой является перенос в теорию математической статистики плодотворного понятия *математического ожидания*, которое сейчас всё больше и больше становится основой всей ее методики, см. особенно (1917/66). Из отдельных учений Борткевича сравнительно наибольшую известность получил его *закон малых чисел* [1898/14], хотя по моему мнению его практическое значение намного меньше, чем его основных трудов, упомянутых выше. Особо интересно и важно его глубокое исследование индексных чисел (1923 – 1924/96), которое поэтому выходит за пределы чисто статистической работы.

Борткевич кроме того много работал в области статистики населения, моральной статистики (к которой относятся не менее 16 из его оригинальных трудов) и в теории страхования. Наша первая [?] статья останется неполной, если мы не упомянем тесную долголетнюю дружбу, которая связывала Борткевича с другим отшельником и корифеем статистической науки, младшим на шесть лет, но увы! уже покойным проф. А. А. Чупровым. Они находились в непрестанном научном общении и оказывали друг на друга значительное влияние. В известных отношениях, особенно в начале своей научной деятельности, Чупрова можно считать учеником Борткевича.

Примечания

1. Статья опубликована на болгарском языке с французским резюме.

2. По этой причине его мало читали. О крупных методологических недостатках сочинений Эджворта см., например, Чупров (1909/1959, с. 27 – 28).

3. В этом словаре нам известна лишь статья Борткевича (1897/12).

4. Это непонятно. О своем вкладе в теорию Лексиса Борткевич кратко упомянул в письмах Чупрову №№ 88 и 91 1908 и 1909 гг.

XXVI. Славчо Загоров

Борткевич как экономист

Славчо Загоровъ, Борткевичъ като икономистъ

Тримесечно списание на Главната дирекция на статистиката
Revue trimestrielle de la Direction générale de la statistique
Година първа, кн. 1. София, 1929, с. 10 – 12[1]

[1] "Одна из самых интересных фигур среди немецких ученых … Один из крупнейших экономистов, занявший твердую позицию по основным вопросам экономической теории … первостепенный математик". К этим оценкам Борткевича [XXVII, не цитата] присоединится каждый, кто знаком с его научной деятельностью.

Борткевич работал главным образом в области цен и [теории] денег. Наряду со своей статистической монографией об индексных числах движения "общего уровня цен" (1923 – 1924/96), в которой изучается и связь между этими двумя сторонами явления, его крупнейшее экономическое сочинение это критика марксовой теории ценообразования в капиталистическом народном хозяйстве (1906 – 1907/40).

Маркс определил отношение обмена двух товаров двумя способами. Во-первых, как [между их] *стоимостями* (Wert)[2], т. е. в соответствии с *законом стоимости*, который гласит, что W, общая стоимость товара, произведенного в определенное время в заданной отрасли производства, равна сумме ac стоимости затраченного *постоянного капитала* (стоимости израсходованных производственных средств), v, стоимости *переменного капитала* (израсходованной поденной заработной платы) и m, *прибавочной стоимости* (стоимости, созданной работником для капиталиста в течение рабочего времени за вычетом части, равноценной полученной заработной плате):

$$W = ac + v + m.$$

Приняв, во-вторых, что процент прибавочной стоимости (100 m/v) одинаков во всех отраслях производства, Маркс вычислил W для отраслей, после чего определял отношения обмена товаров по *ценам* (Preis), т. е. так, как в действительности при действии *закона равенства процента прибыли* в соответствии с формулой

$$P = ac + v + m'.$$

Здесь P – совокупная производственная цена товара, произведенного в отрасли, равная его *себестоимости* (Kostpreis = $ac + v$) плюс m', прибыль капиталиста.

Полагая, что процент прибыли один и тот же для всех отраслей производства и равна отношению всей прибавочной стоимости к стоимости всего постоянного и переменного капитала в народном хозяйстве, Маркс вычислил P по отраслям производства.

Результаты двух определений (Wert- и Preisrechnung) не совпадают, что подчеркивал сам Маркс, но полагал, что установленные им цены более или менее приближаются к действительным (*Das Kapital*, Bd. 3, Kap. 1, pp. 1 – 2, Kap. 9, pp. 132 – 151).

Глубоко исследовав теоретические построения Маркса, Борткевич вывел формулу для несоответствия между *W* и *P* и доказал (1907/40, с. 15 – 16), что способ Маркса определения цен по *стоимости* ошибочен (ввиду произвольного перенесения элементов одной схемы в другую) и что поэтому вся марксова теория ценообразования также неверна. Против критики Борткевича не устоял и известный марксов закон убывания процентной прибыли (1907/40, с. 451 и след.).

Конструктивное мнение Борткевича по этой теме изложено в его статье (1921/86), в которой он попытался примирить две известные противоположные теории ценообразования, – теории производственных издержек и полезности. По его мнению, на цены во всех случаях влияют длительные изменения производственных издержек, а изменения полезности – лишь на цены тех товаров, производство которых нельзя увеличить без повышения издержек.

Признавая таким образом, что цены определяются и объективными, и субъективными причинами, Борткевич приблизился к точке зрения Маршалла, Вальраса, Касселя и других математически ориентированных экономистов, которые учат, что цены и определяющие их факторы взаимодействуют. Подчеркивая эту взаимозависимость, Борткевич придерживается мнения, что человек всё-таки имеет право спросить о происхождении причины, которая в каком-то данном случае приводит цены в движение (там же, с. 20 – 22 оттиска).

[2] В [теории] денег Борткевич является защитником умеренного металлизма против крайнего номинализма. Критикуя теорию денег Кнаппа, Борткевич (1906/38) заключил, что противоречие между умеренными металлистами и номиналистами по существу невелико. Для доказательства он рассмотрел два основных положения Кнаппа: номинальность денежной единицы и государственный характер денег. По Кнаппу, первое положение прежде всего выражается в том, что, во-первых, можно иметь [в обращении] деньги, совсем не зависящие от какой-либо металлической основы, и, во-вторых, что между деньгами и металлом может существовать тесная связь, но не тождество. Борткевич возразил, что то же говорят и умеренные металлисты: бумажные деньги, не обмениваемые на металл по принудительному курсу, признаются за истинные деньги, хотя нормальным считается случай, когда они имеют металлическую основу (там же, с. 1322).

По поводу второго положения Борткевич (там же, с. 1337 и след.) также счел возможным примирить оба лагеря. Взгляд номиналистов, что цена денежных знаков, будь они бумажными или металлическими, придается государственным авторитетом, и мнение металлистов, что при металлической валюте со свободной чеканкой монеты денежные знаки имеют цену потому, что изготовлены из благородного материала, не исключают полностью друг друга. Для достижения согласия требуется лишь выделить два вопроса: имеет ли цену денежный знак, и какую именно. Тогда станет ясно, что государство может выпускать или изымать монету, но неспособно установить для них бóльшую или меньшую цену без учета соответствующих объективных условий, например, их металлического содержания или размера эмиссии.

Тогда как Кнапп почти равнодушен к вопросу о покупательной способности денег, Борткевич живо интересуется им. Идее *амфитропного положения отдельного лица*, т. е. утверждению, согласно которому каждый одновременно является и кредитором, и должником, и потому не может ясно оценить инфляцию или дефляцию как некоторое зло, он противопоставляет тот факт, что изменение денежной единицы и снабжение народного хозяйства платежными средствами не отражаются равномерно на доходах и расходах отдельных хозяйств.

Исследуя эти проблемы, Борткевич придерживается количественной теории денег, которую он, однако, широко истолковывает в психологическом смысле. Он сознает условный и сложный характер величин, участвующих в *пропорциях обмена*, и, в противовес строгим приверженцам количественной теории (например, Ирвингу Фишеру), полагает, что цены не являются вполне пассивным элементом этих пропорций. Об этой точке зрения Борткевича свидетельствует его доклад в Штутгарте в сентябре 1924 г. (1925/97), в котором он исследовал отмеченное во многих странах после [Первой] мировой войны явление: во время инфляции, начиная с известного момента, уровень цен повышается гораздо сильнее, чем возрастает количество [бумажных] денег. Борткевич согласен с Маршаллом, Кейнсом, Л. Мизесом, Фишером, Хааном и другими экономистами в том, что при инфляции скорость обращения денег возрастает и что недоверие к валюте, страх перед растущим обесценением денег является причиной, по которой повышение цен опережает возрастание количества платежных средств. Но он возражает против того, что страх инфляции действует преимущественно на покупателей, заставляя их поскорее освобождаться от обесценивающихся денег и полагает, что страх главным образом охватывает продавцов, вынуждая их повышать цены, имея в виду беспрестанное всеобщее удорожание товаров. И таким образом возрастание скорости обращения денег оказывается не причиной, а следствием *непрерывного повышения* цен (1925/97, с. 266 – 267).

[3] Борткевич высказал свою точку зрения по вопросу о процентах [за ссуду денег] в своей критической статье (1890/2) против теории Бём-Баверка. Тот указал три причины, обосновывающие величину процентов: изменение соотношения между нуждами и их покрытием во времени; систематическая недооценка будущих нужд и средств для их удовлетворения; и техническое превосходство существующих товаров над будущими того же вида и количества [?].

Для Борткевича характерно сомнение, что взимание процентов можно объяснить техническими условиями производства. Он оспаривает независимую значимость третьей причины Бём-Баверка (отчасти сводя ее к первой), вторую находит вовсе несостоятельной и с некоторыми оговорками оставляет в силе только первую. Как предположил Борткевич, задача Бём-Баверка была затруднена его стремлением "обосновать размер процента действием тех же сил, которые вообще обуславливают его существование". Он (1906/37) полагал, что эти две проблемы можно и нужно рассматривать по отдельности.

Особенно важна с методологической и философской точки зрения работа Борткевича (1898/15), – критика курса политической экономии Вильфреда Парето. Присоединяясь к мнению автора о том, что во многих случаях зависимость между экономическими явлениями можно лучше отобразить системой уравнений, Борткевич (с. 1191) высказал следующие возражения против безоглядного приложения математики в экономических исследованиях:

Я не могу разделить оптимизм Парето, что точная и подробная статистика даст в будущем возможность достичь такой степени научного познания, при котором открываются не только направления изменений (измеримых) явлений B, C, D и т. д. при изменении A, но и точный размер соответствующих изменений … Подчеркнутая самим Парето сложность экономических и социальных явлений препятствует достижению такой точности. Возможность помощи статистики для числового приложения формул, которыми пользуется политическая экономия, находится в царстве фантазии, потому что эти формулы содержат величины, не устанавливаемые статистическим методом наблюдения.

Хоть и критикуя некоторых виднейших представителей учения предельной полезности, Борткевич не отвергал его. Во многих местах он сам заявил, что вначале воспринял это учение, но полагает, что из идеи предельной полезности нельзя вывести настоятельно необходимую и единую и полную экономическую теорию.

Если требуется ответить на вопрос, к какому идейному течению принадлежит Борткевич, и каково его социально-экономическое мировоззрение, то мне представляется, что можно по праву сказать, что он индивидуалист.

Примечания

1. Статья опубликована на болгарском языке и к ней приложено резюме на французском языке.

2. В смысле *меновая стоимость* в отличие от потребительской (immanenter Wert) стоимости товара, тождественной воплощенному в нем труду, по Марксу (*Das Kapital*, Bd. 1, p. 49; Bd. 3, p. 147). *Загоров*

Дальнейшие примечания, относящиеся к соответствующим разделам статьи, составлены нами по указаниям Л. Б. Шейнина

Стоимость товара. Прибавочную стоимость Маркс полагал пропорциональной количеству затраченного труда, на практике же она нередко пропорциональна величине вложенного в производство капитала. Маркс имел в виду устранить это противоречие, но не осуществил своего желания. В гл. 1-й 1-го тома *Капитала* Маркс утверждал, что стоимость товара зависит от количества затраченного труда и больше ни от чего, но в гл. 10-й заявил, что она зависит от вооруженности труда, – и этим определением пользовался в гл. 13-й. Весьма важен не только затраченный труд, но и редкость товара, а кроме того цену имеют и некоторые отходы производства. Наконец, критика указывала, что товар приобретает стоимость только на рынке.

Теория денег. Действительно, цену бумажным деньгам придает государственный авторитет, который зависит от разумного отношения к ним со стороны правительства страны. *Медный бунт* в середине XVII в. в Московском государстве был вызван тем, что казна в своих платежах стремилась использовать медную монету наравне с серебряной. Опыт показывает, что возможность уплаты бумажных денег казне достаточна для доверия к ним (податная теория).

Ссудный процент. Фома Аквинский, богослов XIII в. и комментатор Аристотеля, доказывал, что требование ссудного процента оправдано *упущенной выгодой* (lucrum cessans) кредитора, должник же сможет уплатить этот процент, потому что кредит как-то поможет ему улучшить свое хозяйство. Для современного банка упущенная выгода обуславливается тем процентом, который он смог бы получить от следующего по эффективности применения кредита возможного заемщика.

XXVII. Е. Альтшуль

Л. фон Борткиевич

Eugen Altschul, L. von Bortkiewicz

Magazin der Wirtschaft,
4. Jg, No. 31, 2. August 1928, pp. 1225 – 1226

Редакционное пояснение. 7 августа профессору Ладислаусу фон Борткиевичу, известному представителю экономики и статистики в Берлинском университете, исполнится 60 лет. Ввиду этого, наш сотрудник, доктор Евген Альтшуль описал для нас по нашей просьбе значение этого ученого.

Следует текст собственно статьи. Борткиевич относится к наиболее интересным и своеобразным личностям в немецком ученом мире. Один из самых значительных экономистов, который решительно объявил свою точку зрения по основополагающим вопросам экономики, он в то же время является математиком с установившимся положением и репутацией. В своей любимой области, теории вероятностей, он уже в самой ранней работе (1898/14), творчески истолковав пуассоново обобщение теоремы Бернулли[1], указал новые пути для исследований.

В работе (1894 – 1896/8) о философских основах теории вероятностей он логически обосновал современную статистику, опирающуюся на математику. Математически тонкий и проницательный теоретический анализ сочетается у него с редкостными познаниями о приложении теории вероятностей к пространнейшим областям естественных и социальных наук. Насколько верховный правитель Борткиевич господствует над далеко расположенными друг от друга ветвями исследований, видно из того, что он дал физике методологически направляющую монографию (1913/59).

Но и как экономист Борткиевич изумительно разносторонен. Он такой же выдающийся знаток математической школы экономики (Вальрас – Парето), как и тонкий истолкователь марксистского учения. Он, однако, не относится к тем экономистам, которые выработали свою систему; для этого он недостаточно догматичен и чересчур склонен к критике. Наряду со своей подчас слишком острой критикой Борткиевич провел незаменимые исследования проблем и их решений и тем самым заложил основы для построения экономики [заново].

В короткое время Борткиевич опубликовал свою известную работу (1906 – 1907/40) о Марксе, которая и теперь выделяется из необозримого моря марксистской литературы, статью об Аристотеле как теоретике науки о населении (1906/39), еще одно исследование о бём-баверкской теории ссудного процента (1907/43), а затем, наконец, сочинение о государственной теории денег по Кнаппу (1920/81). Все указанные труды и сегодня, более чем через 20 лет[2], остались не только ценными, но и подсказывают многочисленные связи и возбуждают желание дальнейших исследований.

Борткиевич интересуется только просвечиванием проблемы в целом с еще неизвестной или непризнанной точки зрения, и для этого ему лучше всего подходит изложение в форме статьи. Обе его более крупные работы, опубликованные до сих пор, а именно книги (1913/59; 1917/66), также по существу носят характер статей. Наилучшим образом манеру письма Борткиевича выявляет его исследование индексных чисел. Задумано было им обсуждение основополагающей работы Ирвинга Фишера (1922) об индексах, получилась же монография не менее, чем в 130 страниц, – исследование (1923 – 1924/96), которое относится к самым выдающимся трудам в этой области.

Характер научной работы Борткиевича привел к тому, что его статьи распылены по многочисленным журналам, так что даже специалистам часто бывает трудно добраться до них. Только немногие физики [?] знают, что фундаментальное исследование о приложении теории вероятностей было опубликовано в *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* [1894 – 1896/8] [?], тогда как статистикам чаще всего не известно, что важную для теоретической статистики статью можно отыскать в едва известном в Германии скандинавском журнале или в Сообщениях (*Berichte*) Берлинского математического объединения. Аналогичное положение сложилось с экономическими статьями Борткиевича. Его продолжающаяся десятилетиями плодотворная и почти энциклопедически настроенная спокойная научная работа уже по этой причине частично совсем неизвестна. Немецкая литература станет неизмеримо богаче, если какой-нибудь исследователь в неутомимых сражениях с новыми проблемами раскроет результаты плодовитых дел его жизни для более широкого круга читателей.

Примечания

1. Соответствующая формула Пуассона не является обобщением теоремы Бернулли.

2. Явная описка: после работы 1920 г. прошло к тому времени 8 лет.

XXVIII. О. Андерсон

Профессор В. И. Борткевич как статистик

Газета *Россия и Славянство*, 15 августа 1931, с. 3

[Этот некролог почти полностью повторяет статью автора [XXV], и мы перепечатываем лишь те строки, которых в ней не было. Таким образом, ни один выписанный нами абзац (см. ниже) не следовал непосредственно после предыдущего. Автор несколько повторился и в своем позднее опубликованном некрологе [XXIX], чем мы сочли возможным пренебречь, тем более, что пересечение в этом случае незначительно.]

С В. И. Борткевичем сошел в могилу один из крупнейших и в то же время своеобразнейших теоретиков статистики, место которого в одном ряду с Кетле, Лексисом, А. А. Чупровым и К. Пирсоном.

Некоторая научная изолированность Борткевича, который за границей пользовался несравненно большим признанием, чем в пределах самой Германии (где у него почти не было учеников), быть может даже была одним из элементов его личной жизненной драмы.

Большой заслугой Борткевича является, далее, перенесение им в теорию математической статистики весьма мощного и плодотворного "метода математических ожиданий", ведущего свое начало от трудов математиков Бьенеме и Чебышева.

Борткевич в течение многих лет до самой кончины был своего рода "верховным контролером" научной мысли в области своей специальности, и не один автор, публиковавший работу по теории статистики или политической экономии, с волнением, а иногда с трепетом, ожидал его отзыва, нередко сурового, порой жестокого, но всегда нелицеприятного и обоснованного. Но зато короткое слово одобрения из уст этого аскета науки значило больше, чем самая пламенная похвала со стороны других. Поэтому научное значение Борткевича должно быть измеряемо не только тем, что было написано им самим, но и тем, что было написано другими благодаря ему, под влиянием его критики и в результате его указаний. А если угодно, то в большую заслугу Борткевичу можно поставить и то, наверное весьма значительное количество посредственных и слабых научных работ, которые *не были* выпущены в свет из боязни подвергнуться его сокрушительной критике.

XXIX. Оскар Андерсон

Ладислаус фон Борткиевич

Oskar Anderson, Ladislaus von Bortkiewicz

Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. 3, 1932. *Ausgewählte Schriften*, Bd. 2. Hrsg. H. Strecker. Tübingen, 1963, pp. 530 – 538

[1] 15 июля 1931 г. в Берлине в результате сердечного заболевания скончался профессор Л. фон Борткиевич. Его неожиданная смерть, унесшая его в расцвете плодотворной исследовательской деятельности, в полном разуме и при почти не уменьшившейся работоспособности, нанесла сильный удар международной науке, которая потеряла в нем выдающегося экономиста и одного из немногих действительно крупных ученых в области математической статистики.

Ладислаус фон Борткиевич родился 7 августа 1868 г. в Петербурге. Происходив из польской семьи, он тем не менее вырос полностью в русской культурной среде. Там же, в Петербурге, он обучался в университете. Первые значительные научные работы молодого Борткиевича появились в начале 1890-х годов (1890/2) и в *Записках Имп. Академии наук* (1890 и 1891/3 и 4) и несколько позднее (1894 – 1896/8). В то время он подписывался вполне по-русски, Борткевич. Поддержанный В. Лексисом и Г. Ф. Кнаппом, он смог в 1895 г. защитить докторскую диссертацию в Страсбургском университете, в котором сам преподавал в течение двух лет страхование рабочих и теоретическую статистику. К этому же страсбургскому периоду относится начало его тесных научных отношений с другим крупным русским статистиком А. А. Чупровым, младшим его на шесть лет, который тогда же защитил докторскую диссертацию у Кнаппа. Их дружба прекратилась лишь с преждевременной смертью Чупрова в 1926 г.

Возвратившись в Россию, Борткиевич в 1899 – 1901 гг. стал доцентом петербургского Александровского лицея, привилегированного училища, из которого вышел ряд самых значительных русских государственных деятелей. В 1901 г. он был приглашен на должность экстраординарного профессора по экономике (Nationalökonomie) и статистике в Берлинский университет, которому оставался верным 30 лет до самой своей смерти. Ординарным профессором он стал, впрочем, лишь в 1920 г.

[2] Научный труд жизни Борткиевича можно вкратце описать так. В теоретической статистике он был признанным мастером и главой школы, или, точнее, течения, известного как *континентальное*. Оно ведет начало с нескольких статей Лексиса 1870-х годов, однако наверняка не возымело бы нынешней значимости, не будь оно поддержано новаторскими исследованиями Борткиевича. Наше (более молодое) поколение статистиков вряд ли сможет себе представить и то болото, в котором очутилась статистическая теория после развала системы Кетле, и тот выход из него, который в то время сумели найти только Лексис и Борткиевич.

Мы очень многим обязаны Борткиевичу в прояснении философских и познавательных основ теории статистического метода. Его заслугой было ясное указание на существенное значение пуассонова варианта закона больших чисел для статистики, и он же привел к определенному логическому завершению теорию коэффициента дисперсии Q^2, что позволило развить ее дальше.

Кроме того, Борткиевич значительно усовершенствовал методику математической статистики и ввел ряд новых действенных методов и прежде всего так называемый метод математических ожиданий, первостепенное значение которого стало теперь всё более признаваться. Среди его отдельных учений (Lehre) особое внимание в свое время привлек его "закон малых чисел" [1898/14], хоть его практическое значение оказалось меньшим, чем представлялось вначале.

Исключительно интересным, далее, были глубокие исследования Борткиевича в области теории индексных чисел, равно как и его последняя работа по математическому анализу статистики доходов, представленная сессии Международного статистического института в Токио в 1930 г. (1930/104). И он также тщательно и весьма заслуженно занимался страховой математикой и статистикой населения и моральной статистикой.

Идеи Борткиевича значительно обогатили статистические исследования в Италии, Скандинавии, России и Франции. Даже в англосаксонском статистическом мире, который шел своим собственным путем под руководством Карла Пирсона в кажущемся внешнем противоречии с "континентальным" направлением, влияние Борткиевича было несомненным. Лишь у антиматематических статистиков Германии он не вызвал серьезного отклика. Но представляется, что и здесь близится новое оживление математической статистики, и тогда снова быть может вспомнят о нем.

[3] В области экономики в первую очередь следует упомянуть его плодотворные споры с Вальрасом и Парето, с Марксом, Бём-Баверком и Кнаппом, в которых были столь изрядно рассмотрены все главные проблемы теории. В серьезных разногласиях, как, например, между объективизмом и субъективизмом в теории стоимости, между номиналистической и металлистической теориями денег и пр., Борткиевич, столь воинственный в остальном, придерживался более примирительной точки зрения, спокойно признававшей здоровое ядро в учениях каждой из двух спорящих сторон, хотя было бы совершенно неверно считать его поэтому эклектиком. Борткиевич имеет заслугу и в том, что способствовал экономической теории в Германии в то время, когда почти на всех университетских кафедрах ей серьезно пренебрегали.

Для математики Борткиевич важен прежде всего как первоклассный исследователь в области теории вероятностей, а для физики непреходящее значение имеет его книга (1913/59).

[4] Что при личном общении с Борткиевичем бросалось в глаза, и что выказывалось во всех его публикациях, так это его необычайно острый, холодный, и, почти можно сказать, безжалостный аналитический рассудок, который не терпел научных ошибок или промахов ни у себя, ни у других. Он проявлял весьма недюжинную выдержку при проверке числовых примеров и выводов математических формул у других авторов. В его собственных работах даже самое малое никогда не было для него незначительным, так что и его примеры, и формулы совершенно достоверны, но в то же время основные черты и связи в этих трудах достаточно проработаны.

Широта знаний Борткиевича была огромна. Он чувствовал себя одинаково уверенным во всех областях теоретической статистики и экономики, равно как и в страховом деле, в математике и в некоторых разделах физики. Манера его работы была своеобразна, напоминала стиль Эджворта и во всяком случае оказывалась совершенно необычной для некоторых немецких экономистов.

На протяжении более 40 лет, в течение которых продолжалась его научная деятельность, Борткиевич опубликовал уйму отдельных исследований, но не создал никакой "системы", не представил систематически ни в одном труде результатов своих и чужих разработок в широкой научной области и вообще не написал ни одной объемистой книги. Но если внимательно отнестись к его исследованиям как к единому целому, то легко усмотреть, что было уже указано выше, что в них рассмотрены почти все важные вопросы, которые вообще занимали в наше время теоретическую экономику и статистику. С точки зрения известной классификации В. Г. Освальда[1], который разделил всех гениальных ученых на две группы, на романтиков и классиков, Борткиевич наверняка принадлежал к первым.

Несмотря на свою любовь приступать к каждой проблеме с собственной, особой стороны, ему требовалось определенное побуждение, чтобы запустить в ход несравненный механизм своего духа. И нередко подобной начальной точкой служили научные изыскания других авторов, которые он вначале продумывал, затем ткал дальше, перестраивал, а иногда полностью отвергал. И вовсе не случайно, что именно свои лучшие и самые глубокие работы он начинал как обычные рецензии. Так, *Итерации* (1917/66), – книга, совсем необычного для Борткиевича объема (205 страниц), возникла из рецензии на Марбе (1916 – 1919) и запросто подавила этого автора. Аналогично, три статьи об индексных числах (1923 – 1924/96) произошли из рецензии на Фишера (1922), который, однако, отделался намного благополучнее.

В своих рецензиях на сочинения других авторов Борткиевич нередко опровергал именно те взгляды, которые вначале побуждали его самого и были исходными для него, однако позже признавались им неприемлемыми, и это в большой степени хорошо объясняет ту суровость и остроту его приговоров, которые иногда отчуждали и во всяком случае задевали авторов.

По общему мнению Борткиевич считался резким и раздражительным судьей, чьи приговоры принимали во внимание даже самые выдающиеся ученые[2]. Полагали даже, и не совсем шутя, что его научная значимость состоит не только в разработке того или иного учения, или во влиянии на того или иного исследователя, но и в том, что из боязни его уничтожающей критики немало более слабых работ так и не увидело света дня, что безусловно произошло на большую пользу науке. Но мы никогда не должны забывать, что приговоры Борткиевича всегда оставались разумными и беспристрастными. Никто из ученых не был ему лично так близок, как А. А. Чупров, но тем не менее между ними происходили научные поединки, при которых наносились весьма болезненные удары. В своем непосредственном окружении Борткиевич мог быть обворожителен, и его жилище в Берлине в течение десятилетий было местом, в котором встречались ученые со всех концов света, чтобы высказаться и воспользоваться советом.

[5] Будучи учеником Чупрова, мы принадлежим к более молодому поколению, в чьих глазах Борткиевич выглядел уже отдаленным и невозмутимо спокойным, но и мы могли бы многое порассказать о терпеливой доброте этого "сурового господина" и о многих ценных побуждениях, которые мы обнаруживали в его письмах[3].

Борткиевич не писал для широкого круга [научной] общественности и вовсе не был хорошим популяризатором своих собственных идей. Кроме того, он предъявлял очень высокие требования к подготовке и интеллекту своих читателей. С упрямством, частично обусловленным своим научным отшельничеством, а частично, разумеется, объяснимым "романтическим" типом своего научного духа, он отказывался воспринять советы "классика" Чупрова и выбрать для своих сочинений более понятную внешнюю форму.

Вспомогательный математический аппарат, которым Борткиевич временами прямо-таки выделялся, особенно затруднял проникновение в более глубокую суть его учений немецким экономистам, издавна, к сожалению, расположенным против математики. К этому добавлялось, что название и источник публикации совсем не всегда соответствовали тому, что читатель мог бы справедливо отыскивать там. Какой статистик, к примеру, мог ожидать в его статье (1922/92) важные теоремы, относящиеся к лексисову коэффициенту дисперсии, а почти рядом, – теорию пирсонова критерия согласия? И, с другой стороны, какой математик стал бы искать ценные для теории вероятностей статьи в *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*?

Сочинения Борткиевича распылены по многим немецким и иностранным журналам, которые стали теперь частично труднодоступными. Из 54 более крупных статистических монографий лишь 4 опубликованы как книги или брошюры, которые притом давно распроданы. Остальные 50 рассеяны по 27 различным журналам и продолжающимся изданиям Германии, Австрии, России, Швеции, Италии, Швейцарии и других стран. Примерно то же произошло с его 23 более крупными публикациями по экономике. И мы здесь совсем не учли массу аннотаций и рецензий, которые Борткиевич написал на протяжении многих лет, равно как и его меньших статей в *Энциклопедическом словаре Брокгауза и Ефрона* и подобных справочных изданиях.

[6] Мы ни разу, к сожалению, не смогли присутствовать на лекциях Борткиевича, однако, насколько нам известно, он тратил очень много усилий и прилежания для их составления. Несмотря на это, ни в Берлине, ни вообще в Германии около него не смог образоваться круг его собственных учеников. Этот поразительный факт можно, пожалуй, объяснить тем, что, как полагает Альтшуль [XXXVI] , собственная педагогическая деятельность вообще была Борткиевичу "не по душе", что, впрочем, должно редко встречаться у "романтиков". И возможно, что это произошло также потому, что он, проведший почти полжизни в Берлинском университете, всё же до конца оставался для него, вопреки условиям работы и традициям немецкого экономического факультета, почти "чужеродным телом". Внешне к нему, конечно же, относились со сдержанным глубоким уважением, но внутренне отвергали его. И его смерть наверняка вызовет более сильный отклик в научных кругах Италии, Скандинавии, России и других стран, чем в границах Германии, где, по-видимому, новое поколение даже мало знает его.

[7] Каждый, кто представляет себе истинное значение совокупности работ этого крупного исследователя, будет поэтому оживленно приветствовать момент, когда будут сделаны по крайней мере первые шаги к его "открытию", и его статистические и теоретико-вероятностные сочинения будут изданы в отдельном томе, как это недавно случилось с Эджвортом[4]. Если не в Германии, то не мог бы найтись [для этого] издатель в богатых скандинавских научных институтах? Несколько лет назад одно немецкое издательство предложило самому Борткиевичу опубликовать сборник его более важных исследований. Из этого ничего не вышло, потому что он предпочел тогда новое исследование переработке прежних статей и сообщил мне примерно в то же время, что всё поставил на то, чтобы ничего из начатого и сделанного наполовину не унести с собой в могилу, хотя при его неожиданной смерти он вполне мог унести с собой бóльшую часть этого.

Чтобы облегчить знакомство с трудами Борткиевича, мы приводим здесь предварительный список его более крупных научных публикаций. Аннотации и более мелкие работы не включены, и могут иметь место серьезные пробелы.

Примечания

1. Освальд (1853 – 1932), в частности, основал серию *Ostwald Klassiker der exakten Wissenschaften*.

2. В. С. Войтинский (Борткевич и Чупров 2005, с. 207 – 208) оставил подходящее свидетельство: издатели перестали просить

Борткевича рецензировать выпущенные ими книги, поскольку тот слишком серьезно относился к этому занятию.

3. О письмах Борткевича Андерсону ничего не известно.

4. В 1925 г. вышел том его сочинений по политэкономии, а много позднее, в 1996 г., – трехтомное собрание сочинений по теории вероятностей, статистике и экономике.

XXX. Г. Шумахер

Ладислаус фон Борткиевич. Речь в память покойного

Hermann Schumacher, Ladislaus von Bortkiewicz. Gedächtnisrede.

Allgemeines statistisches Archiv, Bd. 21, 1931, pp. 573 – 576

Человек, у гроба которого мы здесь собрались, был чрезвычайно скромен, и этой сущности покойного соответствует наш тихий торжественный траур. Вместе с сестрой, которая до последнего дня верно заботилась о своем брате и о которой с сердечной благодарностью и глубоким соболезнованием думают все почитатели и друзья усопшего, он объединяет лишь узкий круг мужчин и женщин, стоявших близко к Ладислаусу фон Борткиевичу, ученому и человеку.

В соответствии с его желанием здесь сегодня вместо представителей церкви (он был воспитан греко-католиком[1]) выступают только представители науки и друзья. Берлинский университет, в котором он последние десять лет был ординарным профессором государствоведения, и его коллеги по науке возложили на меня мучительную и почетную обязанность попрощаться с ним в последний раз и еще раз высказать в немногих словах, что именно мы получили от него и что потеряли вместе с ним.

В экономике Борткиевич занимал в высшей степени особое и даже единственное в своем роде положение, притом не только в Германии, но и во всем мире. Я не в состоянии назвать кого-либо ни из современности, ни из прошедшего времени, кого можно было бы поставить наравне с ним, да и в будущем вряд ли это изменится. Борткиевич так самоотверженно посвятил себя науке, будто следовал Библии: *Да не будет у тебя других богов перед лицом моим* [Исход 20:3].

Он прежде всего считал своей святой обязанностью охранять в своей науке сокровищницу полутора столетий теоретического познания и избавлять ее от искажений. Видимо, никогда еще не было никого другого, кто бы так основательно осведомлялся о всех частях этого наследства и так любовно изучал его. Его замечательная память сослужила ему при этом необычную службу. Он так уверенно запоминал непостижимое количество и удачных, и неудачных формулировок, что всякая проверка их представлялась бесполезной. Но это удивительно точное знание истории он не приобрел лишь для того, чтобы действенно использовать в собственном изложении, представляя ее в выгодном свете, – нет, об этом он совершенно не думал. Но когда кто-либо неверно передавал или ошибочно истолковывал мнение ценимого им мастера, он появлялся на сцене в полном вооружении.

Да, приходилось всё снова и снова удивляться, какие тяжелые орудия он выставлял и как уверенно наводил их на цель. При этом он противостоял только искажениям и заблуждениям, но был очень далек от того, чтобы добиваться определенных взглядов своим авторитетом. Он был критиком, а не борцом. Если он считал, что по-рыцарски выполнил свою обязанность по отношению к науке, то полагал, что задача решена. Какие следствия извлекут из его пояснений другие, находилось для него по ту сторону науки и потому было ему безразлично. Несомненно, что таким образом в его научной деятельности многократно проявлялась черта пассивности и отрицания. Глубокое уважение к достижениям прежнего времени неумолимо настраивало его против других и делало его чрезвычайно скромным по отношению к самому себе.

Так случилось, что большая часть его научных работ оказалась рассеянной по журналам, притом во многих мелких статьях, которые если не по форме, то по содержанию являлись рецензиями. Но в них часто содержалось глубокое и всеобъемлющее знание и более основательная работа мысли, чем во многих заносчивых статьях и толстых книгах. Длительное время, особенно после первой мировой войны, они не возбуждали того внимания, которого заслуживали, но можно надеяться, что в интересах науки они будут изданы совместно.

Но Борткиевич лишь неполностью характеризуется как критик с виртуозным знанием истории, его следует одновременно считать математиком немецкой политэкономии (Volkswirtschaftslehre), и не в поверхностном смысле, будто он свои экономические доводы самодовольно обставлял математическими формулами, а совсем в ином, гораздо более глубоком значении. Математика привлекала его уже в основном как наиболее точное формулирование знания, но прежде всего она увлекала его в статистике и, по мере того, как его интерес к формальной истории ослабевал, возрастал его математико-статистический интерес. Ибо чем менее обозримым оказывался в экономике цифровой материал, тем неотложнее становилась задача овладевать им, и чем более сужались границы так называемого качественного анализа, тем настоятельнее оказывался вопрос до какой степени возможно его дополнить так называемым количественным анализом.

Таковы были серьезные задачи конструктивного характера, и Борткиевичу выпали удача и радость в том, что они становились всё более значимыми. В последние годы он вполне сознательно перенес центр тяжести своей деятельности в область теоретической статистики. Здесь он был не только критиком, но мог удовольствоваться конструктивными успехами и по праву считал себя первым в Германии. Да и за ее пределами были лишь немногие, которых можно было бы назвать наравне с ним. Как теоретик статистики он стал членом Международного статистического института и Шведской академии наук в Стокгольме.

Но, упоминая Борткиевича как математика немецкой политэкономии (Volkswirtschaftslehre), я хотел бы этим выразить нечто большее. В то время, когда научная ответственность за отдельное слово в большой степени утеряна, он своим примером и своей критикой пытался вновь подчеркнуть смысл научной точности не только в числах, но и в словах. Каждое небрежное и двусмысленное выражение он воспринимал как прегрешение перед духом науки. К неспециалистам он иногда быть может придирался, пространно устанавливая смысл какого-либо одного слова, но в действительности как раз в таких случаях выказывалась его истинная серьезность, свойственная всей его научной деятельности.

Если обозреть в общем эту жизнь, посвященную только лишь научной работе, которая ныне так рано оборвалась, получаешь сильное впечатление необычной цельности и единства. В жизни других ученых и тем более в области экономики (Volkswirtschaftslehre), большую, а иногда решающую роль часто играет случай, здесь же, как представляется, всё развивалось изнутри. Из длинного ряда известных ученых, представлявших старшее поколение экономики народного хозяйства (Nationalökonomie) в Германии, Борткиевич уже в юности смог поразительно верным чутьем выбрать обоих в корне отличных друг от друга, больше всего соответствовавших его собственной сущности, – Георга Фридриха Кнаппа и Вильгельма Лексиса. Оба были всей душой преданы науке вплоть до забвения остального и, не чувствуя, подобно Вагнеру и Шмоллеру, внутреннего стеснения, не считали себя призванными вступать научными средствами в экономико-политическую борьбу.

Они стояли в стороне как спокойные наблюдатели, Кнапп – не без слабой ироничной улыбки, которая часто подобным же образом появлялась на устах покойного. Оба были основательно обучены математике, а не только ее любителями, и именно в этом смысле были близки статистике. В обширной области политэкономии (Volkswirtschaftslehre)они проявляли понимание и особый интерес к проблемам теории денег по совсем разным причинам. И вообще среди старшего поколения едва насчитывалось два человека, которые занимались бы обстоятельнее ими. Всё это повторилось с Борткиевичем. Всё, постороннее его существу, но присущее его учителям, как глубокое понимание истории у Кнаппа или административно-педагогическая работа у Лексиса, оставляло его совершенно спокойным, но он таким же образом как они относился с глубоким уважением к науке, совсем не интересовался национальной политикой, но выказывал сильный интерес к статистике. Притом не только к ее результатам, но и к методам, и глубоко понимал важность и трудность проблем теории денег. Как раз в этой области послевоенное [после 1918 г.] время предоставило неумолимому критику немалую возможность выпалывать сорную траву. Но, к сожалению, его работа привлекла лишь мало внимания. Его голос, часто понятный только специалисту, не доходил до политиков и руководителей экономики.

Сознание безрезультатности своей науки несколько разочаровало наконец и его, этого далекого от жизни апостола науки, и способствовало тому, что он всё более и более отдалялся от политэкономии (Volkswirtschaftslehre) и приближался к статистике. Почитание науки соединялось у покойного с уважением своих учителей. Нельзя было бы быть привязанным к ним с большей благодарностью, чем это было присуще ему. Чаще всего неподвижные черты лица этого ученого, заинтересованного лишь своим делом, изменялись и в его голосе появлялись мягкие тона, когда он произносил имена Лексиса или даже Кнаппа. И тогда видно было, что и в груди этого безжалостного критика билось мягкое сердце. И к студентам он всегда в основном относился, несмотря на всю критическую остроту в частностях, с необычной степенью мягкосердечия и доброты. Хоть он и не сделал многих студентов своими учениками, но немалое их число выносило для себя впечатление о его истинной научной серьезности, даже если и не было в состоянии полностью понять его высказывания. Кто ощутил дуновение его духа, сможет с благодарностью воспоминания представить себе характерный образ Борткиевича. Его труд переживет его и его имя не исчезнет из истории немецкой политэкономии.

Примечание

1. Иначе: униатом. Впрочем, сам Бортневич [   ] в 1901 г. назвал себя римским католиком, быть может желая отделить себя от униатов.

XXXI. Т. Андерссон

Ладислаус фон Борткиевич, 1868 – 1931

T. Andersson, Ladislaus von Bortkiewicz, 1868 – 1931

Nordic Statistical Journal, vol. 3, 1931, pp. 9 – 26

[1] Основателем нынешней статистической науки является Вильгельм Лексис. Самым знаменитым его учеником был Ладислаус фон Борткиевич, профессор Берлинского университета в 1901 – 1931 гг., один из самых выдающихся учеников которого, Карл Фрейденберг, сказал, что классический период теории статистической науки начался примерно в 1876 г. с публикации первой крупной работы Лексиса и окончился 15 июля 1931 г., в день смерти фон Борткиевича[1].

Поляк по происхождению, фон Борткиевич родился 7 августа 1868 г. в Петербурге. После его обучения юриспруденции в университете своего родного города, русское правительство послало его для [дальнейшего] обучения за границу и в 1892 г. он получил степень доктора философии в Гёттингене, а в 1895 г. начал преподавать в Страсбурге. В 1898 г. он отказался от этой должности[2], чтобы поступить на государственную службу в России, и три года провел в центральном аппарате пенсионной кассы для работников государственных железных дорог. В 1901 г. он стал экстраординарным профессором в Берлинском университете, в котором и продолжал работать вплоть до нескольких своих последних дней.

Уже в студенческие годы в своем родном городе фон Борткиевич начал интересоваться областями науки, которые оценивают вероятности, статистикой, страховой наукой и экономикой (economics) и в которых он стал всемирно известным ученым. Не достигнув 20-и лет он уже настолько продвинулся в изучении измерения смертности, что в письме 10 июля 1888 г. выдающемуся статистику Кнаппу[3] предложил перестроить применяемые для этого методы.

Мастер в такой степени одобрил основные направления его предложений, что спросил фон Борткиевича кто он такой, и как случилось, что он занялся столь редкими и необычными темами. Кнапп закончил свое первое письмо фразой "Мне было бы еще приятнее получить когда-нибудь возможность лично познакомиться с Вами". И когда позднее фон Борткиевич действительно доставил Кнаппу это удовольствие и приехал в Страсбург, чтобы учиться у него, он восхитился основательностью своего ученика и глубокой проницательностью его работы.

Фон Борткиевич приехал в Страсбург в мае 1891 г., Кнапп же был ректором университета. Его обязанности не позволяли ему продолжать преподавательскую деятельность и было решено начать в сентябре специальный каникулярный курс. В течение шести недель, по три – четыре часа ежедневно, Кнапп рассказывал о результатах своих математико-статистических исследований, часто у доски в школе для подготовки учителей[4]. Он был щедро вознагражден квалифицированным участием своего ученика в этом своеобразном предприятии. "Если меня когда-либо спросят о Вашем мастерстве," – писал он фон Борткиевичу в 1894 г., – "я выражу свое глубокое восхищение". За год до этого он написал, что рад, что нашел такого прекрасного продолжателя трудов, которые прежде были так тяжелы для него. "Только подумайте," признавался он в 1893 г., "что за исключением Лексиса и меня самого нет ни одного *высокого* статистика[5] и нет никакой надежды на это". К этому времени, уже за год до того, фон Борткиевич уже защитил докторскую диссертацию у Лексиса. Близость их отношений привела к тому, что когда в начале нового века задумались о приглашении Лексиса в Берлин, тот, не желая переезжать в столицу империи, смог предложить фон Борткиевича вместо себя.

[2] В 1901 г. фон Борткиевич стал профессором в Берлине, будучи уже всемирно известным не в статистике, а в других областях. За 11 лет до того, т. е. в возрасте 21 года, он опубликовал в Западной Европе свою первую статью по теории экономики [1890/2], которая сразу же привлекла к нему внимание мира науки и вскоре обеспечила ему место в центре исследований по этой теме. Там он и оставался до своей смерти.

Он придерживался своего собственного критического взгляда по отношению ко всем главным пунктам экономической теории и существенно продвинул [экономические] исследования. Несколько десятилетий он оставался одним из первых в попытках перенять строгие научные правила для изучения самых трудных задач экономической теории. Его многочисленные труды по экономике до сих пор вовсе еще не пользуются тем вниманием, которого они заслуживают, но при любой попытке продвинуть экономическую науку они получат очень серьезное значение; одна из самых выдающихся его работ по экономике это (1921/86).

Где бы в мире ни существовала статистическая наука, этот труд фон Борткиевича в громадной степени повлиял и всё еще влияет на ее развитие. Она была и остается высокозначимой для всех нордических [Скандинавия, Финляндия, Исландия] стран и особенно для Швеции. В начале [XX] в. в стране Варгентина[6] вряд ли существовала какая-либо статистическая наука в современном смысле, и именно фон Борткиевич приобщил ее к работам Лексиса и своим собственным. И можно также сказать, что один из наилучших трудов, когда-либо написанных им по статистической науке и относящийся к однородности и устойчивости в статистике, впервые появился в лекции 1917 г. перед Шведским союзом актуариев и позднее был опубликован в их журнале (1918/68). Фон Борткиевич выступал и перед союзами актуариев в Копенгагене и Осло и прочел несколько лекций в тамошних университетах. И он также общался со многими из работавших в нордических странах в его собственных областях науки; среди бумаг, оставшихся после его смерти, имеются письма от Фриша, Гульдберга, Мейделя, Стеффенсена, Вестергаарда, К. и С. Викзеля.

Самыми важными из оставшихся вообще это письма от Вальраса и Чупрова. Именно изучение фон Борткиевичем (1890/2) работы Вальраса (1883) впервые привлекло внимание мира к 21-летнему автору в такой форме, что те, кто был действительно заинтересован в развитии науки, никогда более не переставали следить за публикациями и иной его деятельностью[7]. Указанное исследование было продолжено многолетней перепиской между экзаменатором и автором, – наверняка одной из самых важных, когда-либо имевших место в экономике.

Среди современников фон Борткиевича в статистической науке, более близких ему по возрасту, самым важным и в самой науке, и в личном общении, был русский, А. А. Чупров, на шесть лет моложе фон Борткиевича, который вначале подучился у фон Борткиевича, но вскоре стал равным ему и вместе с ним занимал первейшие места в работах по теоретической статистике. Переписка между ними до сих пор исключительно важна для истории статистики.

[3] Первые опубликованные работы фон Борткиевича специально посвящены проблемам смертности и долговечности, которые имеют первостепенное значение в мире страхования. Исследование (1892/5), впервые заслужившее автору широкую известность [в этой области], было посвящено второй из указанных тем. В течение своей активной деятельности [всю свою жизнь] он неоднократно возвращался к важнейшим проблемам страховой науки и пояснял их таким образом, что его работы должны считаться одним из ее наиболее ценных достояний. То же равным образом относится ко многим трудам фон Борткиевича, главным образом посвященным ей, а также и к его более общим исследованиям по оценке вероятностей, статистике и экономике.

В течение всей своей жизни он был особенно активен как преподаватель и автор, который считал, что для тех, кто предназначил себя страховой практике, желательно лучшее обучение статистике и математике. И действительно, одна из первых серий его лекций в Берлинском университете была посвящена математическому и статистическому обоснованию страхования жизни и соответствующим упражнениям, которые он считал очень важными.

Основательно переделав свои лекции, он впоследствии несколько раз повторял их. Однако, сколь ни полезна и ни незаменима математика в страховой науке[8], для того, чтобы заниматься им практически, одних лишь математических формул недостаточно. Чтобы применять в числовом виде выражения, полученные алгебраическими вычислениями, нужна эмпирическая база. Вот почему статистика теперь занимает первое место при обучении страховой науке (Andersson 1930). История страхования знает много примеров того, как ее вполне простые задачи ставили впросак даже выдающихся математиков, недостаточно знакомых со статистикой.

Уже в начале нынешнего [XX] века фон Борткиевич указал, что даже в Англии, где, как считалось, подготовка актуариев была в то время наиболее продвинута, она приспосабливалась исключительно к условиям частных страховых компаний. Но актуарий обычно вовсе не представляет себе относительности [ограниченности] своей науки в этом смысле и поэтому склонен в принципе отрицать методы вычислений, используемые в государственном обязательном страховании. Те же самые предпосылки там уже не имеют места, и некоторые уклонения от практики частных компаний кажутся возможными, а во многих случаях необходимыми.

Можно сказать, что без достаточного обоснования статистикой и страховой математики все исследования проблем страховой науки построены на песке. Легко доказать, что некоторые бесплодные или недейственные юридические уложения, равно как и несостоятельные требования к страховому делу со стороны специалистов по политэкономии, были вызваны непониманием принципов страховой жизни. Так, юрист, как и экономист-страховщик, должен быть знаком по крайней мере с основными моментами математики страхования, чтобы не приходилось взирать на страховщика-практика как на жреца странной религии.

Стало уже недопустимо ни в частном, ни в социальном страховании отделять математическую часть и отдавать ее математику, работающему в этой области, остальное же оставлять юристу и экономисту. При таком разделении труда существует большая опасность, что математику не будут применять правильно, либо, хоть и с благими пожеланиями, применят неверно[9] и сведут на нет самые прекрасные пожелания законодателей. Следует согласиться с суждениями математика, когда он заявляет, что то или это недопустимо с точки зрения техники страхования.

[4] Статистическая наука имеет целью достичь наивысшей возможной точности при наблюдении и в выводах из них, и для этого нужна прикладная математика. Кнапп написал [Борткевичу], что "с удовольствием [видит], как Вам удается формулировать математические факты. Это один из Ваших врожденных талантов, который Вы применяете самым похвальным образом". Уже в 1897 г. он похвалил своего ученика за бережливое применение формул, чего обычно добиваются лишь в более зрелом возрасте, когда [уже] не ценят так высоко их уйму.

Эти слова от человека, который наравне с Лексисом был лучше всех знаком с эрудицией фон Борткиевича в области математики и ее приложения к статистике, не помешали Георгу фон Майру противопоставить себя тому и отклонить предложенную его журналу рукопись. Можно привести одно место из ответа фон Борткиевича[10]:

Я желаю протестовать только против того, что был представлен как математик, ничего не смыслящий в "государственной науке статистики" [государствоведении?]. *Уже мое образование указывает, насколько необоснованно это описание … Кроме того, правительство назначило меня экстраординарным профессором статистики в крупнейший университет Германии, и моя дисциплина названа "статистика и аналогичные области политической науки". Поскольку никто из моих берлинских коллег кроме меня самого не были назначены преподавать статистику, я наверняка могу считать себя профессором статистики в Берлинском университете. Было бы печально, не знай я, будучи им, что такое статистика …*

Когда Вы сравниваете мои формулы с пыточными средствами, Вы применяете выражение "пытка мозгов", но мне представляется, что это риторическое сравнение более туманно, чем обычно происходит с такими метафорами. Никому из тех, кто ввиду отсутствия математического образования не понимает формул, они не могут причинить никаких страданий, – такие лица просто не будут иметь дела с ними, – для математика же, пожалуйста поверьте, они более чем понятны и вовсе не могут вызвать никаких забот.

И всё же я не почувствовал бы отклонение моей рукописи как унижение, хоть автором я являюсь с 1889 г. и ничего подобного со мной раньше не случалось, не публикуй иногда Ваш журнал статей математического характера. Но именно это и происходит, и я специально упоминаю статью Щукарева в 9-м томе, которая, кстати сказать, в высшей степени ошибочна и с научной точки зрения бесполезна[11]*, и статьи Гумбеля в 8-м и 9-м томах, а также и его последнюю, еще не опубликованную статью (у меня есть ее корректура).*

Я далек от того, чтобы ставить д-ра Гумбеля, хоть он иногда несколько не уравновешен и всё еще весьма незрел даже как математик-статистик, на одну доску со Щукаревым. Но для них обоих характерно полагать у читателя знание высшей математики и особенно анализа бесконечно малых. Они поэтому *виновны точно в том, что привело к отклонению моей рукописи. (В статье, опубликованной в 9-м томе* [1915/61], *я обошелся без анализа бесконечно малых.) Поэтому я не могу не заключить, хоть этого и не видно в Вашем письме, что отклонение моей рукописи является грубым оскорблением со стороны редактора Архива. Он может быть уверен, что мое перо никогда больше ничем не обеспокоит его. В то же время я считаю свою связь с Немецким статистическим обществом, чьим органом является Архив, оборванной. Сегодня я уведомил тайного советника Вюрцбургера о своем уходе*[12].

[5] В качестве непреложного принципа академического преподавания наверняка следует считать, что учителем, способным добиться настоящего успеха именно как учитель, может быть только тот, кто не ограничивается ролью посредника между наукой и изучающими ее, а предстает перед своими слушателями как один из создателей науки, – кто не просто продает научные сокровища, а сам создает их.

У его коллег неизменно создавалось впечатление, что каждая произнесенная им фраза была результатом независимого исследования, взвешенная и проверенная сотню раз. И то же относится к училищу[13].

Фон Борткиевич сказал это про своего учителя, Лексиса, но эти слова равным образом относятся к нему самому. Особенно в училище, значимость которого в научном университетском образовании всё возрастает, жива память о великом ученом и суровом человеке, который резко разоблачал слишком часто происходившие весьма существенные промахи в проводимых лекциях. Но строгая критика, основанная на самом глубоком знании предмета, особенно если она к тому же конструктивна, является неизбежным условием научного прогресса.

Фон Борткиевич критиковал сделанное без уверток, но обладал прекрасным качеством, умением показать, как можно было бы сделать лучше. И тогда он казался уже не суровым профессором, сидящим за письменным столом, а добрым человеком, который с сердечной терпимостью направлял неуверенную поступь ученика.

Строгость, с которой фон Борткиевич относился к своим ученикам, не была серьезной по сравнению с величайшей требовательностью, предъявляемой им к самому себе, и мало кто из ученых сравнивался с ним в этом. Рабочий день в 13 или 14 часов был для него вполне обычным. До самого конца, даже когда болезнь уже очень сильно скрутила его, он продолжал трудиться и всё более сожалел, что успел так мало, хоть его работы и могли бы наполнить около 20 книг того же размера, как переплетенный том этого журнала.

Фон Борткиевич сказал про своего учителя Кнаппа, что тот всегда озабоченно избегал показывать работы, законченные наполовину. Это верно и по отношению к нему самому и объясняет форму, в которой фон Борткиевич любил, чтобы они появлялись.

Для научной и любой иной литературной статьи лучше всего быть ограниченной одной основной темой, которую можно полностью и со знанием дела разработать, но это почти невозможно при выборе формы изложения в виде книги. Даже выдающемуся ученому вряд ли удастся представить все ее части с одной и той же степенью точности и заботы. Кроме того, составление и публикация обширной книги занимает так много времени, что ее части невольно оказываются несколько устаревшими, а с журнальными статьями это происходит не обязательно. Мастер может быстро закончить статью, а затем по мере надобности применить ее в позднейших работах. Серия статей фон Борткиевича об индексных числах (1923 – 1924/96), как и многие другие его работы, является шедевром способа выражения также и с точки зрения актуальности.

"Он так проницателен," сказал как-то о нем Лексис, который и сам был проницательным мастером, редактору этого журнала[14]. Многие его жертвы жаловались на это, – и не всегда в подходящей научной форме. Фон Борткиевич представлял себе свое окружение, и особенно тех, кто занимался теми же областями науки, что и он сам. Он знал, что многие из них были лишены не только большого таланта, но, хуже, не обладали той склонностью ума, без чего, правда, они могли бы многое сделать в мире формул, но оставят лишь слабый отпечаток времени на статистической науке, которую он вслед за Лексисом полагал основой будущей эмпирической схемой социальной этики.

Действительно, Лексис не жаловался на недостаток проницательности своего ученика. В 1913 г., когда он высказался по поводу фон Борткиевича, Лексис понимал, что жесткая критика нужна его собственной стране [статистике?] и добавил, что, к сожалению, более чем верно, что по всей вероятности она будет какое-то длительное время оставаться необходимой. Ибо, он добавил, "Многим так называемым статистикам и другим экспертам по социальным делам недостает приличия ни с научной, ни с других точек зрения".

[6] Фон Борткиевич впервые появился на научной сцене Западной Европы и всего мира в споре [1890/2] по основному труду Вальраса [1883], и не переставал сражаться на ней почти до последнего вздоха. Много было нанесено ударов с каждой стороны, притом чувствительных. Немало было схваток, из которых он в глазах внешнего мира выходил победителем, но со скрытыми, так никогда и не заживавшими полностью ранами: битвы часто выказывали убожество мира по отношению к научному прогрессу, он же был для своего времени одним из его виднейших поборников также и с этических позиций.

По этой причине фон Борткиевич часто слишком близко к сердцу воспринимал нападения на свои труды, особенно со стороны Пирсона и его последователей в отношении закона малых чисел. Мнение фон Борткиевича о Пирсоне как о статистике не отличалось от мыслей величайших нынешних английских статистиков или крупнейшего датского ученого Вильгельма Иогансена. О Пирсоне-антропологе [антропометристе] фон Борткиевич (1922/125) отозвался таким образом, что Больман, с которым он более 30 лет близко общался и в научном, и в личном планах, написал ему: “Я не видел книги [Пирсон (1920)], но, прочитав Вашу статью, обязан спросить себя: могут ли соотечественники Пирсона всё еще всерьез относиться к нему”.

Атаки Джини и других на его великое сочинение (1930/104), представленное им сессии Международного статистического института в Токио в 1930 г., и процедура их расследования Институтом усилили физические боли фон Борткиевича и наполнили горечью последние месяцы его жизни. Итальянские атаки обвинили его в плагиате. Прошло точно 50 лет, пока споры о [приоритете] Лексиса и Дормуа не были закончены в научном смысле статьей (1930/105) самого фон Борткиевича в этом журнале. И тот же журнал, который вряд ли появился бы на свет без него и без связей, добытых с его помощью с истинной статистической наукой, поэтому счел своим долгом перепечатать в этом томе [с. 27 – 70] соответствующие материалы сессии Института в Мадриде, равно как и переписку, оставшуюся после смерти фон Борткиевича.

Журнал постарается следить за любыми возможными в будущем событиями в этом деле; в Мадриде было сказано, что в трудах Института могут появиться обещанные документы. Указанные выше материалы описывают обвинения в плагиате в такой форме, что мы можем отложить суждение по этому вопросу до появления дальнейших обещанных документов. Для будущей и весьма нужной истории статистики важно, чтобы этот спор был разрешен как можно раньше. Будущий автор истории статистики столкнется с таким числом забот по поводу столь многих других притязаний на приоритет по статистическим темам, что чем быстрее нынешний спор закончится, тем лучше, тем более, что раздававшиеся воинствующие крики исходили не от орлов, а скорее от стервятников и становились тем вульгарнее, чем дольше продолжались схватки.

Даже в июне фон Борткиевич не вполне отказался от надежды быть в состоянии приехать в сентябре в Мадрид, чтобы там окончательно схватиться [со своими противниками], а затем покинуть Институт. Свое отношение к обвинениям он ясно объяснил уже 24 марта в письме Кантелли, генеральному секретарю Института итальянских актуариев, который предоставил ему возможность ответить рецензенту его работы (1930/104). И рецензия, и письмо фон Борткиевича должны были одновременно появиться в трудах Института.

Он считал неразумным отвечать до того, как будет полностью осведомлен обо всем, и сказал, что если сочтет нужным, сможет ответить [и] в последующем выпуске трудов. Он также подтвердил предположение Кантелли о том, что не был знаком со статьей Джини Variabilità e mutabilità [1912], которую тщетно искал в берлинских библиотеках и добавил:

Если даже обвинения против меня окажутся обоснованными [если совпадут формулы]*, я не пойму толком, как можно полагать, что я переписал формулы Джини без упоминания о нем. Лица,* *исследующую одну и ту же тему, ежедневно получают те же самые результаты независимо друг от друга*[15].

В письме фон Борткиевичу Кнапп напомнил ему о замечании, которое сделал ему [на французском языке] служитель в училище в Страсбурге: "*Вы обучались как сеньор высокого ранга*. Как уместно и хорошо высказано". И Кнапп добавил: "По-немецки он мог бы сказать … *как рыцарь разума*".

[7] Поборника света нет больше в стране живущих. Для вечности он всегда будет выглядеть мужественным и гуманным, храбрым воином и человеком, неизменно внутренне ощущающим свои собственные недостатки. После смерти великого Чупрова он написал родственникам покойного[16]:

От своего общения с ним я получил много хорошего и для ума, и для души. Его смерть я ощущаю так, будто что-то очень важное и ценное выпало из моей личной жизни, сузило ее смысл и понизило ее значение. Вряд ли стоит упоминать, что [кроме Чупрова] *не было ни единой живой души, с кем я мог бы так интересно и плодотворно беседовать о предметах, принадлежащих нашей специальной области*.

Эти слова могут сейчас повторить те, кто имел счастье сражаться вместе с фон Борткиевичем за развитие и прогресс человечества.

[8] [Следует перечень опубликованных работ Борткевича. Автор продолжает:]

Этот перечень основан на экземплярах его сочинений, найденных в его библиотеке после его смерти, – книг, статей в энциклопедиях и журналах. Он следил за своей очень ценной библиотекой самым тщательным образом, однако некоторые из его работ в перечне вероятно отсутствовали, и это особенно относится к его русским статьям.

Среди других работ, не включенных в список, можно указать памятную записку в 44 печатные страницы о пожизненной ренте для должников по закладным, написанную в прошлом году по просьбе польского правительства. При покрытии рентой всего долга или его части она названа соответственно полной или частичной, и фон Борткиевич полностью рассмотрел только первый случай, но в конце записки уделил некоторое внимание и второму.

Очень важную часть его опубликованных работ составляют сотни [?] критических разборов и рецензий на опубликованные труды, и они также являются прекрасными произведениями ученого, который очень хорошо умел отделять существенное от остального[17], отдавать должное тому, что этого заслуживает, критиковать иное и таким образом раскрывать суть работы. Его рецензии поэтому не являются лишь сиюминутно важными, они описывают не только автора, но, прежде всего, время появления его сочинения и упоминаемых им других авторов.

До тех пор, пока существует наука, они останутся незаменимым документом для изучения схваток об истинных методах в социальных науках, особенно в статистике и политэкономии.

Рецензии фон Борткиевича, которые иногда состоят из нескольких строк, в других случаях занимают более страницы [а в третьих – не меньше, чем добрая статья], включают некоторые из лучших работ, когда-либо выполненных им, и прежде всего можно указать на уже упомянутую рецензию (1890/2) на книгу Леона Вальраса (1883), которая ознаменовала первое появление 21-летнего молодого человека перед Западной Европой. Его великая литературная [?] статья (1904/29) в 25 страниц, если назвать лишь еще одну рецензию, относится к сочинениям, которые статистик и сегодня, и впоследствии должен (будет) знать.

Последняя замечательная работа, которую он написал по просьбе Делегации по проблемам золота (Gold delegation) в Женеве, была посвящена измерению колебаний в покупательной способности золота. Председатель делегации очень высоко оценил ее и описал в выражениях, подобных “наиболее ценная памятная записка для нашей делегации” и “весьма превосходное научное исследование”. Фон Борткиевич написал ее по-немецки, и на этом же языке она появится здесь (1932/109).

При появлении собрания сочинений фон Борткиевича, – и следует надеяться, что это произойдет не за горами, – важное место в нем займут его многочисленные статьи, написанные в результате посещения съездов и конференций различных ассоциаций и обществ. Где ни появись, он оказывался в самом центре обсуждений, главным участником которых он часто и был. Он четко защищал свою точку зрения и обычно побеждал своих противников. Обсуждения с его участием были как правило посвящены фундаментальным проблемам по интересующим его в основном областям науки.

Среди его сочинений следует упомянуть написанное им множество писем. Как указано выше, наиболее интересны письма Чупрову и Вальрасу. В них, равно как и в адресованных другим выдающимся ученым Старого и Нового Света, часто содержатся высказывания, сформулированные в математической форме и относящиеся к основополагающим научным проблемам, публикация которых окажется только на пользу науке.

И совсем не наименее ценными из работ фон Борткиевича являются его лекции, рукописи которых по статистике, социальной политике, экономике и техническим вопросам страхования хранятся в полном порядке в картонных коробках. Не менее 25 из них посвящены различным темам статистики: 9 – общей теории статистики, 1 – юридическим установлениям, регулирующим статистику, 4 – статистике населения и его изучению, 7 – политике по отношению к населению и [снова!] статистике населения. Наконец, 3 коробки содержат статистические упражнения и 1 – упражнения по социальной статистике.

Начиная читать курс лекций [по какой-либо теме] впервые, фон Борткиевич обычно имел хорошо подготовленную рукопись, практически готовую к публикации. Но впоследствии лекции по тем же темам подвергались более или менее серьезной переработке, часто столь значительной, что в них сохранялось разве лишь название. Это особенно верно для политики по отношению к населению и для экономики. Собрание трудов фон Борткиевича много выиграло бы от рукописей его лекций.

Примечания

Некролог был опубликован на английском языке. Шведский вариант (возможно, первоначальный): *Nordisk Statistisk Tidskrift*, Bd. 10, 1931, pp. 1 – 16.

1. Андерссон таким образом молчаливо согласился с Фрейденбергом и поэтому разделяет с ним вину за нелепое и недостойное памяти Борткевича утверждение.

2. Не совсем так, см. его письмо № 27 1897 г. Чупрову: поступив на службу в Петербурге, Борткевич скрывал это от Страсбургского университета, чтобы не лишиться там должности приват-доцента. Впрочем, его опасения оказались напрасными, так как в 1901 г. он стал профессором в Берлине.

3. Андерссон неоднократно ссылается на письма из переписки Борткевича без указания источника, но явно из оставшегося архива покойного. Впоследствии письма оказались в библиотеке Упсальского университета (Швеция), где их и обнаружил Г. Раушер (Вена). Именно оттуда мы получили копии писем Чупрову, которые составили быть может половину всех писем в книге Борткевич и Чупров (2005).

4. Эта школа или училище упоминается ниже еще несколько раз, однако ее (его) положение в Страсбургском университете остается неясным.

5. *Высокая статистика* (как и *высокая мода*) – термины французского происхождения.

6. Статистик Пер Вильгельм Варгентин (1717 – 1783).

7. На эту работу Борткевича Андерссон ссылается еще несколько раз. Эти и подобные повторения свидетельствуют о незаконченности некролога.

8. Андерссон добавил: и при назначении пожизненных рент, однако эти ренты следует рассматривать как вид страхования.

9. Пример неудачной фразы.

10. Этот журнал – *Allgemeines statistisches Archiv*. Редакторами его упомянутого ниже т. 9 были Майр и F. Zahn. В приводимой выдержке Андерссон так и не назвал его и, хуже, упоминал какие-то *архивы* (которые мы, разумеется, в перевод не включили). Борткевич написал это письмо в 1915-м или 1916-м году, см. ниже. В самом начале письма Борткевич упоминает свое (юридическое) образование, которое действительно ему весьма пригодилось и для опять же названного им, как мы поняли, государствоведения и вообще при изучении социальной статистики и страхового дела и, возможно косвенно, в его экономических исследованиях.

В 1898 г., в письме отцу, Чупров (Шейнин 1990, с. 4) сообщил, что Майр "в Страсбурге для меня так же невыносим, как был в Берлине Адольф Вагнер". Сам Борткевич еще в 1911 г. (письмо № 109 Чупрову) написал, что фон Майр заявил, что математические формулы в статистике не нужны.

11. Мы не удивляемся. В 1928 г. Е. Е. Слуцкий в вежливом ответном письме Щиголеву указал, что его статья того же года ошибочна: Щиголев доказывал, что распределение Максвелла можно вывести без привлечения вероятностных представлений. См. Шейнин (1999, с. 134).

12. Я сам в некотором смысле повторил поступок Борткевича. В 2005 г. два автора опубликовали негодную статью о Де Моргане (математик и логик XIX в.) в журнале лондонского Королевского статистического общества. Будучи почетным членом Общества (позволю сказать: вслед за Чупровым и Колмогоровым), я счел нужным послать в тот же журнал коротенький отрицательный отзыв. Через несколько месяцев я начал теребить Общество (которое само связывалось с редакцией журнала), но получал отписки типа "Авторы вроде бы (!) еще не ответили на Ваш отзыв". Я тщетно просил, чтобы авторам был дан какой-то срок для ответа, дважды писал Президенту Общества, но тот высокомерно отмалчивался. Я потребовал четкого решения, и в ответ мой отзыв отклонили, поскольку я уже раньше описал грубейшие ошибки Де Моргана (не замеченные авторами статьи 2005 г.). Но в своем отзыве я сослался на свою прежнюю статью, так что отклонить его можно было сразу. Посчитав, что отзыв был нужен читателям, а отказ объясним желанием Общества защитить честь мундира, и учитывая перенесенные мной унижения, я порвал свою связь с Обществом. Подробнее об этом см. www.sheynin.de, History of statistics, an aspect of the situation.

13. И начальные строки п. 5, и цитата взяты из сочинения (1915/62, с. 119).

14. Журнал *Nordisk Statistisk Tidskrift* издавался с 1922 г., а *Nordic Statistical Journal* – с 1929 г. и редактором был сам Андерссон, но вот разговор с Лексисом состоялся в 1913 г. (см. ниже).

15. В материалах о схватках (см. выше) Джини сообщил, что его статью 1912 г. неоднократно упоминали другие авторы. Добавим, что в 1913 г. Чупров получил от Джини ее оттиск и кратко описал его Борткевичу в своем Письме № 122, хотя и не раскрыл ее сути, а в Письме № 123 того же года Борткевич весьма странно заявил, что в берлинской Королевской библиотеке [нынешней Staatsbibliothek] статей Джини нет, что дает ему "полное право означенных статей в моей работе не касаться". Но упомянуть Джини как своего возможного предшественника ему (по крайней мере в конце жизни), видимо, следовало бы, хоть тот и был ему в свое время неприятен (Письмо № 91 1909 г.). Андерссон не мог знать, что Борткевич действительно опубликовал свое *Возражение* (Bortkiewicz 1931a).

16. Эту же выдержку мы уже приводили ранее (Борткевич и Чупров 2005, с. 5).

17. Крайне сомнительно. Противного мнения придерживался Чупров в 1898 г. (письмо Борткевичу № 35, а также и Гумбель [XXXIII] и Андерсон [XXIX, п. 5].

XXXII. Р. Meeрварт

Ладислаус фон Борткиевич, 1868 – 1931

R. Meerwarth, Ladislaus von Bortkiewicz, 1868 – 1931

Bulletin of the International Statistical Institute,
vol. 26, No. 1, 1936, pp. 254 – 258
C. r. de la XX^{ème} session. Madrid, 1931

15 июля 1931 г. в Берлине скончался ординарный профессор экономики и статистики Л. фон Борткиевич. Он был проницательным исследователем своеобразной чеканки.

Л. фон Борткиевич родился 7 августа 1868 г. в Петербурге. Вначале он обучался в Петербургском университете и уже в 1890 г. опубликовал работу о смертности мужского православного населения европейской части России [фактически две работы (1890/3; 1891/4)]. Затем он продолжил обучение в Германии, получив в 1893 г. степень доктора в Гёттингене за диссертацию (1893/6). Уже в этой публикации проявилось сильное влияние, которые оказали на молодого ученого Г. Ф. Кнапп и прежде всего Лексис. После дальнейшего обучения, особенно в области теоретической статистики и статистики населения, фон Борткиевич стал в 1895 г. [приват-]доцентом в Страсбургском университете.

Первым результатом его исследований, исходящих от Лексиса, которого мы часто упоминаем ниже, и ориентированных на него, оказалась работа (1894 – 1896/8). *Рассмотрения* особо посвящены выяснению применимости и степени применимости схемы понятий теории вероятностей в статистике. Или, как Борткиевич (1894 – 1896/8, 1968, с. 55) в Предисловии выразил это:

В данной работе мы ставим своей задачей исследовать условия применимости исчисления вероятностей к учению о социальных массовых явлениях, и притом более углубленно, чем это обычно делается. Кроме того, мы стремимся показать, что границы стохастической разработки в некоторых отношениях были намечены слишком узко, хотя в то же время практическое значение теории вероятностей для статистики нередко переоценивалось.

Уже в этом сочинении видны его критическая жилка и критическое дарование, подкрепленные основательными философскими и математическими познаниями, как раз вовремя приобретенными.

Он представил примечательное с педагогической точки зрения описание своей точки зрения на приложение теории вероятностей к статистике в энциклопедической статье (1901/22). К тому времени он вернулся в Петербург и с 1899 по 1901 гг. читал лекции в Петербургском Александровском лицее. Прекрасную сводку (1904/29) учения Лексиса Борткиевич, приглашенный в 1901 г. в Берлинский университет в качестве экстраординарного профессора, представил как рецензию (1904/29) на собрание его трудов (1903), где с необычной точностью описал непреходящую значимость всей его *школы*.

В своих теоретических исследованиях Борткиевич во многих отношениях закрепил достижения своего учителя, и в этой связи мы упомянем его брошюру (1898/14). Помимо работ из области теории статистики он исследовал статистику населения, и в первую очередь следует напомнить о его трудах (1892/5; 1894/9; 1903/27). Немалого успеха он добился в этой области своей "общепонятной" брошюрой (1919/72). В ней он полностью отказался от математических формул и вполне понятным образом представил теоретические рассуждения, например, исследование схемы стационарного населения.

Часто отмечалось, что результаты работ Борткиевича трудно доступны; они появлялись в самых разных источниках. Так, исследование по теории вероятностей (1917/66) было по существу критикой Марбе [1912 – 1916], однако содержало важный вклад в пуассонову форму закона больших чисел, в метод хи-квадрат и т. д. К тому же времени относится доклад (1918/68), посвященный продолжению исследований по лексисовой теории дисперсии.

В своей книге о теории вероятностей Кейнс (1921) привел серьезные возражения против этих исследований, пронизанных высшей математикой:

Математические доказательства верны и часто блестящи, но становится всё труднее решить, зачем они всё-таки нужны, к чему приводят и на каких предпосылках основаны.

Борткиевич попытался опровергнуть эти возражения в статье (1931/108), вышедшей незадолго до его смерти. В последние десять лет Борткиевич, как и его друг Чупров, предпочитал публиковать свои теоретико-статистические исследования в незаметном источнике, – в *Nordisk Statistisk Tidskrift*, который редактировал Тор Андерссон. Там вышли в свет его статьи (1921/89) и, особо упомянем, (1923 – 1924/96). Эта последняя также появилась в связи с критическим описанием книги Фишера (1922), но была затем развернута в серьезное систематическое изложение и критику индексных чисел вообще. Укажем также статью (1930/104) как на продолжение критического описания этого социального статистического метода.

В нашем кратком обозрении мы выше выделили особо важные работы статистического содержания. Сосчитано, впрочем, что всего Борткиевич написал 54 более крупных статистических монографий, из них 4 книги. Кроме статистики (включая теорию вероятностей) Борткиевич существенно оплодотворил математику (включая страховую), физику (1913/59) и более всего теоретическую экономику, в частности интересовавшие его проблемы теорий денег и ценообразования, которые в течение многих семестров оставались предметом его лекций в Берлинском университете. В этих теориях он пытался придерживаться средней точки зрения между объективистами и субъективистами (1921/86). Далее, во многих журнальных статьях он спорил с Вальрасом, Парето, Бём-Баверком, Марксом, Кнаппом (о теории денег), Альфредом Вебером (о месторасположении тяжелой промышленности) и др.

В большинстве случаев эти статьи, основанные на неслыханном знании литературы, являются шедеврами духа конструктивной критики. В качестве критика формальной истории в области экономики (Nationalökonomie) он охранял со всей присущей ему добросовестностью наследство мастеров и сурово карал каждую погрешность и любое приписывание кем-то чужих успехов. Нельзя отрицать, что иногда его критика становилась педантичной и скучной, обстоятельно и сильно бичующей и крупные, и мелкие погрешности, но по поводу содержания и пользы его критики никаких сомнений никогда не возникало. Многие вспоминают весьма обстоятельную критику осенью 1911 г. Борткиевичем методов, использованных при обширном обследовании отбора работников для крупных промышленных предприятий и их последующей приспосабливаемости. Макс Вебер подчеркнул по этому поводу[1]:

Как по крайней мере полагает большинство присутствовавших, самым скучным из сегодняшних докладов был тот, который прочел г-н профессор фон Борткиевич. Он же, однако, был самым дельным, а содержавшиеся в нем критические замечания в наибольшей степени профессионально способствовали нам.

Естественно, он особо интересовался приложением математического образа мышления в экономике (Nationalökonomie). И именно в этой области его смерть пробила ощутимую брешь. Представляется, что мир будет затоплен количественным анализом, который выступает в доспехах высшей математики и геометрии и здесь будет ощущаться отсутствие Борткиевича как критика и предупреждающего. Кто, к примеру, прочел его обстоятельное высказывание против Альфреда Вебера о малой пользе геометрических представлений и методов доказательства в учении о расположении промышленных предприятий (1910/51), часто будет сожалеть об отсутствии руководящего пера Борткиевича.

Его предупреждений также недосчитается та часть статистиков, которая в безрассудном привлечении понятий теории вероятностей для решения статистических задач (например, для проведения репрезентативного обследования в области хозяйственной статистики) видит скорее опасность чем пользу. Как раз Борткиевич всегда представлял себе границы приложимости теории вероятностей и математическая статистика для него не совпадала со статистикой, ориентированной на теорию вероятностей. А столь излюбленное ныне сведение статистических результатов к эмпирической формуле с точки зрения истинных задач статистических исследований ему, как и его учителю Кнаппу, представлялось нечто полностью подчиненным. Вот выдержка из статьи (1915/61, с. 244):

Существование описательных формул если и оправдано, то только когда область их приблизительной действенности не заключена в слишком тесные границы. Если же подобная формула *имеет силу лишь в особом случае, для которого она была выведена, то ее теоретическое и практическое значение равно нулю*.

Во всяком случае, и в будущем вряд ли появится лучший руководитель в борьбе с неверно понятой и/или примененной математической статистикой, чем Борткиевич.

В книге *Wendegang und Schriften der Mitglider*. Kölner Verlags-Anstalt und Druckerei. Köln, 1929, опубликованной Объединением Vereinigung der deutschen sozial- und wissenschaftlichen Hochschullehrer, и особенно в ее дополнении 1931 г. (Breslau) приведен почти полный список многочисленных публикаций Л. фон Борткиевича, который, впрочем, не включает небольших рецензий.

Примечание

1. Автор не привел соответствующей ссылки.

XXXIII. Э. Ю. Гумбель

Ладислаус фон Борткиевич[1]

E. J. Gumbel, Ladislaus von Bortkiewicz

Deutsches statistisches Zentralblatt, No. 8, 1931, pp. 231 – 236

Смерть мастера, Ладислауса фон Борткиевича, нанесла сильный удар науке. В этих скудных строках нельзя четко описать всё значение этого человека. Область его трудов охватывала статистику населения, формальную теорию населения, математику страхования жизни и социального страхования, теорию вероятностей, уравнительные вычисления и политическую арифметику вплоть до математической экономики, – коротко говоря, совокупность всех пограничных дисциплин, которые всё отчетливее протискиваются между математикой и экономикой. Наряду с этим он применил математическую статистику к проблемам физики. В каждой из этих, по своему содержанию кажущихся отдельными, дисциплинами, методически, однако, весьма аналогичными, он существенно преуспел и серьезно способствовал их объединению в отдельную науку. Его имя будет жить наравне с именами мастеров теории вероятностей в качестве классика математической статистики.

Его первые исследования относились к теории таблиц смертности. В стационарном населении коэффициенты рождаемости и смертности равны друг другу и ожидаемый срок жизни новорожденного равен их общей обратной величине. Полагали, что для возрастающего населения этот срок можно определить по наблюдаемой рождаемости и смертности, однако Борткиевич (1893/6) показал, что правильное решение можно получить только построением таблиц смертности. Он вернулся к этой задаче при изучении различных методов сравнения коэффициентов смертности (1904/29; 199/57). По сравнению со стационарным населением, в возрастающем больше младенцев и меньше стариков и первое обстоятельство повышает, а второе – снижает общую смертность. Борткиевич показал, что, как правило, вторая причина преобладает над первой, так что при росте населения коэффициент смертности склонен снижаться.

В небольшом томике, посвященном учению о населении, он популярно представил эти теоремы и их следствия.

От работ о порядке вымирания Борткиевич прямым путем перешел к страховой математике, для которой это понятие является основополагающим. Сюда относятся его работы о связи между уравнительными вычислениями в теории ошибок[2] и пониженной смертностью [1909/56; 1910 – 1912/50], о смертности пенсионеров по инвалидности [1899/18] и методах обеспечения при социальном страховании [1909/49], которые связаны с так называемыми независимыми вероятностями.

Работой, которая принесла ему всеобщую известность, оказалась брошюра в 60 страниц (1898/14), названная законом малых чисел. Со времени Пуассона было известно, что за обычными границами теоремы Бернулли, которая предполагает большое число [испытаний] и вероятности, близкие к 1/2, имеет место второе предложение, также для больших чисел, но исчезающе низких вероятностей. Никто не подумал приписать практическое значение этим [новым] формулам, лишь Борткиевич показал своим ставшим знаменитым примером (солдат, погибших от удара лошадиного копыта), что этой схеме присуще вполне реальное значение и связал ее с лексисовой теорией дисперсии. Тем самым он обогатил теорию вероятностей существенно новым аппаратом и также сумел защитить ее от неоправданных нападок и специально показал, что достиг в ней [своим законом малых чисел] вполне оригинального достижения. Лишь название закона, которого он, однако, упорно придерживался, было выбрано неудачно, потому что оно обозначало несуществующую противоположность закону больших чисел. По существу лучшим было бы название *закон редких событий.*

Известно, что теорию вероятностей атаковали с двух сторон. Одни полагали, что редкие события происходят чаще, другие, – что реже, чем она могла предположить. Во второй группе выделялся Марбе [1916 – 1919], который утверждал, что итерации, т. е. повторные появления одних и тех же событий, происходят реже. В объемистой книге Борткиевич (1917/66) опроверг это и показал, что мнение Марбе было основано лишь на применении неверной схемы. Подходящая модель, а именно закон редких событий, приводил к удовлетворительному совпадению теории и опыта.

Борткиевич посвятил книгу (1913/59) видимо полностью заброшенной области, радиоактивности. Он поставил это явление в связь с последовательно происходящими случайными событиями и показал, что закономерности, которые рассматривались как свойственные радиоактивности, на самом деле были известными теоремами теории вероятностей.

Из многочисленных работ в этой области [в теории вероятностей и статистике] упомянем лишь исследования о законе распределения суммы квадратов случайных ошибок (1922/92), о соотношении между абсолютным математическим ожиданием ошибки, средней квадратической ошибкой и плотностью среднего арифметического (1923/94) и о размахе наблюдений при законе Гаусса (1922/90). В последнем случае он показал, что даже крайние наблюдения, которые обычно не считались подходящими для описания распределения, находятся во вполне закономерной связи с абсолютным математическим ожиданием ошибки и числом наблюдений и подтвердил свой вывод богатым опытом[3].

Центральное место в его мыслях занимали исследования дисперсии. В своих критических статьях о теоретической статистике он обобщил и обосновал плодотворный ход рассуждений в теории Лексиса и установил ее границы, вычислив среднюю квадратическую ошибку квадрата коэффициента дисперсии. В самых ранних работах он следовал Лексису, но и в дальнейших отстаивал оригинальность своего учителя. И его последний труд (1931/108) был также посвящен этой теме.

Еще в ранние годы Борткиевич занялся и теоретической экономикой и придерживался вполне оригинальной точки зрения, которую, однако, специалисты до сего дня не признают в достаточной мере. Как и Лексис, он не повторил столь часто высказываемых популярных возражений против Маркса. Он первым облек в математическую форму сухую схему Маркса и проверил методы перехода от стоимости к цене производства и определения нормы средней прибыли.

К сожалению, малодоступный способ представления удерживал марксистов от восприятия этих методов. Из других работ в области математической экономики примечательны прежде всего его исследования индексных чисел (1923 – 1924/96). Следуя за Ирвингом Фишером, который бессистемно ввел громадное множество этих чисел, он добился ясности и порядка, потребовав, чтобы одного индексного числа было достаточно. В своей последней большой статье (1930/104) Борткиевич частично примкнул к так называемому закону Парето и систематизировал все методы измерения концентрации размещения доходов.

Борткиевич обладал особой манерой работы. Он ставил каждую задачу крайне основательно, с учетом всех ее сторон, и привлекал обширную литературу. Это повышало надежность решения, но именно основательность иногда нарушала прямолинейность хода мысли. В главное русло каждого исследования встраивались многочисленные боковые потоки и обсуждались объемистые дискуссии, а потому его труды требовали от читателей серьезной внимательности, но настоящим читателям он давал много.

Он оказал плодотворное влияние на многих ученых, но не оставил собственной школы, что было частично вызвано его тяжелым характером. По существу, он недооценивал свои собственные работы и даже ошибочно сомневался в их практической значимости. Это могло способствовать тому, что, обладая излишне развитым чувством ответственности и побаиваясь возбуждать надежды у даровитых людей, он недостаточно привлекал их к себе. Его замкнутый характер запрещал ему добиваться внешних почестей. Он никогда не поддавался избитым фразам, оставлял изящество и пышность портным и сапожникам и сохранял неподкупную объективность перед лицом всех модных фраз, как, например, [высказываний о] “несвоевременных мнениях”. Он был ученым старой школы.

Его жизнь протекала в завидном спокойствии. В 1892 г. он защитил диссертацию в Гёттингене, стал [приват-]доцентом в Страсбурге в 1895 г. и экстраординарным профессором в Берлине в 1901 г. Несмотря на его огромный международный авторитет, внешние почести жаловались ему редко. Международный статистический институт избрал его своим членом и лишь в 1920 г. он стал персональным ординарным профессором, так что сейчас эта должность снова находится под угрозой[4].

[Следует список опубликованных сочинений Борткевича]

Примечания

1. Впоследствии Гумбель (1968) опубликовал новую биографию Борткевича, которую мы не можем здесь перевести из-за юридических запретов, но кроме того хотелось бы представить Борткевича таким, каким его видели в те далекие годы. Один параграф о таблицах смертности мы всё же перенесли оттуда, потому что в 1968 г. Гумбель описал эту тему несколько иначе.

2. Уравнительные вычисления в теории ошибок Гумбель упомянул и в начале своей статьи, однако Борткевич затронул их лишь мимоходом.

3. Сам Гумбель впоследствии прославился своим исследованием *экстремальных значений* (1958).

4. Должность ординарного профессора по статистике в Берлинском университете оставалась постоянной лишь для самого Борткевича.

XXXIV. фон Мизес

Ладислаус фон Борткиевич

Von Mises, Ladislaus von Bortkiewicz

Chronik der Friedrich-Wilhelms Universität zu Berlin 1931 – 1932. Berlin [, 1932], pp. 14 – 15

Ладислаус фон Борткиевич родился 7 августа 1868 г. в Петербурге, но своим научным образованием (Ausbildung) он обязан почти исключительно Германии и он в течение всей жизни считал, что принадлежит немецкому научному сообществу.

Он был учеником Вильгельма Лексиса в Гёттингене и Г. Ф. Кнаппа в Страсбурге и стал при нем [приват-]доцентом. После краткого времени работы в Петербурге он в 1901 г. переехал в Берлинский университет в качестве экстраординарного профессора и с 1920 г. до своей преждевременной смерти 15 июля 1931 г. оставался там на философском факультете ординарным профессором политической экономии (Volkswirtschatslehre).

Его научная деятельность охватывала теорию экономики народного хозяйства (Nationalökonomie), порядок исследования которой он представлял себе уже в то время, когда в Германии полностью преобладала историческая школа, и, с другой стороны, математическую статистику, одним из самых значительных представителей которой он без сомнения являлся.

В своих политэкономических работах, в основном посвященных теориям стоимости, денег и ценообразования, Борткиевич был в основном настроен критически. Главным образом он интересовался основательным анализом описанных в литературе теоретических систем. Непреходящее значение имеют его работы (1906/37; 1906 – 1907/40), а также его попытка конструктивной сводки теорий ценообразования (1921/86). Во всех сочинениях он выказывал себя проницательным критиком, наделённым обостренным чувством справедливости, который выносит свой приговор лишь после тщательного и обстоятельного изучения источников.

Весьма неплохи заслуги фон Борткиевича в области прикладной теории вероятностей и математической статистики. Более всего известен его закон малых чисел (1898/14), который выдвинул на передний план издавна пренебрегаемую сторону статистического мышления. Значительным прогрессом в области лексисовой теории дисперсии является его статья (1918/68). Успешно занимался он и проблемами теории вероятностей, которые непосредственно не принадлежали более узкой области статистики, например в книгах (1913/59; 1917/66). На границе между политэкономией (Volkswirtschaftslehre) и математико-статистических исследований находится его изучение проблем индексных чисел (1923 – 1924/96), имеющих важное значение для политики в области денег и валюты.

XXXV. Й. А. Шумпетер

Ладислаус фон Борткиевич, 7 авг. 1868 – 15 июля 1931

Jos. A. Schumpeter,
Ladislaus von Bortkiewicz (Aug. 7, 1868 – July 15, 1931)

Economic Journal, vol. 42, 1932, pp. 338 – 340

Фон Борткиевич, поистине самый выдающийся немецкий статистик после Лексиса, чьим учеником он был в существенном смысле, не был немцем по крови. Он происходил из одной из тех польских семей, которые примирились с русскими владыками Польши, и провел детство в Петербурге, месте своего рождения. Там же он поступил в университет, и там же позднее преподавал некоторое время. Связи, которые он завязал во время длительного пребывания в Германии, где в 1895 г. он стал приват-доцентом в Страсбургском университете, обеспечили ему в 1901 г. назначение “экстраординарным” профессором в Берлин. Весьма характерно, что этого знаменитого человека никогда не рассматривали как кандидата на какую-нибудь крупную кафедру в Берлинский или в любой иной университет. Лишь в 1920 г., когда в результате меры, имевшей целью *демократизировать* факультеты, *все* экстраординарные профессора стали ординарными *ad personam*[1], он также получил это звание, однако остался в полной изоляции.

Для этого было несколько причин. Он был иностранцем. Ни его речь, ни слог не были топорными, но хорошим лектором его нельзя было назвать. Его лекции, которые он подготавливал со свойственными ему внимательностью и добросовестным отношением к деталям, читались, как говорят, в довольно-таки пустых аудиториях. Его критическая проницательность пугала других, но вряд ли способствовала любви к нему.

Те его коллеги, которые были обязаны предложить его кандидатуру Министерству образования, вряд ли могли понять его труды. Он, видимо, не обращал на это внимания, держась сдержанно в стороне и наслаждался почетом, с которым все относились к нему, и тихой научной жизнью, оборванной неожиданной смертью при сохранении всех его сил. Список всех (насколько я могу судить) его опубликованных работ составил Оскар Андерсон[2], и к нему я отсылаю читателей.

Природа (нечасто эта богиня действует так решительно) создала его критиком в такой мере, что даже его собственные сочинения он написал в форме критики, которая стала для него столь же естественной, как дыхание. Эта способность, или, скорее, страсть, не брезговавшая указывать мелкие ошибки в числовых примерах, особенно заметна в его работе как экономиста. Он здесь не был зачинателем, и мне думается, что он упустил легкую возможность стать великим своим отказом полностью использовать математический арсенал, которым он владел и который в период его расцвета мог бы сделать его соперником славы Эджворта или Barone[3].

Но он сохранял знамя экономической теории (исповедуя идеи Маршалла) в то время, и в той стране, когда и где вряд ли кто-либо хотел о ней слышать, и своим мощным мечом расчистил плацдарм для многих битв. Самым большим достижением является его анализ теоретической структуры марксистской системы (1906 – 1907/40; 1907/42), – наилучшее исследование из когда-либо написанных о ней и, кстати, о других ее критиках. Аналогичным шедевром является его статья о теориях ренты (1910/55). Этот суровый критик выказывает себя менее благоприятно, когда ошибки не столь уж значительны, а основа прочна, а именно при обсуждении работ Вальраса, Парето и Бём-Баверка.

В качестве исследователя теории денег и политики по отношению к ним он занимает высокий ранг в ряду немецких авторов. Многим обязаны ему такие темы, как золотой стандарт, банковский кредит и скорость обращения денег. Лучшим, однако, чего он добился в этой области, это его труд об индексных числах (1923 – 1924/96), который является мастерским обзором работы Ирвинга Фишера (1922), равноценным самостоятельному исследованию.

В области статистического метода его *аристейа* (подвиг) для немцев конечно же бесспорна. Открывши закон малых чисел (1898/14) и являясь главой школы Лексиса, он завоевал себе международный авторитет, который сохранится у потомков. Его книга о теории вероятностей (1917/66), единственная (он настолько сдерживал себя от распространения своих идей, что частично утерял свои притязания на особую оригинальность, которые в противном случае сохранились бы), это восхитительная работа, даже для тех, кто не разделяет лежащей в ее основании склонности к основополагающему понятию вероятности.

Невозможно, да и не подобает экономическому журналу приводить длинный список трудов Борткиевича по теории статистики. Придется ограничиться несколькими примерами, особо интересными для экономистов. Никто лучше не разъяснил важную тему измерения неравенства доходов (1930/104). Большинство из нас с выгодой для себя и с удовольствием прочтут прекрасные статьи о квадратуре эмпирических кривых (1926/98) и об однородности и стабильности в статистике (1918/68), о размахе наблюдений при нормальном распределении (1922/90), или о свойстве, общем для всех [для многих] законов распределения (1923/94), и о последовательности случайных событий во времени (1915/64), не говоря уж ни о каких его работах по смертности и страхованию, включающих особо ценные статьи.

Но, чтобы дать представление о широте охвата его идей, следует назвать еще один труд (1913/59), хоть он и далеко удален от экономики. Перелистывая страницы этого сочинения, чуждого основным направлениям его работ, распознаешь, кажется, истинное состояние ума этого *экономиста* и начинаешь сомневаться, можно ли считать его опубликованные труды оценкой масштаба его возможностей.

Примечания

1. Ad personam: См. Гумбель [XXXIII, Прим. 4]. О. Ш.

2. Описывая человека, который был образцом добросовестности, я, возможно, могу позволить себе указать на оплошность, допущенную Андерсоном [XXIX] в списке сочинений Борткиевича: в названии работы (1898/15) прилагательное *ультрарадикальный* следует заменить на *ультралиберальный*. Й. Ш.

3. Итальянский экономист математического направления Enrico Barone (1859 – 1924). О. Ш.

XXXVI. Евген Альтшуль

Ладислаус фон Борткиевич

Eugen Altschul, Ladislaus v. Bortkiewicz

Magazin der Wirtschaft, 7. Jg, 1931, pp. 1183 – 1184

15 июля, незадолго до достижения им 63-х лет, смерть унесла из науки Ладислауса фон Борткиевича, одного из самых выдающихся немецких экономистов. Его заслугой были особое внимание и забота об экономике в течение тех нескольких десятилетий, когда эта наука находилась в роковом пренебрежении. В прикладной

теории вероятностей фон Борткиевич обладал международной репутацией, проводил необычайно многосторонние и плодотворные исследования и до последнего времени разрабатывал первоочередные проблемы в гуще новых областей.

Его творческая деятельность в столь разнообразных науках как экономика и математика, его энциклопедические познания, удивительная начитанность также и в прилегающих областях, ясные и уверенные мнения, способность соединять скрупулезную черновую работу с глубоким и всесторонним анализом, – всё это принесло ему вполне своеобразный авторитет в международной науке.

Характерная особенность его мысли и стиля объясняет, однако, почему он, если даже полностью отвлечься от его предпочтения математических описаний, остался неизвестным и недоступным более широкому кругу читателей. Настроенному необычайно критически, ему в течение всей жизни нравились длительные острые споры. Уже в возрасте 21 года он (1890/2) стал противоречить самому Леону Вальрасу.

Можно пояснить, насколько точным было его тогдашнее суждение: тот, старше фон Борткиевича на три десятилетия, притом признанный глава лозаннской [экономической] школы, вступил с ним, с новичком, в многолетнюю переписку, которая включала рассмотрение труднейших вопросов математической экономики. Вместе с тем, не споры сами по себе привлекали Борткиевича, хотя каждая его строчка свидетельствовала о серьезном чувстве ответственного истинного исследователя, – нет, он скорее прибегал к полемическим противостояниям лишь потому, что они казались ему более всего подходящими для выяснения логических связей. Задачи, которые Борткиевич рассматривал, были слишком многосторонними и здесь их нельзя описать даже вкратце.

Ученик Вильгельма Лексиса, один из создателей новой математической статистики, Борткиевич на время обратился к теоретико-вероятностным исследованиям, которые нашли свое выражение в основополагающих трудах. Несмотря на различие в точках зрения на математику, Г. Ф. Кнапп, с которым он, как и с Лексисом, длительное время оставался в близких дружественных отношениях, поощрял его, и в 1895 г. Борткиевич стал [приват-] доцентом в Страсбурге. На это же время приходится появление его ставшего позднее столь известным закона малых чисел (1898/14) и новаторского труда (1894 – 1896/8) по теоретической статистике. Именно Борткиевич пошел дальше по пути, проложенному Лексисом, и при помощи проницательного математического и познавательного анализа пуассонова обобщения теоремы Якоба Бернулли смог построить строгое логическое основание для осмысленного приложения теории вероятностей к статистике. Эти его труды нашли свое предварительное завершение в статье (1901/22).

Вслед за его временной преподавательской работой в своем родном Петербурге, Борткиевича в 1901 г. пригласили обратно в Германию, и притом в Берлинский университет, в котором он проработал три десятилетия, с 1920 г. в качестве ординарного профессора экономики и статистики. Типичной для его точки зрения в политэкономии были его статьи о Бём-Баверке (1906/37), столь характерно названная *Главная ошибка бём-баверкской теории ссудного процента,* и еще сегодня активно обсуждаемый труд (1906 – 1907/40). Лишь через 15 лет Борткиевич (1921/86) попытался систематически изложить свое исследование теории стоимости, имевшее целью синтезировать оба ее направления.

Появилась и важная статья о теории денег Кнаппа [1919/73], и многочисленные работы по теории денег [вообще], статистике населения, теории вероятностей и страховой математике, опубликованные в самых различных немецких и иностранных специальных журналах. Но сквозь всю его писательскую деятельность красной нитью проходит исследование теоретико-вероятностных проблем и различных приложений математической статистики. Особая монография (1913/59), посвященная ее математическому и методологическому применению в радиоактивности, заслужила серьезное уважение в кругах физиков.

Публикации Борткиевича в области математической статистики включают основополагающую работу (1923 – 1924/96), которая, к сожалению, появилась в труднодоступном шведском журнале, и исследование доходов, представленное сессии Международного статистического института в Токио в 1930 г. (1930/104), в котором, как это и было обычно для него, математический анализ доведен до предварительного завершения.

Борткиевич был явно более склонен к аналитическим, а не синтезирующим трудам, чем и объясняется, что он не построил никакой системы. Однако, его точка зрения на все решающие вопросы политэкономии (Wirtschaftstheorie) была критической, и выявление [появляющейся] проблематики существенно продвинуло исследования. Пройдут еще многие годы прежде чем идеи фон Борткиевича будут признаны во всей их значимости и систематически встроены в политэкономию (Wirtschaftstheorie).

Бесконечно много забот и внимания Борткиевич уделял переработке и постоянному расширению своих лекций. Собственно педагогическая деятельность была ему, однако, не по душе. Он не видел возможности в достаточной степени донести до более широких кругов свой утонченно усложненный ход мыслей, но тем продолжительнее было его влияние на отдельных и близко стоящих к нему ученых. Насколько острым он мог быть в писательстве, настолько же необычно мягким он оставался в своем берлинском жилище, которое в течение десятилетий служило местом сбора самых значительных исследователей всех стран. Международная наука скорбит о человеке со столь необычными качествами.

XXXVII. Вильгельм Лорей

Ладислаус фон Борткиевич

Wilhelm Lorey, Ladislaus von Bortkiewicz

Versicherungsarchiv, Bd. 3, 1932, pp. 199 – 206

[1] На 30 июня 1931 г. профессор доктор фон Борткиевич в качестве председателя отделения математики Немецкого союза страхового дела пригласил для переговоров несколько человек в Берлин в связи с предложенными темами для предстоящей международной сессии по страховой науке. Но он уже не смог руководить назначенным заседанием: продолжавшееся более пяти лет заболевание аорты, с которым он пытался бороться лечением в Вийсзее, осложненное гриппом, сильно воздействовало на сердце. Лечение в Наухейме хоть и помогло, но летняя простуда ухудшила его состояние. Тем не менее, Борткиевич продолжал читать лекции до 9 июля, но 15 июля наступил последний страшный сердечный приступ. Он, правда, оправился на короткое время настолько, что смог заниматься чем-то дома, но в тот же день спокойная смерть избавила его от страданий[1].

Ладислаус фон Борткиевич родился 7 августа 1868 г. в Петербурге. Его отец был полковником, который также преподавал математику в военно-учебных заведениях[2]. После окончания гимназии и получения аттестата зрелости он с 1886 г. учился юриспруденции [в Петербургском университете], но попутно изучал математическую статистику и в результате смог опубликовать две статьи (1890/3; 1891/4). Он сдал государственный экзамен, и правительство отправило его для дальнейшего обучения в Германию, притом вначале на два семестра в Страсбург, где он слушал лекции по статистике (особенно Кнаппа).

С началом летнего семестра 1892 г. Борткиевич переселился в Гёттинген, где изучал экономику (Nationalökonomie) и статистику, а также и философию. Главным образом он, однако, примкнул к Лексису и уже в конце того же семестра получил степень доктора. В его диссертации (1893/6) в 118 страниц уже проявилась характерная для всех его последующих работ основательная критика и непременная опора на источники. Критика Борткиевича была тогда в первую очередь направлена против общепризнанной книги Roghè (1890), которая теперь считается несостоятельной.

Зимой, после получения докторской степени, Борткиевич, видимо, побывал в Вене; позже он упомянул свою венскую работу (1892). В основном он, однако, был занят подготовкой к получению звания [доцента] в Гёттингене [что не состоялось], где он наверняка от самого Лексиса услыхал о планах создания семинара по страховой науке, возникших под впечатлением от доклада Киперта (L. Kiepert) в математическом отделении венской конференции естествоиспытателей в 1894 г. [Versammlung deutscher Naturforscher und Ärtze][3].

Этот гёттингенский семинар начал работать в октябре 1895 г., когда Борткиевич был уже приват-доцентом в Страсбурге. В качестве сочинения для получения звания доцента вполне пригодной оказались две первые части его работы (1894 – 1896/8). Как отметил Борткиевич, ее целью было несколько более обстоятельное чем обычно обоснование условий применимости теории вероятностей к учению о массовых социальных явлениях и специальное доказательство, что для подобного исследования статистических наблюдений были установлены в некотором смысле слишком тесные границы, но что вместе с тем практическая значимость теории вероятностей для статистики переоценивалась. Тем не менее, в конце третьей части этого сочинения было сказано[4]:

При обсуждении несколько более сложных вопросов статистику нужны теоретические указания. Их сейчас можно найти в той части так называемой математической статистики, которая исследует формальные (математические) [а не материальные (физические) – В. Л.] *соотношения между рассматриваемыми относительными и средними статистическими числами в статистических массах или совокупностях и при помощи либо аналитического, либо геометрического описания и методов доказательства оставляет их в нашем разуме и нашей памяти*.

Указывая на геометрические описания и методы доказательства, Борткиевич прежде всего вспоминал о методах, которые применял в статистике населения его учитель Лексис. Сам он, как показывают почти все его многочисленные работы, в которых он применял вспомогательные математические средства, явно совсем не был настроен на геометрический лад.

[2] В свой страсбургский период он опубликовал посвященный Лексису *закон малых чисел* (1898/14), сейчас более известный как закон редких событий, который исследует практическую применимость восходящей к Пуассону формулы плотности

$$w_x = \frac{m^x e^{-m}}{x!},$$

где m – математическое ожидание числа появлений редкого события. Позднее значение этой формулы возросло, также и в математике страхового дела, о чем между прочим свидетельствуют работы Гульберга.

Неплохо сбылась выраженная в Предисловии надежда, что брошюра “живительно повлияет на приложения теории вероятностей и будет способствовать возбуждению интереса к этой области науки в новых кругах читателей”. Борткиевичу, однако, пришлось вступить в острый спор с Джини и особенно с Пирсоном и его учениками. Так, он (1915/61, с. 256) заявил:

Я полагаю, что мой закон малых чисел, который полностью ориентирован на лексисову теорию дисперсии, удержит свое особое место рядом с ним и останется признанным надолго после того, как пирсоновские “отрицательные биномы” будут преданы вполне заслуженному забвению[5].

В середине 1890-х годов в кругах математиков возник план создания энциклопедии математических наук и их приложений. Тем временем Борткиевич оказался хорошо известен, особенно Феликсу Клейну, по своим работам и своему пребыванию в

Гёттингене и таким образом получил приглашение написать статью для этой энциклопедии. Когда эта весьма основательная статья (1901/22) объемом в 31 страницу, расширенная Ольтрамаром для французского издания энциклопедии 1909 г., появилась, Борткиевич был уже снова в Петербурге в качестве чиновника в Министерстве транспорта[6] и одновременно лектора Александровского лицея. Но в том же 1901 г. он переехал в Берлин на должность экстраординарного профессора экономики и статистики. Инициатива приглашения, видимо, исходила от Лексиса[7], весьма влиятельного в [германском] Министерстве [по духовным, учебным и медицинским делам], который находился в тесных отношениях с влиятельным министериальдиректором Альтхофом. В 1920 г. он стал ординарным профессором.

[3] Вскоре Борткиевич завязал отношения в Берлине с незадолго до того учрежденным Немецким союзом страховой науки; с 1903 г. он был членом комитета Союза, с 1926 г. – главой отделения страховой математики. Помимо рецензий он опубликовал в журнале *Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft* пять статей (1906/35; 1909/50; 1910 – 1912/56; 1915/62; 1916/65); в 1915 г. статья была посвящена 75-летию его учителя Лексиса. Во второй и третьей статьях Борткиевич спорил с Патцигом (Patzig), к которому в 1931 г. примкнул A. Tauber в *Assekuranzjahrbuch.* В последней статье он выступил против Гос. контрольного управления и подчеркнул значение предварительного обучения математике [оговорившись]: "разумеется, общее предварительное обучение математике не всегда приводит к удовлетворительному решению статистических задач". Подобное же мнение содержится в другой статье Борткиевича (1913/58):

У математика, как правило, отсутствует привычный ход мысли в социологических науках, который сводится к тому, чтобы верно применять математику в статистических исследованиях. По понятным соображениям он высказывает определенное стремление к абсолютным решениям, которое при некоторых обстоятельствах принимает причудливые формы. Когда я однажды, противореча математику с международной репутацией, сказал, что вычисление страховых премий при страховании жизни основано на двух различных таблицах смертности в зависимости от страхования на случай смерти или на пережитие, он возмущенно вскрикнул, что тогда всё это обман. Но, по правде говоря, предварительная чисто математическая подготовка окажется весьма кстати для математического статистика, если ее не было раньше. Главные точки зрения и цели математической статистики и общей научной статистики одни и те же, но первая работает точнее и по крайней мере сознательнее.

Здесь и в других местах Борткиевич высказывает то, что можно неоднократно найти у его русского друга Чупрова, с которым он имел очень много общего и в форме изложения работ, особенно в математических выкладках. В математике он явно был самоучкой и для настоящего математика его, безусловно, всегда весьма основательные математические рассуждения иногда представляются несколько пространными[8]. В его гёттингенской диссертации (1892/15) на с. 31 допущена, видимо, еще не замеченная ошибка, которая, однако, не имеет для нее большого значения, а именно утверждение, что непрерывность функции влечет за собой ее дифференцируемость.

Борткиевич, как представляется, старался в основном применять возможно более элементарные математические средства, о чем он и сам прямо сказал (1917/66, Предисловие). Во второй главе этой книги, возникшей из полемики с Марбе [1916 – 1919], приведено элементарное и очень ясное пояснение понятия математического ожидания, которое, как я полагаю, становится всё важнее и для страховой математики.

Борткиевич участвовал в 4-й, 5-й и 6-й международных сессиях страховой науки. В 1903 г. в Нью-Йорке он был немецким докладчиком [1904/30] об университетском обучении страховой математике. Ясно изложив значение этого приложения математики для страхового права и экономики страхового дела, он добавил, что было бы легко показать, что некоторые неудавшиеся или недоработанные юридические построения, равно как и определенные несостоятельные требования экономистов к страхованию, вызываются недостаточным знанием основных положений страхования жизни.

На берлинской сессии 1906 г. Борткиевич принял участие в дискуссии о социальном страховании и особенно о страховании детей, а на венской сессии 1909 г. он представил доклад [1909/49] о методах покрытия [гарантиях] при социальном страховании.

[4] Позднейшая статья Борткиевича (1929/103) весьма понятна и интересна, но исходный доклад не был по-настоящему увлекателен и мне пришлось услышать то же самое о его докладах в Берлинском математическом обществе и в скандинавских союзах актуариев, хотя их опубликованную форму следует настоятельно рекомендовать для изучения[9]. Про них вполне можно повторить то, что Макс Вебер обронил на конференции Союза социальной политики осенью 1911 г.[10]:

Как по крайней мере полагает большинство присутствовавших, самым скучным из сегодняшних докладов был тот, который прочел г-н профессор Борткиевич. Он же, однако, был самым дельным, а содержавшиеся в нем критические замечания в наибольшей степени профессионально способствовали нам.

Борткиевич всегда был вполне дельным. Но я узнал от одного юриста, присутствовавшего на его первой берлинской лекции по страховой математике, что как лектор он был изрядно сух. И однако этот слушатель составил вполне хороший конспект указанной лекции. С 1920 по 1930 год Борткиевич был первым оппонентом [см. Прим. 8] при защите 15 диссертаций в Берлине, причем в двух из них рассматривалась страховая наука (Gahler 1927; Roß 1929)[11]. Он же был оппонентом доктора медицины

Фрейденберга, который стал и доктором философии за диссертацию (Freudenberg 1926), а впоследствии написал хороший (schönen) некролог о своем учителе[12].

[Почти] последняя работа Борткиевича (1931/108) примыкает к прежней (1918/68) и отвечает на критику Кейнса (1921). Свои замечания он пояснил интересным примером из огневого страхования. В рамках этого некролога невозможно нарисовать даже мало-мальски всестороннюю картину столь плодотворной писательской деятельности фон Борткиевича и я должен удовольствоваться подчеркиванием его значения для страховой науки и математической статистики, о которой чисто внешне свидетельствует очень частое цитирование его работ в лексиконе страхового дела *Versicherungslexikon*. [Редактор A. Manes. Berlin, 1930.] 3-е издание.

Примечания

1. За эти и некоторые другие биографические сведения я благодарен сестре покойного, фрейлейн Елене фон Борткиевич. В. Л.

2. Отец Борткевича опубликовал учебник для гимназий (И. И. Борткевич 1872), на который Чебышев написал резко отрицательную рецензию. О. Ш.

3. Об основании гёттингенского семинара по страховой науке я подробно доложил по документам берлинского Министерства науки, искусства и народного просвещения (Lorey 1922), а о значении Лексиса для этой науки – в статье Lorey (1925). В. Л.

4. Мы не нашли этого высказывания ни в указанном месте, ни вообще нигде. Цель этого сочинения, описанная Лореем чуть выше, более четко пояснил сам Борткевич (1894 – 1896 (1968)/8, с. 55), которого мы процитировали [XXXII]. О. Ш.

5. Отрицательное биномиальное распределение дожило до наших дней, – в отличие от закона малых чисел! Фактически, однако, Борткевич категорически оспаривал результаты вычислений, приводящих к нелепым значениям параметров эмпирических формул. Ср. его утверждение об этих формулах в [XXXII] Ш.

Полиа (1928, с. 705, Пример 15) описал интересный случай из медицинской статистики, в котором закон редких явлений доставляет бо́льшую значимость соответствующим наблюдениям, нежели приданную им автором [исходной] медицинской статьи. В. Л.

6. См. [XXII, Прим. 1]. О. Ш.

7. Из документов Министерства и философского факультета, как г-н министерский советник Шелленберг и профессор фон Мизес сообщили мне, не усматривается ничего, противоречащего моему предположению. Кроме того, см. Nybolle (1932, p. 95), некролог которого я заметил позднее: “han ansaas alle zede da for den betydeligste af Lexis’ Elever og blev ogsaa i 1901 af Lexis bragt i Forslag til den Professorpost i Berlin”. В. Л.

8. Борткиевич разумно решил, что математики недостаточно признавали его. Поблагодарив меня за мое поздравление с 60-летием, он добавил, что тем более обрадовался, потому что оно оказалось единственным, пришедшим от математиков. Вопреки этому, можно повторить несколько строк из некролога, опубликованного берлинским ординарным профессором прикладной математики фон Мизесом [XXXIV]: "Он был самым значительным исследователем в области математической статистики в Германии, признанным за свои работы далеко за ее пределами". В. Л. Утверждение Мизеса Лорей передал верно по сути, но вовсе не цитируя его. О. Ш.

9. Вот эти статьи: (1918/69; 1920/76; 1920/79; 1922/90; 1923/94; 1926/98). В том же скандинавском журнале, что и последняя из названных статей, он опубликовал еще две работы (1918/68; 1927/102), первую из которых я упомяну ниже. Вторая это краткая заметка, в которой он в весьма благоприятном свете выказал свое упомянутое выше стремление обходиться элементарными средствами. Назовем еще две статьи из математических журналов: (1918/70; 1922/92). В. Л.

10. Приведено в некрологе, который был составлен профессором статистики Лейпцигского университета Меервартом, и который должен вскоре выйти в свет [XXXII]. Его машинопись он предоставил мне. В. Л.

11. Полным списком докторских диссертаций, в которых Борткиевич был первым докладчиком [оппонентом], я обязан г-ну профессору фон Мизесу. В. Л.

12. Наше мнение о некрологе Фрейденберга [XXXVIII] прямо противоположно. Можно полагать, что Лорей не успел прочитать его и похвалил автора авансом. О. Ш.

XXXVIII. Карл Фрейденберг

Ладислаус фон Борткиевич, 7 авг. 1868 – 15 июля 1931

Karl Freudenberg,
Ladislaus v. Borkiewicz, 7. August 1868 – 15. Juli 1931

Blätter für Versicherungs-Mathematik und verwandte Gebiete.
Beilage zur *Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft*,
Bd. 2, No. 4, 1931, pp. 123 – 126

Человек, ушедший от нас, был властелином царства статистической науки. Он родился в 1868 г. русским в Петербурге, но о нем можно сказать словами Гёте: "Он ведь был нашим". Со своих студенческих лет он с коротким перерывом провел всю свою жизнь в Германии, почти все его работы были опубликованы на немецком языке и он приобрел немецкое гражданство, – и не потому, что на своей родине ему следовало ожидать не столь блистательной карьеры, а поскольку чувствовал себя сродни духу немецкой науки, которая была для него воплощена в его великом учителе, Лексисе.

Уже в возрасте 25 лет он опубликовал книгу (1893/6), в которой прежде всего критически рассмотрел оба основных подхода к статистике смертности, а именно биометрическую функцию и измерение интенсивности смертности. Уже в ней он заложил фундамент теории случая, положенного немецким статистическим управлением в новейшее время в основу своих прогнозов в качестве *стабильного населения*, частным случаем которого оказалось кнапповское *стационарное население*. Он также критически проработал методы стандартизации, к которым не раз возвращался впоследствии и которые обсуждал в своих докладах на сессиях Международного статистического института (1903/27) и Немецкого общества страховой науки в 1928 г. (1929/103) [?].

Уже в то время ему доверили составление статьи о статистике смертности для справочника по государствоведению (1892/5), переиздание которой он принял на себя для всех последующих изданий этого источника. В первом издании статья содержала ожесточенную полемику с Бёком[1]. Весьма значима и богата мыслями была работа того периода (1894 – 1896/8). Мы лишь подчеркнем, что при развитии теории дисперсии, которая целиком восходила к Лексису, здесь введено понятие о солидарно действующих факторах[2].

Дальнейший шаг в этом направлении представил закон малых чисел (1898/14), который обширнее всего распространил его славу. Формулу, найденную Пуассоном десятилетиями раньше, но, видимо, не считавшуюся им самим значимой и потому забытой, фон Борткиевич извлек заново и теперь уже проверил остроумно выбранными статистическими примерами из действительной жизни. В то же время эта брошюра представляет собой предварительное завершение созданной Лексисом теории нормальной и сверхнормальной дисперсии путем вывода формул для существенной составляющей колебания, и, далее, логического отделения острой и хронической солидарности отдельных случаев.

Пирсон и его школа завистливо напали на основные формулы закона малых чисел, но фон Борткиевич (1915/61) защитился от их атак и доказал их смехотворность. Книга (1917/66) также частично касалась Пирсона, который своим методов хи-квадрат совершил плагиат по отношению к Гельмерту, притом худшего свойства[3]. В противоположность этому, Борткиевич сумел вывести свою собственную форму этого метода, которая в своей великолепной простоте будет долго служить средством статистических исследований. Вообще же эта книга возникла из желания исправить математические попытки Марбе [1912 – 1916], так что, исходя из этой случайной причины, фон Борткиевич выстроил полную теорию итераций.

О работе (1918/68), которая оказалась главным содержанием его жизни, а именно завершением теории дисперсии, он сообщил в 1917 г. Шведскому союзу актуариев. Для пояснения исследуемых им задач он ввел понятия изодромии, гомодромии, парадромии и антидромии и смог показать, что за исключением пограничного случая в случае изодромии коэффициент дисперсии Лексиса возрастает с возрастанием числа наблюдений не в раннее предположенном отношении $\sqrt{n}$, а в меньшем, в соответствии с мерой анизодромии, поскольку между однородностью и стабильностью существует отрицательная корреляция[4]. Этот результат не был понят в своей основе, особенно английскими статистиками, и фон Борткиевич постарался прояснить его на дальнейших примерах из области страховой науки.

Своей работой (1922/90) он вступил на целину статистических исследований. При правильном рассмотрении статистики населения она теснейшим образом связана со страховой математикой и поэтому почти очевидно, что фон Борткиевич заинтересовался и этой областью и также добился в ней значительного успеха. Особенно известна здесь его статья (1903/25), которая вопреки прежним неясным взглядам объяснила, что можно во всех случаях страхования от смерти и на дожитие отделить друг от друга два указанных в заглавии возмещения и указала, как определить соотношение между первым из них и понижением смертности.

Вновь недавно всплывший вопрос о возможности отделения принятия риска и управления вторым возмещением также был математически разъяснен там же. В статье (1906/36) проблема, указанная в заглавии, рассмотрена не с односторонней точки зрения оценки только лишь повышения смертности, но в связи с изменением выигрыша с изменениями в ссудном проценте. В статье (1909/50), равно как и в ее продолжении (1910 – 1912/ 56), фон Борткиевич отвергнул противоположное утверждение о том, что выравнивание таблиц смертности в связи с асимметрией закона распределения приводит к систематическому повышению вероятности смерти и потому к решающему источнику дохода страховых обществ. Он показал, что это мнение несостоятельно и несовместимо с законами теории вероятностей.

Книжечка (1919/72) была предназначена для более широкого круга читателей. Несмотря на неизбежную краткость, в ней обстоятельно рассмотрены основные области статистики населения и политики по отношению к населению и особенно по отношению к учению Мальтуса, которое находится там в центре внимания и которое фон Борткиевич уже прежде неоднократно рассматривал, особенно в (1908/46). Работы, отличающиеся теоретическим осмысливанием предмета, фон Борткиевич опубликовал также и в области экономики. Человек, крупные заслуги которого кратко изложены выше, был, однако, не только исследователем, но и учителем. Тридцать лет он преподавал статистику в Берлинском университете и с истинным усердием пытался своими лекциями и упражнениями ввести молодое поколение в эту науку. И вообще он не упускал никакой возможности распространять статистические знания. Незабываема и его деятельность в качестве председателя отделения страховой математики Немецкого союза страховой науки.

У великого усопшего было много врагов, потому что он боролся с каждым ошибочным статистическим изложением материала, на которое ему случалось наталкиваться, оставаясь часто вежливым по форме, но всегда сильным по существу. Как частично было сказано выше, он часто ломал копья и с ведущими иностранными статистиками, потому что обладал необычным знанием языков, и его превосходящий дух всегда одерживал победу. Но у него были не только враги. Те, кто, подобно ему, стремились только к познанию истины, почитали его и прежде всего его ученики помнили о нем с теплой любовью и благодарностью. Такова же была его любовь к Лексису, которая выразилась в его торжественной речи по случаю 75-летия его учителя (1915/62), затем пригодившаяся для составления некролога (1915/63).

Его [почти] последняя публикация (1930/105) послужила для верного описания значимости Лексиса, которого некий несведущий пытался поставить на одну доску с ученым второго ранга[5]. И в будущем, когда непосредственное влияние его огромной личности уже исчезнет, дóлжно будет установить, что классический период теоретической статистики начался примерно в 1876 г. с появлением первой большой работы Лексиса и закончился 15 июля 1931 г. в день смерти Ладислауса фон Борткиевича[6].

Примечания

1. Работы Бёка (R. Böckh) появлялись по крайней мере с 1890 г. В 1893 г. он опубликовал исследование о Галлее.

2. Это понятие восходит к Курно (1843, §§ 104 и 117).

3. *Завистливое нападение* на закон малых чисел произошло лишь в распаленном воображении Фрейденберга. *Смехотворность*, видимо, следует понимать как непригодность эмпирических формул с нелепыми значениями параметров, см. [XXXVII, Прим. 5].

Многие авторы справедливо указывали на отрицательные черты Пирсона. В одном из своих писем (без указания даты) Чупров (Шейнин 1990, с. 46) заметил: “Характерец был у Маркова не легче, чем у Пирсона и малейших противоречий он также не переносил”. Но вот в плагиате Пирсона никто не обвинял; см. Андерссон [XXXI], который цитирует Борткевича по поводу независимых открытий, сделанных несколькими авторами. Пирсон, кстати, впоследствии, в 1931 г., признал первенство Гельмерта. О роли Э. Аббе мы уже не будем упоминать. Чуть ниже Фрейденберг в громадной степени преувеличил заслугу Борткевича в совершенствовании метода хи-квадрат.

4. Борткевич (1918/68, с. 42 – 43) действительно ввел не только перечисленные Фрейденбергом понятия, но и *синдромию* и *анизодромию*, но мы сомневаемся в том, что кто-либо воспользовался ими.

5. Если какой-либо автор действительно так и заявил, то почти наверняка в условной форме. В 1896 г. Чупров, письмо № 5 спросил у Борткевича на чьей стороне приоритет, – на стороне Дормуа (ученого второго ранга, как назвал его Фрейденберг) или Лексиса. В следующем письме того же года Борткевич ответил, что ему это неизвестно. В 1930 г. он обратил внимание главным образом не на приоритет, а на значимость исследований того и другого (и решительно высказался в пользу Лексиса).

6. Фрейденберг косвенно похерил всех остальных, – и Маркова, и Чупрова, и Пирсона, и Фишера. Он всерьез воспринял идею когда-то придуманного *инакомыслящими* смехотворного сквозь слезы утверждения *Россия – родина слонов* и тем самым оказал памяти Борткевича медвежью услугу.

XXXIX. Ф. Тённис

Ладислаус фон Борткиевич, 1868 – 1931

F. Tönnies, Ladislaus v. Bortkiewicz, 1868 – 1931

[1932]. *Gesamtausgabe*, Bd. 22. Berlin, 1998, pp. 315 – 319

Ординарный профессор и руководитель семинара по государствоведению и статистике Берлинского университета, доктор Ладислаус фон Борткиевич происходил из польской военной семьи; его отец был полковником русской армии. Родившись 7 августа 1868 г. в Петербурге, Борткиевич был воспитан в той же столице, изучал юриспруденцию в тамошнем университете и сдал государственный экзамен по этой науке. Уже в возрасте 21 года он написал математико-статистическое исследование, которое обратило на себя такое внимание, что было принято к публикации Петербургской академией наук (1890/3; 1891/4).

Это обстоятельство и послужило причиной того, что русское Министерство народного просвещения послало его для дальнейшего обучения заграницу. Побывав в Страсбурге учеником Г. Ф. Кнаппа, а затем Лексиса в Гёттингене, он явно почувствовал себя увлеченным только лишь, или в основном немецкой наукой. Он продолжал изучать государствоведение в Вене и Лейпциге, в 1895 г. получил звание доцента в Страсбурге и вернулся на несколько лет в Россию, став чиновником в российском Министерстве путей сообщения. Затем, в 1901 г., он получил звание экстраординарного профессора в Берлинском университете и лишь в 1920 г. стал там ординарным профессором. Он остался холостым.

Его литературная деятельность в основном относилась к статистическому методу и его теории. Его небольшая (52 с.) брошюра (1898/14) длительное время оставалась весьма значимой, и, наряду со многими другими ценными работами, стала причиной того, что его приняли в качестве почетного члена в [научные общества] многих стран и преподнесли ему другие знаки отличия. Так, он стал действительным членом Международного статистического института, Страсбургского научного общества во Франкфурте-на-Майне и членом Шведской академии наук.

Мы хотели бы сказать несколько слов о законе малых чисел. Уже превосходному Зюссмильху был по существу известен закон *больших* чисел, который, конечно, лишь Пуассон математически обосновал и сформулировал[1] и суть которого состоит в том, что при некотором изобилии [данных] результаты, измеренные числами, выказывают закономерность: уклонения от средних становятся все меньше и меньше, что обычно разъясняется на примере игры в кости. В подобной закономерности Зюссмильх усматривал *Божественный порядок в изменчивости рода человеческого*.

Борткиевич установил, что существуют многие статистические ряды, состоящие из малых абсолютных чисел и потому едва ли заслуживавшие до того времени внимания статистиков, поскольку при таких малых числах на самом деле слишком сильно действуют случайные причины. Но проницательному математику удалось исследовать законы случая как раз для подобных исходных данных и таким образом выяснить, применимо ли к ним учение теории вероятностей. Он установил, что и в подобных рядах найденные колебания почти полностью соответствуют предпосылкам теории, и в этом-то и состоит закон малых чисел.

Борткиевич шел здесь по стопам Лексиса, которому он посвятил третью главу своей брошюры (1898/14). В ней он обосновал гипотезу и схему *изменяющейся вероятности*. Он имел в виду применением малых чисел появления исследуемого события свести к минимуму влияние изменений вероятности события и таким образом добиться почти нормальной дисперсии. И даже тот, кто избегает математических оснований этого учения, потому что не может проследить за ними, не преминет верно представить себе принципиальное значение этой темы.

Г. фон Майр, который так и остался совсем не математическим статистиком, что нисколько не вредит его заслугам в статистике, понимаемой в его смысле, полагал, что устойчивость малых чисел, которую рассматривал Борткиевич, в основном обусловлена иной причиной. Именно, он считал, что над испытаниями решающим образом довлеют постоянные основные обстоятельства. Я, однако, утверждаю, что уже исследование этих малых чисел и факт их относительной устойчивости достаточны, чтобы серьезно поколебать определение статистики по Майру (1914, том 1, 2-е издание, с. 31) как науки о состоянии и явлениях социальной жизни, *поскольку* они выражены статистически воспринимамыми социальными *массами*. (Я должен здесь отказаться от обсуждения этой темы.)

Борткиевич неоднократно исследовал *теорию населения*, которая имеет большое значение и для теоретической социологии, и вообще для социальной биологии и притом, насколько мне известно, впервые в работе (1908/46). Он продолжил свои исследования в книжечке (1919/72), которая, к сожалению, очень плохо издана и первая часть которой развалилась на отдельные страницы. Здесь он представил статистику населения в широких рамках, вторая же часть, *Историческое описание учения о населении*, в которой сжато изложена основная проблема, и особенно теория населения Мальтуса, примечательна и для последователей этой теории, и для ее противников. У нашего автора преобладает защита учения Мальтуса, и он полагает, что явно проявившееся со времени этого ученого и не предвиденное им убывание плодовитости браков в странах европейской культуры не расшатывает устоев его теории.

30 сентября прошлого года Борткиевич присутствовал на заседании нашей подгруппы социографии[2] и первым принял участие в обсуждении [моего доклада]; в отчетах [его речь (1931b)]

заняла 5½ страниц. Он покинул заседание до его окончания, но я кратко ответил ему еще перед своим заключительным словом и сообщил ему, что для меня особенно много означало бы его одобрение как положительное мнение надежного эксперта, которого я высоко ценю. Он упомянул о своем намерении вернуться к обсуждаемому вопросу в письменном виде, однако, насколько мне известно, не осуществил этого.

После того, как он покинул наше заседание, я, к сожалению, больше его не видел. В своем выступлении он сделал мне значительные уступки, поскольку дал знать, что по отношению к социографии остается несколько в сомнении. У меня поэтому имеются основания полагать, что мне удалось бы, если не привлечь нашего уважаемого коллегу к нам и к нашей науке, то всё же убедить его в правильности моей точки зрения, в том, что социография, поставленная на место мнимой *статистики как науки*, может стать исходной точкой для серьезного развития, при котором статистический *метод* получит большее, хотя и не *исключительное* значение. Майр четко установил, что *его статистика как наука* основана исключительно на материале *статистического искусства*, и, по его убеждению, служит "особенно для целей общественного управления с последующим дальнейшим научным стремлением к познанию". Это означает, что статистика как наука не свободна; она сдерживается не только статистикой как методом, но и статистикой как искусством.

Иначе говоря, она ограничивается достижениями официальной статистики, которая в бóльшей части, конечно же, весьма важна и незаменима также и для социографии. Но социография соответствует основной идее науки, она по существу свободна и пользуется каждым методом, пригодным для ее целей, и основывается на любом материале, подходящем ее целям. 4-го апреля этого года ныне скончавшийся ученый ответил из Бад Наухейма на разосланное мной циркулярное письмо по поводу социографии. Он готов сотрудничать, [обсуждая] соответствующие появляющиеся сочинения, и он сообщил:

"Конкретно меня интересует миграция населения внутри страны. Кроме того, уже несколько лет этот вопрос интересует и Министерство по делам культов". Он также дал знать о перенесенном им затяжном гриппе и о том, что лишь в начале мая приступит к чтению [лекций?]. Он умер 15 июля 1931 г.

Борткиевич обладал необычной научной честностью. "Немецкая" основательность нашла в нем, как и во многих других, не принадлежащих нам по рождению, одного из лучших представителей. Но он по своей воле стал хорошим немцем, сознательным гражданином немецкой республики и принадлежал Немецкой демократической партии. Перешел ли он вместе с ней в Немецкую государственную партию[3], я не знаю. Он был неприхотлив, сдержан и вполне любезен, пользовался сильным расположением многих своих учеников, коллег и знакомых. Его имя останется в почете и в Немецком обществе социологии!

Примечания

1. Это, конечно же, ошибка.

2. Дата заседания (после дня смерти Борткевича!) неверна. Социография возникла в начале XX в. как эмпирическая дисциплина, описывающая социальный состав отдельных населенных пунктов (даже деревень). Большого самостоятельного значения, видимо, не имеет.

3. Вскоре распавшееся объединение демократов с националистической партией; Немецкая демократическая партия осталась одна под новым названием. Заметим, что существовала (и была намного влиятельнее) и Социал-демократическая партия и что в немецком языке государственной партией называют также единственно допускаемую партию в диктаторских государствах.

Приложение

XL. Й. Шумпетер

Г. Ф. Кнапп

J. Schumpeter, G. F. Knapp.

Economic Journal, vol 36, 1926, pp. 512 – 514

Смерть профессора Кнаппа, последовавшая 20-го февраля, лишила немецкий научный мир одного из наиболее поразительных деятелей третьего, как можно считать, периода политэкономии в Германии. Первый период был *камералистическим*[1] и наиболее известными в нем были Зекендорф и Юсти[2]. Второй соответствовал классическому периоду в Англии и достиг расцвета в работах, подобным опубликованным Тюненом и Германом, и его выдающимися чертами были *социальная политика* и *исторический метод*. Вместе со Шмоллером, Вагнером, Бюхером и Брентано, хотя во многих отношениях и отличный от всех них, Георг Фридрих Кнапп навсегда остается связанным со всеми его заслугами[3] и некоторыми из его недостатков.

Достаточно нескольких слов, чтобы описать его бедную событиями жизнь. Он родился 7 марта 1842 г. в Гисене сыном профессора и автора весьма успешного учебника по техническим наукам, учился в Мюнхене, Берлине и Гёттингене и стал математически подготовленным статистиком, что было весьма необычно для того времени. В 1867 г. он возглавил статистическое бюро Лейпцига и в течение последующих лет его весьма заслуженно хвалили за действенное руководство этим органом, что в достаточной степени доказывается публикациями бюро. В 1869 г. Кнапп стал экстраординарным профессором в Лейпцигском университете, а в 1874 г. его пригласили в Страсбург уже ординарным профессором. Там он и оставался до отставки, и даже дольше, до 1919 г., когда ему пришлось покинуть этот ставший французским город.

Он всё делал с полной отдачей, со всей сосредоточенностью своей исключительно сильной натуры и поэтому очертить работу его жизни намного проще, чем обычно в случае человека подобной живости ума. Если пренебречь двумя менее важными работами, а именно докторской диссертацией о Тюнене и статьей о вопросах налогообложения, то до 1874 г. он оставался только статистиком. Кроме практической работы он занимался и теорией статистики и некоторые из его книг (1868; 1871; 1874) окажутся полезными и сейчас.

Лишь ввиду того уровня, который он сам себе установил в других областях науки (elsewhere), мы не можем описать заслуженного им почетного положения[4], если не в первом ряду, то близко к нему. Но как историк экономической жизни и экономист общественных установлений (“institutional” complexion) он был поистине велик. Два тома его труда (1887) об освобождении крестьян и появлении сельскохозяйственных рабочих в более старых районах Пруссии являют собой шедевр и образцовую работу в своей области. Они помогли сформировать умы многих последователей и создали почти что особую отрасль нашей науки. Причиной тому были не какие-то новые приемы описания истории и не исследование особо трудного материала. В этом отношении Кнапп не был равен таким ученым как Мейцен[5] или Хансен, но он обладал другими, несравненно более превосходными и редкими качествами. Он ясно, и, я бы хотел сказать, страстно усматривал суть вещей, проникающих глубоко под поверхность. Он *видел* исторические процессы и проблемы и воспринимал их более уверенно, чем большинство людей представляют себе окружающие их факты.

И он основывал свой исторический анализ на исчерпывающем знании современности. Источники таких зарисовок как (1891; 1897) лишь частично исторические, частично же они явились следствием изучения сегодняшних немецких землевладельцев и их работников, их склада ума и образа жизни. Качество, которому я пытаюсь дать определение, в большой степени делает человека историком, но для него, высматривающего не романтику, а проблемы истории, оно является всем необходимым.

Как фермер, который сохраняет плодородие своей земли чередованием культур, Кнапп примерно в 1895 г. забросил эту работу и снова взялся за совершенно иные проблемы. И в некотором отношении он именно в то время добился своего наибольшего успеха. Его теория денег (1905), недавно переведенная на английский язык под покровительством Королевского экономического общества, несомненно принесла ему уже международную славу. Вокруг этого сочинения собрался сонм учеников. И его поклонники и противники в равной мере поспособствовали поразительному успеху книги, – последние, – яростью своих атак не меньше, чем первые – своими хвалебными речами. И всё же, хоть в этом сочинении есть много, чем можно восхищаться, – широтой взглядов, независимостью исполнения, свежестью стиля, – нельзя отрицать, что рассмотрение основополагающих проблем экономической теории в нем было ошибочным[6] и что влияние Кнаппа на науку о деньгах в Германии оказалось в основном неудачным. Но если эта книга показывает, что экономическую теорию, при всех ее недостатках, нельзя безнаказанно презирать, она также вновь выявляет силу этого примечательного человека, который убедил столь многих в том, чего не мог доказать, и часто обвораживал, даже когда не мог убедить.

Примечания

1. Камералистикой назывался цикл административных и экономических дисциплин.

2. Ф. Л. фон Зекендорф (1626 – 1693), И.-Г.-Г. Юсти, 1717 – 1771, экономист и минералог. Из упомянутых ниже можем уточнить: И. Г. Тюнен (1783 – 1850); Ф. Б. В. Герман (1795 – 1868); Г. Шмоллер (1838 – 1917); Ад. Вагнер (1835 – 1917), экономист и политический деятель; К. Бюхер (1847 – 1930); Л. Брентано (1844 – 1931).

3. Небрежная фраза: с кем же был связан Кнапп?

4. Почетное положение в статистике?

5. А. Мейцен (1822 – ?). Статистик.

6. В письмах Чупрову №№ 80 и 81, 1905 г., Борткевич критиковал эту книгу, но заметил, что в ней "много ценного".

XLI. П. Струве

Крупный ученый и хороший человек

Россия и славянство, 18 февраля 1933 г., с. 2

С безвременно в расцвете умственных сил скончавшимся в Праге русским ученым, евреем по национальности и вероисповеданию, гражданином государства Польского Станиславом Салезиевичем Коном я был связан с тех пор, как он, уже по окончании курса на экономическом отделении Политехнического института Императора Петра Великого, пришел ко мне и пожелал узнать мое личное мнение о своем кандидатском сочинении. Оно было написано на тему по экономической истории, но в оценке его я не участвовал, так как находился […] Я внимательно прочел работу Кона, и она произвела на меня весьма благоприятное впечатление.

Это было, помнится, в 1913 или 1914 г., и тогда же между нами завязалось научное общение и начали складываться личные отношения. Кон стал не только посетителем, но и деятельным участником моего семинария. В это же время Ст. С. сблизился научно, а потом и лично с покойным А. А. Чупровым. И мне было отрадно узнать, что мы с А. А., которого я не только ценил как ученого, но и любил как человека и друга, сходился в оценке молодого начинающего ученого. Нас обоих – а в некоторых отношениях Чупров был строже и суровее меня в оценке нашего Nachwuchs [молодняк, потомство] – привлекали в Коне и совершенно недюжинная сила отвлеченного научного мышления, и бескорыстная тяга к подлинной исследовательской работе.

Кон и стал настоящим учеником покойного А. А.: Ст. С. обладал той математической подготовкой, которая необходима и достаточна для самостоятельной работы современного ученого статистика и его влекло к этой работе. А А. А. Чупров, как учитель в своей специальности, мог давать и давал чрезвычайно много. В отличие от В. О. [!] Борткевича и от Чупрова Кон не был оригинальным математиком в области статистической методологии. Кона увлекала больше всего та логическая сторона этой методологии, над которой так много размышлял и А. А. Чупров как автор составивших эпоху в русской статистической культуре *Очерков*.

А в то же время Кона живо интересовали вопросы и экономической теории – и этим он напоминал покойного В. О. Борткевича и отличался от Чупрова, который в эпоху своей окончательной зрелости экономической теорией мало интересовался. Наконец, у Кона был вкус к изучению вопросов конкретной экономической деятельности, вкус, не отсутствовавший, впрочем, у Чупрова (к сожалению, большая работа А. А. по германскому военному хозяйству осталась незаконченной в рукописи и не напечатана[1]) и большой научный – да будет позволено так выразиться – такт в обследовании и обсуждении хозяйственных реальностей.

В печати С. С. Кон дебютировал довольно обширной специальной работой *К вопросу финансовой организации страховых товариществ*, напечатанной в 1914 г. в издававшихся нашим Министерством финансов превосходном *Вестнике финансов*. С этого времени и до своей смерти Кон напечатал на разных языках (он сотрудничал, между прочим, в лондонском *Экономисте*[2] и во франкфуртской *Wirtschaftskurve*) более 40 более или менее обширных научных работ в общей сложности не менее чем в 100 печатных листов и весьма много мелких заметок и рецензий. Эти напечатанные работы – со значительной частью их я знаком, некоторые из них, например, напечатанные в изданиях русского зарубежного *Союза промышленности и торговли*, прошли через мою редакцию – свидетельствуют именно о той крупной силе отвлеченного научного мышления и о той исследовательской пытливости, которые мы оба, Чупров и я, с таким удовлетворением ощутили в покойном Ст. С. как в начинающем ученом.

С 1924 г. С. С. Кон, в свое время, подобно многим другим русским ученым, не пожелавшим принять большевицкое иго и покинувший Россию, устроился в Праге. Он говорил и писал не только по-русски и по-польски, но и по-чешски и вошел в чешскую научную литературу как ее деятельный участник. Особенно приятно отметить, что Кон отблагодарил приютившую его Чехословакию, подарив ей “первый оригинальный труд по теории статистики” на чешском языке. Так вице-президент статистического управления д-р Иосиф Мраз охарактеризовал в своей рецензии изданную в 1930 г. этим управлением капитальную книгу Кона размером в 500 страниц большого октава *Основы теории статистического метода* (*Zaklady teorie statisticke metode*). Книга эта открывается трогательным посвящением памяти славного русского ученого, учителя автора, Александра Александровича Чупрова, и вся проникнута духом русской статистической школы.

Еще о первом наброске этого труда, литографированных тифлисских лекциях Кона, изданных в 1919 г., покойный А. А. Чупров дал весьма благоприятный отзыв в шведской *Nordisk Statistisk Tidskrift*[3], а когда появилось переработанное печатное чешское издание этого обобщающего трактата Кона, то другой признанный мастер новейшей статистики и весьма строгий судья, тоже теперь – увы! – уже покойный В. О. Борткевич, отозвался, что труд Кона "прямо поразил" его "богатством своего содержания".

Русский статистик О. Н. Андерсон, тоже питомец СПб Политехнического института и ближайший ученик А. А. Чупрова, в новейшее время выдвинувшийся в первые ряды специалистов по математической статистике[4], в своей немецкой рецензии на чешскую книгу Кона, напечатанной в венской *Zeitschrift für Nationalökonomie*, так оценивает, связывая свой отзыв с рецензией Чупрова на русское литографированное издание тифлисских лекций Кона, самый крупный обобщающий труд покойного:

Теперь труд этот вполне вызрел и появляется в форме, которая может удовлетворить самый взыскательный статистический вкус. Он отличается ясностью и ровностью изложения, удачным синтезом различных учений отдельных школ, каковые учения, однако, переработаны в единую систему, а также чрезвычайной начитанностью автора … Следует выразить живейшее желание, чтобы этот превосходный и, в своей математической части, вполне элементарный труд был переведен на какой-нибудь более доступный для западноевропейских читателей язык. Прежде всего, конечно, является мысль о переводе его на немецкий язык, на котором до сих пор "русское статистическое учение" представлено главным образом уже устаревшим и теоретически мало самостоятельным учебником покойного профессора А. А. Кауфмана.

Теперь плодотворная научная работа одаренного русского ученого, нашедшего себе приют в Чехословакии, оборвалась смертью, весть о которой скорбно отозвалась прежде всего в душе лиц, близко с ним общавшихся. К ним принадлежит пишущий эти строки, хотя в некоторых очень существенных пунктах научного мировоззрения я расходился и с А. А. Чупровым, и с С. С. Коном. Они оба, именно в сборнике, мне посвященном[5], вели со мной научную полемику, которой я всё время мечтал и мечтаю дать – с своей точки зрения – некоторое исчерпывающее философское и положительно научное завершение. Если мне удастся привести это намерение в исполнение, дав своей экономической системе окончательную формулировку по существу и методологически, то в этой формулировке я всего больше буду отправляться от критических замечаний Чупрова и Кона.

И я с отрадой вспоминаю свое умственное общение с покойным Станиславом Салезиевичем. Не только потому, что это был сильный и тонкий ум. Он был также добрым и душевно благородным человеком, справедливым, деликатным и терпимым. Эти черты привлекали и привязывали к нему людей во многом от него далеких и по воспитанию, и по научным взглядам, и даже по общественно-политическим симпатиям. Разночувствия и разномыслия не разъединяли с этим человеком, а как-то особенно оттеняли то человечески общее, что может и должно соединять людей разных возрастов, разных воспитаний, разных взглядов и разных вер.

Примечания

1. Всё-таки была напечатана (1915/28). О. Ш.

2. Еженедельник *Economist*. О. Ш.

3. См. (1922/80). О. Ш.

4. Ср. о нем суждение берлинского статистика П. Лоренца в известном журнале *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, июнь 1932, с. 827. О. Н. Андерсон профессорствует теперь в Варне, в Коммерческой академии. П. С.

5. Чупров: видимо, (1925/60). О. Ш.

XLI. П. Струве

Памяти С. С. Кона

Россия и славянство, 18 февраля 1933, с. 2

После кончины профессора А. А. Кизеветтера Русский юридический факультет в Праге вновь понес тяжелую утрату в лице скончавшегося 3-го февраля после продолжительной болезни приват-доцента по кафедре статистики Станислава Салезиевича Кона. С. С. Кон родился в Варшаве в 1888 году в еврейской семье и по окончании реального училища поступил в 1907 г. на экономическое отделение Петроградского политехнического института Императора Петра Великого, которое и окончил в 1911 году со степенью кандидата экономических наук, предъявив в качестве диссертации сочинение на тему *Римское хозяйство конца республики и первых веков Империи*. По окончании высшей школы С. С. Кон остался в Петрограде и решил посвятить себя научной деятельности. Под руководством знаменитого русского статистика, ныне покойного А. А. Чупрова, бывшего тогда профессором статистики на экономическом отделении Петроградского политехнического института, С. С. Кон занимался теорией статистики, ближним образом – проблемой устойчивости статистических рядов, и вопросами страхования рабочих.

А. А. Чупров оценил блестящие дарования молодого ученого, его широкий научный кругозор, живой и острый ум, соединенный со способностью к отчетливому изложению результатов доведенной до конца мыслительной работы. Научное общение вскоре соединилось у них с теплыми дружескими отношениями, которые и связывали их до самой смерти А. А. Чупрова. С. С. Кон принимал также участие в работах посвященного вопросам экономической теории и истории семинария профессора П. Б. Струве и был его учеником.

Одновременно с научными занятиями С. С. Кон служил в разных учреждениях, работая в области статистики и страхового дела. В Особом совещании по продовольствию во время войны он руководил особым математико-статистическим отделом, занимавшимся разработкой выборочного метода применительно к сельскохозяйственным переписям.

После большевистского переворота С. С. Кон переехал в Тифлис, где одно время заведывал статистикой Союза земств, а в 1918 – 1920 гг. в качестве доцента преподавал статистику на экономическом факультете Тифлисского политехнического института. Поставив себе задачей дать слушателям систематическое изложение теории статистического метода, С. С. Кон обнаружил большой преподавательский талант, умело вводя слушателей своего курса в понимание сложных и трудных положений и приемов статистики, основанных на математике.

Этот курс, в котором покойный впервые систематически проработал и свел к органичному единству свои воззрения, сложившиеся у него на основе опыта от участия в практической организации разнообразных статистических исследований, был издан в 1919 году в Тифлисе как литографированное пособие для студентов. Это скромное по внешнему виду издание явилось ценным вкладом в русскую статистическую литературу, не располагавшую до того времени учебником статистики, построенным по такому плану.

В январе 1921 г. С. С. Кон приехал в Париж, где прожил около 2 лет, работая в Российском финансо-промышленно-торговом союзе и в редакции журнала *Экономические записки* и читая лекции в *Ecole Intégré des Hautes Etudes*. Все эти занятия его имели своим предметом наблюдение за хозяйственной жизнью советской России и разработку материалов русской экономической статистики и демографии.

Последние 10 лет своей жизни С. С. Кон прожил в Праге. В 1923 году, весной, он успешно выдержал при Русском юридическом факультете в Праге испытания на ученую степень магистра политической экономии и статистики и был избран доцентом названного факультета, на котором читал курс *Логические основы теории статистики*. Покойный принимал деятельное участие в работе экономического кабинета профессора С. Н. Прокоповича и сотрудничал в издававшемся при кабинете *Экономическом вестнике*, в котором перу его принадлежит ряд статей, главным образом по экономике советской России. В то же время С. С. Кон состоял консультантом возглавляемого профессором Брдликом Чехословацкого института сельскохозяйственной экономии и бухгалтерии.

Но служебные обязанности, заставлявшие покойного уделять значительную часть своего времени наблюдению явлений текущей хозяйственной жизни в России и Чехословакии, не ослабляли его интереса к чисто теоретической работе.

В Праге С. С. Кон написал все свои главные работы. В 1929 г. в Праге на чешском языке издан Чехословацким статистическим управлением большой труд С. С. Кона *Основы теории* *статистического метода*. Эта работа, в основе которой лежит проработанный и расширенный автором курс лекций, читанный им в Тифлисском политехническом институте, явился ныне превосходным и самостоятельным обобщающим трудом по статистике, появление которого было встречено в печати весьма благоприятно.

В 1932 г. вышло на английском языке в издании известного учреждения Карнеги исследование покойного *Движение населения в Европейской России во время Великой войны* (1914 – 1917 гг.)[1]. Работу эту покойный за несколько месяцев до своей кончины, когда наступившее улучшение здоровья дало ему возможность вновь приняться за научные занятия, представил в Русский юридический факультет в Праге в качестве диссертации на соискание ученой степени магистра политической экономии и статистики и мечтал защитить ее весной текущего года. Но судьба решила иначе.

Наконец, последней большей работой С. С. Кона, законченной им за несколько дней до смерти и предназначенной к напечатанию в Трудах Франкфуртского конъюнктурного института, является исследование о законе убывающей производительности труда в сельском хозяйстве на основании данных об урожаях сахарной свеклы в Чехословакии. Многочисленные статьи С. С. Кона по разным вопросам как теории политической экономии и статистики, так и текущей экономической жизни, рассеяны в русских, английских, немецких, французских, чешских, болгарских, сербских, польских и норвежских изданиях. Перечислить их нет возможности в рамках настоящего газетного некролога. Отмечу только, что в своих теоретических статьях С. С. Кон большое внимание уделял проблеме ценообразования.

С. С. Кон был членом Парижского статистического общества, членом-учредителем Американского эконометрического общества и постоянным гостем Международных статистических конгрессов[2] и Чешского статистического общества. Незадолго до своей смерти он получил приглашение вступить в члены английского Королевского экономического общества. Он неоднократно выступал с докладами на международных съездах по вопросам населения и сельского хозяйства.

В лице безвременно скончавшегося С. С. Кона русская академическая среда лишилась одного из наиболее одаренных и научно зрелых младших своих представителей, утрата которого тем более горестна, что в покойнике было чрезвычайно ценное для преподавателя высшей школы сочетание страсти к углублению в отвлеченные конструкции общей теоретической статистики с живым интересом к техническим проблемам статистической практики, рядом с не менее живым интересом и к вопросам экономической теории, и к конкретным проблемам экономической действительности.

В заключение автор этих строк, которого в течение последнего десятилетия связывали с покойным дружеские отношения, считает своим долгом отметить еще одну черту духовного облика С. С. Кона. Он был доброжелательным человеком и отличался в то же время подобно нашему общему учителю, незабвенному А. А.

Чупрову, большой терпимостью к чужим мнениям и большим душевным тактом, что делало общение с ним легким и приятным и для лиц, инако мыслящих. Мир его праху!

Примечания

1. Гостем сессий Международного статистического института.

2. См. Шейнин (1990, с. 113), где приведены слова Кона о соучастии Чупрова в составлении (той самой или аналогичной?) английской книги 1932 г. двух авторов (Kohn S., Meyendorff A. F.).